赣州市 2022~2023 学年度第二学期期末考试
高一数学参考答案

一、单选题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	A	D	B	C	C	D

二、多选题

题号	9	10	11	12
答案	AC	BD	ABCD	ABD

三、填空题

13. -3；　　14. $\frac{\pi}{4}$；　　15. 3π；　　16. 9．

四、解答题

17. 解：（1）由 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 得 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2$ ……2 分

即 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$ ……3 分

所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2-m-8m=0$ ……4 分

即 $m=\frac{2}{9}$ ……5 分

（2）若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为钝角，有 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$，且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角不为 180° ……6 分

即 $\begin{cases}2-m-8m<0\\-8-m(2-m)\neq 0\end{cases}$ ……7 分

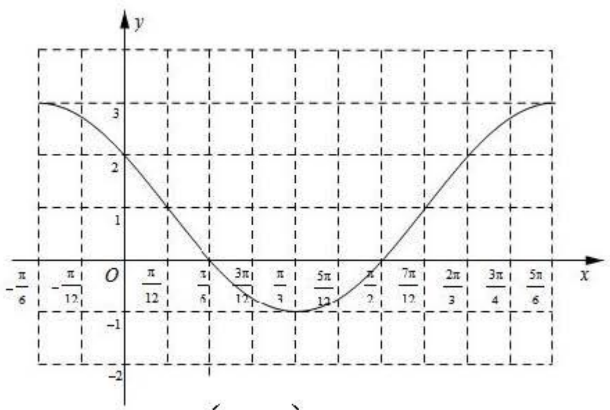
即 $\begin{cases}m>\frac{2}{9}\\m\neq 4\text{且}m\neq -2\text{（舍）}\end{cases}$ ……9 分

故 $m\in\left(\frac{2}{9},4\right)\cup(4,+\infty)$ ……10 分

18. （1）解：列表

x	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{6}$
$2x+\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
$f(x)$	3	1	-1	1	3

……3 分



……………………………6 分

（2）由 $f(x)=2cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1$ 得

$f(x-\frac{\pi}{6})=2cos\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{3}\right]+1$ ……………………………7 分

$=2cos(2x)+1$ ……………………………8 分

所以 $g(x)=2cos(x)+1$ ……………………………9 分

因为 $-\frac{\pi}{24}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}$，

所以得 $\frac{\sqrt{3}}{2}\leqslant cosx\leqslant 1$ ……………………………10 分

故 $g(x)$ 的取值范围是 $\left[\sqrt{3}+1,3\right]$. ……………………………12 分

19. 解：（1）证明：若选条件① $AC\perp BC_1$，证明如下：

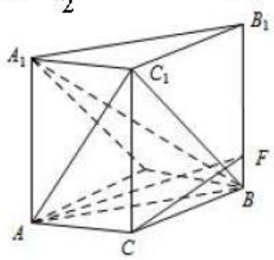
由 $\frac{FB}{BC}=\frac{CB}{C_1C}=\frac{1}{2}$，且 $\angle C_1CB=\angle BCF$，有 ΔCFB 与 ΔC_1BC 相似……………………1 分

故 $\angle CBC_1=\angle BFC$，又 $\angle FCB+\angle CFB=\frac{\pi}{2}$，故 $\angle FCB+CBC_1=\frac{\pi}{2}$ ……………3 分

故 $CF\perp BC_1$ ……………………………4 分

又 $AC\perp BC_1$，$AC\cap BC=C$ ……………………………5 分

故 $BC_1\perp$ 平面 ACF ……………………………6 分



若选条件② $AB=2BC$，证明如下：

由 $AB=2BC$，$\angle BAC=\frac{\pi}{6}$，所以 $\angle BAC=\frac{\pi}{6}$—……………………………………………1 分

由 $AB=2BC=4$，$\angle BAC=\frac{\pi}{6}$. $CF\perp BC_1$ $\angle ACB=\frac{\pi}{2}$

在 ΔABC 中由余弦定理有 $AC=2\sqrt{3}$

故有 $AC\perp BC$ ……………………………………………………………………2 分

且 $AC\perp C_1C, CC_1\cap BC=C$，故 $AC\perp$ 平面 CBB_1C_1

故 $AC\perp BC_1$ ……………………………………………………………………4 分

又 $AC\cap FC=C$ ……………………………………………………………………5 分

故 $BC_1\perp$ 平面 ACF ……………………………………………………………6 分

（2）过故 B 引 $BM//AC$ 且 $BM=2\sqrt{3}$ 由（1）知 $AC=2\sqrt{3}$，

连接 AM、A_1M，则 $\angle A_1BM$（或其补角）为直线 AC 与 A_1B 所成角…………………7 分

在 $Rt\Delta A_1AM$ 中，$A_1M=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$ ……………………………………………8 分

在 $Rt\Delta A_1AB$ 中，$A_1B=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ ……………………………………………9 分

在 ΔA_1MB 中，由余弦定理得 $\cos\angle A_1BM=\frac{(BM)^2+(A_1B)^2-(A_1M)^2}{2BM\cdot A_1B}$

$=\frac{(2\sqrt{3})^2+(4\sqrt{2})^2-(2\sqrt{5})^2}{2\times2\sqrt{3}\times4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$ ………………………………………11 分

故异面直线 A_1B 与 AC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ……………………………………12 分

20. 解：（1）解法一：由 $\cos(A+2B)-\cos A=\sin 2C$

得 $\cos(\pi-C+B)-\cos A=\sin 2C$ ……………………………………………………1 分

即 $-\cos(C-\mathrm{B})-\cos A=\sin 2C$

所以 $-\cos(B-C)-\cos[\pi-(B+C)]=\sin 2C$

所以 $-(\cos B\cos C+\sin B\sin C)+(\cos B\cos C-\sin B\sin C)=2\sin C\cos C$

即 $-2\sin B\sin C=2\sin C\cos C$ …………………………………………………2 分

因为 $\sin C\neq 0$，所以 $-\sin B=\cos C$ ……………………………………………3 分

即 $\cos\left(\frac{\pi}{2}+B\right)=\cos C$ ……………………………………4 分

由 $0<B<\pi, 0<C<\pi$ 知 $\frac{\pi}{2}+B=C$

又 $C=\frac{2\pi}{3}$ ……………………………………5 分

所以 $B=C-\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{6}$ ……………………………………6 分

解法二：由和差化积公式

$\cos(A+2B)-\cos A=-2\sin\frac{A+2B+A}{2}\sin\frac{A+2B-A}{2}=-2\sin(A+B)\sin B=2\sin C$

即 $-2\sin B\sin C=2\sin C\cos C$ ……………………………………2 分

以下同解法一

（2）因为 $c\sin B=-\sqrt{3}b\cos C$ 由正弦定理得

$\sin C\sin B=-\sqrt{3}\sin B\cos C$ ……………………………………7 分

因为 $\sin B\neq 0$

$\sin C=-\sqrt{3}\cos C$ 即 $\tan C=-\sqrt{3}$ ……………………………………8 分

又因为 $0<C<\pi$

所以 $C=\frac{2\pi}{3}$ ……………………………………9 分

由（1）知 $B=C-\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{6}$，$A=\frac{\pi}{6}$ ……………………………………10 分

得 $a=b=2$ ……………………………………11 分

故 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 2\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ ……………………………………12 分

21. 解：（1）证明：分别延长 EF、DA 交于点 G ……………………………………1 分

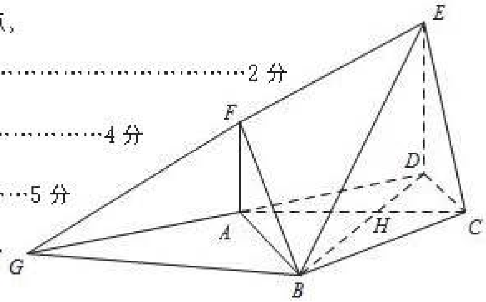
由已知有点 H 为 BD 中点，点 A 为 DG 的中点，

故点 $AH // BG$ 即 $AC // BG$ ……………………………………2 分

又因为 $BG\subseteq$ 平面 BEF, $AC\not\subset$ 平面 BEF ……………4 分

故 $AC //$ 平面 BEF ……………………………………5 分

（2）由 AC 是四边形 $ABCD$ 的外接圆的直径，



（3）H 是 AC 与 BD 的交点，$AB=AD,\angle BAD=\dfrac{\pi}{3}$

有 ΔABD 为正三角形，取 AD 的中点为 K，连接 BK，

故 $AD\perp BK$ ………………6 分

又 $DE\perp$ 平面$ABCD, DE\subseteq$ 平面$ADEF$

故 平面$ABCD\perp$ 平面$ADEF$ …………………………7 分

又 平面$ABCD\perp$ 平面$ADEF$与AD

故由 $AD\perp BK$ 有 $BK\perp$ 平面$ADEF$

故点 B 到 平面$ADEF$ 的距离为 $BK=3$ ……………………………………………………8 分

又 $S_{直角梯形ADEF}=\dfrac{1}{2}(DE+AF)\cdot AD=\dfrac{1}{2}(4+2)\times 2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ ……………………………9 分

故 $V_{B-ADEF}=\dfrac{1}{3}\times 6\sqrt{3}\times 3=6\sqrt{3}$ …………………………………………………………10 分

同理有 $CH\perp$ 平面BDE

故
$V_{C-BDE}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}(DE\cdot BD)\cdot CH=\dfrac{1}{6}\times 4\times 2\sqrt{3}\times 1=\dfrac{4}{3}\sqrt{3}$ ……………………………11 分

故 $V_{多面体ABCDEF}=V_{B-ADEF}+V_{C-BDE}=6\sqrt{3}+\dfrac{4}{3}\sqrt{3}=\dfrac{22}{3}\sqrt{3}.$ ……………………………12 分

22. 解：（1） $f(x)$ 为偶函数 ……………………………………………………………1 分

证明：因为 $f(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}$，所以 $f(-x)=\dfrac{e^{-x}+e^{x}}{2}=f(x)$ ……………………………2 分

又函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ………………………………………………………………3 分

故 $f(x)$ 为偶函数 …………………………………………………………………………4 分

（2）令 $t=e^{x}\in(0,+\infty)$，则 $y=\dfrac{t+\frac{1}{t}}{2}$

由 $y=\dfrac{t+\frac{1}{t}}{2}$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增 …………………………………………………5 分

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增……………………………………………………6 分

由（1）知，$f(x)$ 为偶函数

对任意 $\theta, x \in \mathbf{R}$，$f\left[m(\sin\theta+\cos\theta)\right] \leqslant f\left(e^{x}+\sqrt{2}\right)$ 恒成立

即 $\left|m(\sin\theta+\cos\theta)\right| \leqslant \left|e^{x}+\sqrt{2}\right|$ ……………………………………………………………7 分

因为 $\sqrt{2} < \left|e^{x}+\sqrt{2}\right|$ ……………………………………………………………………………8 分

所以 $\left|m(\sin\theta+\cos\theta)\right| \leqslant \sqrt{2}$

即 $\left|\sqrt{2}m\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)\right| \leqslant \sqrt{2}$ ……………………………………………………………9 分

$\left|m\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)\right| \leqslant 1$ ……………………………………………………………………10 分

又 $\left|m\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)\right| \leqslant |m|$

所以 $|m| \leqslant 1$ ………………………………………………………………………………11 分

故 $m \in [-1,1]$ ……………………………………………………………………………………12 分