贵州省高三年级入学考试
数学试卷参考答案

1. C(提示：因为 $z=-1+2\mathrm{i}$，所以 $z\mathrm{i}=(-1+2\mathrm{i})\mathrm{i}=-2-\mathrm{i}$.)

2. D(提示：因为 $A=\{1,2,3\}$，当 $x=1,y\in A$ 时，$z=1-y$ 可取 $0,-1,-2$，当 $x=2,y\in A$ 时，$z=2-y$ 可取 $1,0,-1$，当 $x=3,y\in A$ 时，$z=3-y$ 可取 $2,1,0$，所以 $B=\{-2,-1,0,1,2\}$，$A\cup B=\{-2,-1,0,1,2,3\}$.)

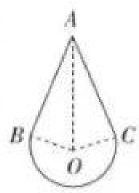
3. C(提示：由 $f(x)=\mathrm{e}^x+x^3f'(1)$，得 $f'(x)=\mathrm{e}^x+3x^2f'(1)$，故 $f'(1)=\mathrm{e}+3f'(1)$，解得 $f'(1)=-\frac{\mathrm{e}}{2}$，$f(x)=\mathrm{e}^x-\frac{\mathrm{e}}{2}x^3$，所以 $f(1)=\mathrm{e}-\frac{\mathrm{e}}{2}=\frac{\mathrm{e}}{2}$，选 C.)

4. A(提示：每天进步 2.01%，即 0.0201. 因为 $(1+0.0201)^{30}=[(1.01)^2]^{30}=[(1.01)^{30}]^2\approx1.3^2=1.69$，所以 30 天以后某同学的知识积累约为原来的 1.69 倍.)

5. C(提示：因为 $f(x)$ 为奇函数，$g(x)$ 为偶函数，且 $f(x)=g(x)-\mathrm{e}^x$，所以 $f(-1)=g(-1)-\frac{1}{\mathrm{e}}$，即 $-f(1)=g(1)-\frac{1}{\mathrm{e}}$. 又 $f(1)=g(1)-\mathrm{e}$，两式联立解得 $f(1)=\frac{1-\mathrm{e}^2}{2\mathrm{e}}$，$g(1)=\frac{1+\mathrm{e}^2}{2\mathrm{e}}$，所以 $h(1)=\frac{f(1)}{g(1)}=\frac{1-\mathrm{e}^2}{1+\mathrm{e}^2}$.)

6. B(提示：由题意得 $F(c,0)$，双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x$. 设点 A,B 的纵坐标依次为 y_1,y_2，因为 $\frac{c^2}{a^2}-\frac{y_1^2}{b^2}=1$，所以 $y_1=\frac{b^2}{a}$，所以 $|AF|=\frac{b^2}{a}$. 因为 $y_2=\frac{bc}{a}$，所以 $|BF|=\frac{bc}{a}$. 因为 $|AB|=|AF|$，所以 $\frac{bc}{a}=\frac{2b^2}{a}$，得 $c=2b$，所以 $a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{3}b$，故 $\frac{b}{a}=\frac{1}{\sqrt{3}}$，双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}x$，即 $x\pm\sqrt{3}y=0$，故选 B.)

7. D(提示：设优弧 BC 所在圆的圆心为 O，半径为 R，连接 OA,OB,OC，如图所示. 易知“水滴”的“竖直高度”为 $OA+R$，“水平宽度”为 $2R$，由题意知 $\frac{OA+R}{2R}=\frac{4}{3}$，解得 $OA=\frac{5}{3}R$. 因为 AB 与圆弧相切于点 B，所以 $OB\perp AB$.



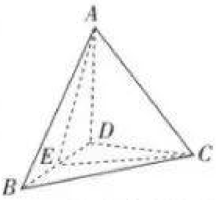
在 $\mathrm{Rt}\triangle ABO$ 中，$\sin\angle BAO=\frac{OB}{OA}=\frac{R}{\frac{5}{3}R}=\frac{3}{5}$，$\cos\angle BAO=\sqrt{1-\sin^2\angle BAO}=\frac{4}{5}$.

由对称性知，$\angle BAO=\angle CAO$，则 $\angle BAC=2\angle BAO$，

所以 $\sin\angle BAC=2\sin\angle BAO\cos\angle BAO=2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}$.)

8. B(提示：若这组数的个数为奇数，设为 $(2n-1)$ 个，则 $a_n=1010$，$a_{2n-1}=2024$，又 $a_1+a_{2n-1}=2a_n$，所以 $a_1=2\times1010-2024=-4$；若这组数的个数为偶数，设为 $2n$ 个，则 $a_n+a_{n+1}=2\times1010=2020$，$a_{2n}=2024$，又 $a_1+a_{2n}=a_n+a_{n+1}$，所以 $a_1=2020-2024=-4$.)

9. ABD(提示：如图所示，取 BD 的中点 E，连接 AE，CE. 因为 $AB=AD$，所以 $AE\perp BD$. 同理 $CE\perp BD$，所以 $BD\perp$ 平面 ACE，$BD\perp AC$，故 A 正确. 由题意可知，$AB=BC=CD=DA=BD$，当 $AC=BD$，三棱锥 $A-BCD$ 是正四面体时，$\triangle ACD$ 为等边三角形，故 B 正确. 当三棱锥 $A-BCD$ 是正四面体时，$AD\perp BC$，故 C 不正确. 当平面 ABD 与平面 BDC 垂直时，直线 AD 与平面 BCD 所成角的最大值为 $60°$，故 D 正确.)

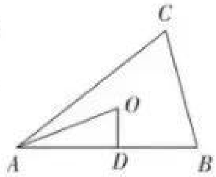


10. AB(提示：由题意可知直线 l_1，l_2 的斜率均存在且均不为 0. 因为抛物线 C 的焦点为 $F(1,0)$，所以不妨设 l_1 的斜率为 k，则 $l_1:y=k(x-1)$，$l_2:y=-\frac{1}{k}(x-1)$. 由 $\begin{cases}y^2=4x,\\ y=k(x-1),\end{cases}$ 消去 y 得 $k^2x^2-(2k^2+4)x+k^2=0$. 设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{2k^2+4}{k^2}=2+\frac{4}{k^2}$. 由抛物线的定义，知 $|AB|=x_1+x_2+2=4+\frac{4}{k^2}$. 同理可得 $|DE|=4+4k^2$，所以 $|AB|+|DE|=8+4(\frac{1}{k^2}+k^2)\geqslant 8+8=16$，当且仅当 $\frac{1}{k^2}=k^2$，即 $k=\pm 1$ 时，等号成立，所以 $|AB|+|DE|\in[16,+\infty)$，故选 AB.)

11. BC(提示：因为在这 [illegible] 人中随机抽取 1 人，成绩优秀的概率为 $\frac{2}{7}$，所以“优秀生”的人数为 $105\times\frac{2}{7}=30$，“潜力生”的人数为 [illegible]，所以 $a=30-10=20$，$b=75-30=45$. 因为 $\chi^2=\frac{105\times(10\times 30-20\times 45)^2}{30\times 75\times 50\times 55}\approx 6.109>3.841$，所以有 [illegible] 的把握认为成绩与班级有关，故选 BC.)

12. CD(提示：因为对任意 $x_1\in[1,3]$ 及对任意 $x_2\in[1,3]$，都有 $f(x_1)\geqslant g(x_2)$，所以 $f(x)_{min}\geqslant g(x)_{max}$. 当对任意 $x\in[1,3]$ 时，$f(x)=x+\frac{4}{x}\geqslant 2\sqrt{x\cdot\frac{4}{x}}=4$，当且仅当 $x=\frac{4}{x}$，即 $x=2$ 时，等号成立，所以在 $[1,3]$ 上 $f(x)_{min}=4$. 又 $g(x)=x^2-ax+1=(x-\frac{a}{2})^2+1-\frac{a^2}{4}$，当 $\frac{a}{2}\leqslant 2$，即 $a\leqslant 4$ 时，在 $[1,3]$ 上 $g(x)_{max}=g(3)=10-3a$，由 $4\geqslant 10-3a$，解得 $a\geqslant 2$，所以 $2\leqslant a\leqslant 4$；当 $\frac{a}{2}>2$，即 $a>4$ 时，在 $[1,3]$ 上 $g(x)_{max}=g(1)=2-a$，由 $4\geqslant 2-a$，解得 $a\geqslant -2$，所以 $a>4$. 综上可知，实数 a 的取值范围是 $[2,+\infty)$，故选 CD.)

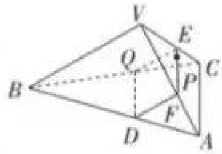
13. -14(提示：如图所示，过点 O 作 AB 的垂线，垂足为 D，则 $\overrightarrow{AO}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 方向上的投影向量为 $\overrightarrow{AD}$. 因为 O 为 $\triangle ABC$ 的外心，所以 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2=18$. 同理 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}^2=32$，所以 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AO}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=-\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=-32+18=-14$.)



14. 21(提示：依题意，得 $\lg(2^{67}-1)\approx\lg 2^{67}=67\lg 2\approx 67\times 0.301=20.167$，所以 $2^{67}-1\approx$

$10^{20.167}$，"梅森素数"$2^{67}-1$的位数为21.）

15. $\frac{\sqrt{2}}{4}$（提示：如图所示，在平面VAC内，过点P作$EF/\!/AC$分别交VA，VC于F，E. 在平面VBC内过点E作$EQ/\!/VB$交BC于点Q，在平面VAB内过点F作$FD/\!/VB$交BA于点D，连接DQ，则四边形$DFEQ$是过点P既平行于直线VB又平行于直线AC的截面. 易知四边形$DFEQ$是平行四边形. 因为$VB\perp VC$，$VB\perp VA$，$VA\cap VC=V$，VA，$VC\subset$平面VAC，所以$VB\perp$平面VAC，又$EF\subset$平面VAC，所以$VB\perp EF$. 又$EQ/\!/VB$，所以$EQ\perp EF$，所以平行四边形$DFEQ$是矩形. 因为$EF/\!/AC$，所以$\triangle VEF\backsim\triangle VCA$，设相似比为$k$，则$\frac{VF}{VA}=\frac{VE}{VC}=\frac{EF}{AC}=k$，因为$AC=\sqrt{2}$，所以$EF=\sqrt{2}k$.



因为$FD/\!/VB$，所以$\triangle AFD\backsim\triangle AVB$，则$\frac{AF}{VA}=\frac{AD}{BA}=\frac{FD}{VB}$，因为$\frac{AF}{VA}=\frac{VA-VF}{VA}=1-k$，所以$\frac{FD}{VB}=\frac{AF}{VA}=1-k$，即$FD=1-k$，故$S_{矩形FEQD}=EF\cdot FD=\sqrt{2}k\cdot(1-k)=-\sqrt{2}(k-\frac{1}{2})^2+\frac{\sqrt{2}}{4}$，所以当$k=\frac{1}{2}$时，$S_{矩形FEQD}$取得最大值$\frac{\sqrt{2}}{4}$.）

16. 4（提示：由于$M(x_1,y_1)$，$P(x_2,y_2)$是圆O上的两个动点，可得$M_1(-x_1,-y_1)$，$M_2(x_1,-y_1)$，且$x_1^2+y_1^2=4$，$x_2^2+y_2^2=4$，PM_1的方程为$\frac{y+y_1}{y_2+y_1}=\frac{x+x_1}{x_2+x_1}$，令$x=0$，得$y=m=\frac{x_1y_2-x_2y_1}{x_2+x_1}$.

PM_2的方程为$\frac{y+y_1}{y_2+y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$，令$x=0$，得$y=n=\frac{-x_1y_2-x_2y_1}{x_2-x_1}$，所以$m\cdot n=\frac{x_2^2y_1^2-x_1^2y_2^2}{x_2^2-x_1^2}$$=\frac{x_2^2(4-x_1^2)-x_1^2(4-x_2^2)}{x_2^2-x_1^2}=4$.）

17. 解：(1)因为平面四边形$ABCD$存在外接圆，

所以$\angle ABC=\pi-\angle ADC$，$\cos\angle ABC=-\cos\angle ADC=-\frac{4}{5}$，

$\sin\angle ABC=\sqrt{1-\cos^2\angle ABC}=\sqrt{1-(-\frac{4}{5})^2}=\frac{3}{5}$， …………………………………… (2分)

所以$\triangle ABC$的面积$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC\sin\angle ABC=\frac{1}{2}\times5\times2\times\frac{3}{5}=3$. …………… (4分)

(2)在$\triangle ABC$中，由余弦定理得

$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\angle ABC=5^2+2^2-2\times5\times2\times(-\frac{4}{5})=45$，

解得$AC=3\sqrt{5}$. ……………………………………………………………………………… (6分)

在$\triangle ADC$中，由余弦定理得$AC^2=DA^2+DC^2-2DA\cdot DC\cdot\cos\angle ADC$，

即$45=DA^2+DC^2-\frac{8}{5}DA\cdot DC=(DA+DC)^2-\frac{18}{5}DA\cdot DC$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。