

★2023年3月16日

2023年河南省五市高三第一次联合调研检测

数学(文科)

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,满分150分.考试时间为120分钟,其中第II卷22题,23题为选考题,其它题为必考题.考试结束后,将答题卡交回.

注意事项:

- 1.答题前,考生必须将自己的姓名、准考证号码填写清楚,将条形码准确粘贴在条形码区域内.
- 2.选择题必须用2B铅笔填涂;非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的签字笔书写,字体工整、笔迹清楚.
- 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试题卷上答题无效.
- 4.保持卡面清洁,不要折叠、不要弄破、不准使用涂改液、刮纸刀.

第I卷 选择题(共60分)

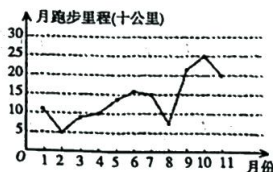
一、选择题:本题共12个小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- 1.已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x | y = \lg(5-x^2)\}$, 则 $A \cap B$ 等于
A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
- 2.已知复数 z 满足 $(1+i)z = 1-i$, 则 $1+z+z^2+z^3+\dots+z^{2023}$ 等于
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
- 3.已知 $|a|=2$, $|b|=1$, 且 $|a+b|=2$, 则 b 在 a 方向上的投影为
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

4.为迎接北京2022年冬奥会,小王选择以跑步的方式响应社区开展的“喜迎冬奥爱上运动”(如图)健身活动.依据小王2021年1月至2021年11月期间每月跑步的里程(单位:十公里)数据,整理并绘制的折线图(如图),根据该折线图,下列结论正确的是

- A.月跑步里程逐月增加
- B.月跑步里程的极差小于15
- C.月跑步里程的中位数为5月份对应的里程数
- D.1月至5月的月跑步里程的方差相对于6月至11月的月跑步里程的方差更大

喜迎冬奥 爱上运动



5.已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数,满足 $f(x-4)=f(-x)$, 且满足 $f(3x-1)$ 为奇函数,则下列说法一定正确的是

- A.函数 $f(x)$ 图象关于直线 $x=1$ 对称
 - B.函数 $f(x)$ 的周期为 2
 - C.函数 $f(x)$ 图象关于点 $(-\frac{1}{3}, 0)$ 中心对称
 - D. $f(2023)=0$
- 6.记正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $7S_2=3S_3$, 则该数列的公比 q 等于
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 3

高三数学(文科)试题 第1页(共4页)

15. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$, 点 P 是直线 $y = 4$ 上的动点, 过 P 作圆的两条切线, 切点分别为 A, B , 则 $|AB|$ 的最小值为 _____.

16. 已知函数 $f(x) = \left(\frac{2}{e^x+1} - 1\right) \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) - 3$, 则 $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的最大值与最小值之和为 _____.

三. 解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分

17. (本小题满分 12 分) 2019 年 12 月武汉出现的不明原因的病毒性肺炎, 后发现这种肺炎传染性极强, 春节到来时中央发出了武汉封城, 全国停工停产, 学校停课的决定. 到 2022 年底, 各地疫情不断, 因学校是人员密集场所, 所以会根据疫情情况不定时的停课. 停课不能停学, 师生们开始了在家网课教与学的常态化状态. 某网站为疫情在家学习的学生们提供了“学习强国”App 的学习平台. 某校为了调研学生在该 App 的学习情况, 研究人员随机抽取了 200 名学生进行调查, 将他们在该 App 上学习的时间转化为分数, 最长的学习时间赋为 100 分, 最短的学习时间为 0 分, 某两天的分数统计如下表所示:

分数	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100]
人数	50	100	20	30

(1) 现用分层抽样的方法从 80 分及以上的学员中随机抽取 5 人, 再从抽取的 5 人中随机选取 2 人作为学习小组长, 求所选取的两位小组长的分数都在 $[90, 100]$ 上的概率;

(2) 为了调查学生的学习情况是否受到家庭的影响, 研究人员随机抽取了有人陪伴在身边学习以及独自学习作出调查, 得到的数据如下表所示:

	有人陪伴在身边学习	独自学习
分数超过 80	220	110
分数不超过 80	80	90

判断是否有 99% 的把握认为“学习强国”App 得分情况受是否有人陪伴的影响.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

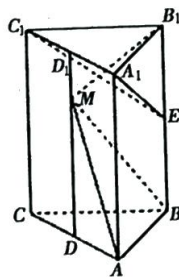
$P(K^2 \geq k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

18. (本小题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 设角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $(a+b)b = c^2$.

(1) 求证: $C = 2B$;

(2) 求 $\frac{a+4b}{b \cos B}$ 的最小值.

19. (本小题满分 12 分) 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=BC=\frac{1}{2}AA_1=2$, D, D_1, E 分别为 AC, A_1C_1, BB_1 的中点, $BC \perp A_1E$, 点 M 在线段 DD_1 上, 且 $\overrightarrow{DM} = \lambda \overrightarrow{DD_1}, \lambda \in \mathbf{R}$.



(1) 当 $\lambda = \frac{3}{4}$ 时, 证明: $B_1M \perp$ 平面 A_1C_1E ;

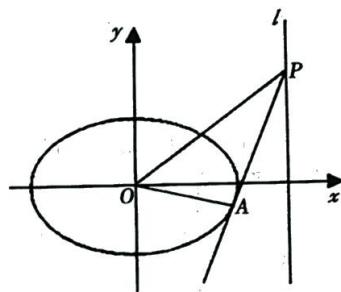
(2) 当 λ 为何值时, 点 D 到平面 ABM 的距离为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

20. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = (x+a)(\ln x + 3)$ ($a \in \mathbf{R}$).

(1) 若函数 $f(x)$ 在定义域内单调递增, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $a=2, f(x) > kx$ 在 $x \in (1, +\infty)$ 上恒成立, 求整数 k 的最大值. (参考数据: $\ln 2 \approx 0.69, \ln 3 \approx 1.1$)

21. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ ($a > 1$), 过直线 $l: x=2$ 上一点 P 作椭圆的切线, 切点为 A , 当 P 点在 x 轴上时, 切线 PA 的斜率为 $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.



(1) 求椭圆的方程;

(2) 设 O 为坐标原点, 求 $\triangle POA$ 面积的最小值.

选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) [选修 4—4: 坐标系与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 2\cos\varphi \\ y = 2\sin\varphi \end{cases}$ (φ 为参数), 以坐标原点为极点, 以 x 轴

的正半轴为极轴建立极坐标系. 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 4\sin\theta$.

(1) 写出 C_1 的极坐标方程;

(2) 设点 M 的极坐标为 $(4, \frac{\pi}{2})$, 射线 $\theta = \alpha$ ($\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$) 分别交 C_1, C_2 于 A, B 两点 (异于极点), 当

$\angle AMB = \frac{\pi}{4}$ 时, 求 $\tan\alpha$.

23. (本小题满分 10 分) [选修 4—5: 不等式选讲]

已知函数 $f(x) = |x+2| + |2x-3|$.

(1) 求不等式 $f(x) > 6$ 的解集;

(2) 若函数 $f(x)$ 的最小值为 m , 正实数 a, b 满足 $a^2 + \frac{b^2}{9} = m$, 证明: $\frac{1}{a} + \frac{3}{b} \geq \frac{4\sqrt{7}}{7}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

