高三数学参考答案、提示及评分细则

1. A　由 $A=\{x|y=\lg(x+2)\}=\{x|x+2>0\}=\{x|x>-2\}$，$B=\{x|2^{x-1}>2\}=\{x|2^{x-1}>2^1\}=\{x|x>2\}$，则 $\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x\leqslant 2\}$，所以 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=(-2,2]$.

2. C　设复数 $z=x+yi$，则 $\bar{z}=x-yi(x,y\in\mathbf{R})$，则 $z+2\bar{z}=x+yi+2x-2yi=3x-yi=2+i$，则 $x=\frac{2}{3}$，$y=-1$，所以 $z=\frac{2}{3}-i$.

3. B　设乙独立解出的概率为 P，由题意可得 $1-0.3\times(1-P)=0.94$，$\therefore P=0.8$.

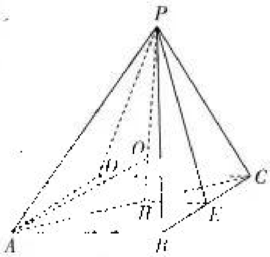
4. A　因为 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$，所以 $|\boldsymbol{a}|^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|^2=3$，因为 $|\boldsymbol{a}|=2$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$，所以 $4-2+|\boldsymbol{b}|^2=3$，所以 $|\boldsymbol{b}|=1$，$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{1}{2}$，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\pi}{3}$.

5. C　$(x^2-x+y)^6=[(x^2-x)+y]^6$，其展开式的通项为 $T_{r+1}=C_6^r(x^2-x)^{6-r}y^r$，若先满足 x^5y^2 中 y^2 的次数，则 $r=2$，可得 $T_3=15(x^2-x)^4y^2$，其中 $(x^2-x)^4$ 展开式的通项为 $T_{k+1}=C_4^k(x^2)^{4-k}(-x)^k=(-1)^kC_4^kx^{8-k}$，令 $8-k=5$，得 $k=3$，所以 $T_4=-4x^5$，故 x^5y^2 的系数为 $-4\times15=-60$.

6. B　函数 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 在区间 $(2,+\infty)$ 上单调递减，函数 $y=-x+4$ 在区间 $(2,+\infty)$ 上单调递减，故函数 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x-x+4$ 在区间 $(2,+\infty)$ 上单调递减，又 $f(2)>0$，$f(3)>0$，$f(4)>0$，$f(5)<0$，$\therefore x_0\in(4,5)$. $f(x_0)=0$，$x_1\in(2,x_0)$，$x_2\in(x_0,+\infty)$，则 $f(x_1)>0$，$f(x_2)<0$，即 $f(x_1)>f(x_2)$.

7. D　由题意知 $F(c,0)$ 到直线 $bx-ay=0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{3}a}{2}$，所以 $\frac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\sqrt{3}a}{2}$，因为 $a^2+b^2=c^2$，所以 $b=\frac{\sqrt{3}a}{2}$，$c^2=\frac{7}{4}a^2$，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{7}}{2}$.

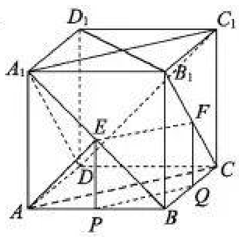
8. C　由题可得四棱锥 $P-ABCD$ 为正四棱锥，即有 $PA=PB=PC=PD$. 因为 $AD/\!/BC$，所以异面直线 PB 与 AD 所成的角为 $\angle PBC$. 取 BC 中点 E，则 $\tan\angle PBC=\frac{PE}{BE}=\frac{3}{2}$，所以 $PE=3$，$HP=\sqrt{5}$. 从而可以求得四棱锥 $P-ABCD$ 的表面积和体积分别为 $S=\frac{1}{2}\times4\times3\times4+4^2=40$，$V=\frac{1}{3}\times4\times4\times\sqrt{5}=\frac{16\sqrt{5}}{3}$，所以内切球的半径为 $r=\frac{3V}{S}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.



设四棱锥 $P-ABCD$ 外接球的球心为 O，外接球的半径为 R，则 $OP=OA$，则 $(\sqrt{5}-R)^2+(2\sqrt{2})^2=R^2$，解得 $R=\frac{13\sqrt{5}}{10}$，所以 $\frac{r}{R}=\frac{4}{13}$.

9. ABC　因为从 2016 年到 2022 年全社会固定资产的投资分别为 415.8，506.1，590.8，687.7，800.8，939.9，1054.1，所以 A 项正确；因为 $\frac{415.8+506.1+590.8+687.7+800.8+939.9+1054.1}{7}=713.6$，所以 B 项正确；2017 年的全社会固定资产投资增长率为 21.7%，为 2016 年到 2022 年的最大值，故 C 项正确；2019 年和 2020 年全社会固定资产投资的增长率均为 16.4%，均呈现增长趋势，故 D 项错误.

10. ABC　如图，取 AB 中点 P，BC 中点 Q，可得四边形 $EFQP$ 为矩形，又由 $PQ/\!/AC$，可知选项 A 正确；由 $AC\perp$ 平面 BDD_1B_1，可知选项 B 正确；如图知 $\triangle A_1DC_1$ 为等边三角形，故 $\angle C_1A_1D=60°$，由 $A_1C_1/\!/EF$，可知选项 C 正确；由 AE、CF 均在 $\triangle ACB_1$ 所在平面，知选项 D 错误.



11. ABD　$x\in\mathbf{R}$，令 $\tan\theta=2$，则 $\sin x+2\cos x=\sqrt{5}\sin(x+\theta)\in[-\sqrt{5},\sqrt{5}]$，从而 A 正确；

$\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$，$\alpha<\frac{\pi}{2}-\beta$，又 α,β 均为锐角，从而 $\sin\alpha<\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)=\cos\beta$，从而 B 正确；

$y=\cos(\frac{2}{3}x-\frac{7}{2}\pi)=-\sin\frac{2}{3}x$，为奇函数，从而 C 错误；

将 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，得到的是 $y=\sin[2(x-\frac{\pi}{4})+\frac{\pi}{4}]=\sin(2x-\frac{\pi}{4})$ 的图象，从而 D 正确.

12. ABC　由函数 $f(x)=2t^2-2t\ln x+\ln^2x$，$g(x)=\frac{m^2}{2}+2te^x-e^{2x}$，

$\because f(x)-g(x)>0$，整理得 $2t^2-2(e^x+\ln x)t+e^{2x}+\ln^2x-\frac{m^2}{2}>0(*)$，

由题意知"对任意 $t\in\mathbf{R}$，$x>0$，总有 $f(x)>g(x)$ 成立"等价于"不等式$(*)$对任意 $\forall t\in\mathbf{R}$ 恒成立"，$\Delta=4(e^x+\ln x)^2-$

$8\left(e^{2x}+\ln^2 x-\frac{m^2}{2}\right)<0$，整理得 $m^2<(e^x-\ln x)^2$，

$\because m>0$，且当 $x>0$ 时，$e^x-\ln x>0$，$\therefore m<e^x-\ln x, x>0$.

令 $\varphi(x)=e^x-\ln x, x>0$，则 $\varphi'(x)=e^x-\frac{1}{x}$，且在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

$\because \varphi'\left(\frac{1}{2}\right)=e^{\frac{1}{2}}-2<0, \varphi'(1)>0$，$\therefore$ 存在 $x_0\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，使得 $\varphi'(x_0)=e^{x_0}-\frac{1}{x_0}=0$，

且当 $x\in\left(\frac{1}{2},x_0\right)$ 时，$\varphi'(x)<0$，$\varphi(x)$ 单调递减；当 $x\in(x_0,1)$ 时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$ 单调递增，

$\therefore \varphi(x)_{\min}=\varphi(x_0)=e^{x_0}-\ln x_0$，又 $e^{x_0}-\frac{1}{x_0}=0$，$\therefore e^{x_0}=\frac{1}{x_0}$，$x_0=\ln\frac{1}{x_0}=-\ln x_0$，

$\therefore \varphi(x_0)=e^{x_0}-\ln x_0=\frac{1}{x_0}+x_0\in\left(2,\frac{5}{2}\right)$，$\therefore m<\varphi(x_0)\in\left(2,\frac{5}{2}\right)$.

13. $y=-x+1-\ln 2$　因为 $y'=(2x-\ )\ln 2x+x-2$，所以 $y'\big|_{x=2}=-1$，所求切线的斜率 $k=-1$，故所求切线方程为 $y=-x+1-\ln 2$. 来源：高三答案公众号

14. 15　这是一道可近似地看作等差数列问题，设首项为 2，则第 5 项为 4，所以总重量为 $\frac{(2+4)}{2}\times 5=15$ 斤.

15. -1　由条件可知 $T=2\pi=\frac{2\pi}{\omega}$，$\omega=1$，$f(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$，$f\left(\frac{5\pi}{6}\right)=2\sin\frac{7\pi}{6}=-1$.

16. $\sqrt{2}$　由题意可知，$F(2,0)$，$E(-2,0)$. 如图所示，过 A 作 $AB\perp l$，垂足为 B，

因为 $|AF|=|AB|$，所以 $\frac{|AE|}{|AF|}=\frac{|AE|}{|AB|}=\frac{1}{\sin\angle AEB}$.

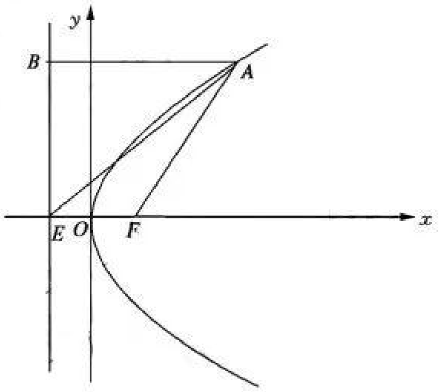
只要 $\sin\angle AEB$ 最小，满足题意，即 $\angle AEB$ 最小，结合图形可知，AE 与 C 相切时，$\angle AEB$ 最小.

设直线 AE 的方程为 $y=k(x+2)$.

由 $\begin{cases} y=k(x+2), \\ y^2=8x, \end{cases}$ 得 $y^2-\frac{8}{k}y+16=0$.

由 $\Delta=\left(-\frac{8}{k}\right)^2-4\times 16=0$，解之得 $k=1$ 或 $k=-1$（舍去）.

此时 $\sin\angle AEB=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{|AE|}{|AF|}$ 取得最大值 $\sqrt{2}$.



17. 解：(1) 由已知及正弦定理得 $\sin A=\sin B\cos C+\sin C\sin B$.

因为 $\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\sin C\cos B$.

所以 $\sin C\sin B=\sin C\cos B$，…………………………………………………… 2 分

因为 $\sin C\neq 0$，所以 $\sin B=\cos B$，因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\frac{\pi}{4}$. …………………………………… 3 分

(2) 因为 $\frac{a}{\sqrt{2}b+c}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$，

由正弦定理化简得 $\sqrt{2}\sin B+\sin C=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\sin A$，……………………………………… 4 分

又 $\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$，

所以 $\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin A+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos A=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\sin A$. ……………………………………… 6 分

所以 $1=\frac{\sqrt{6}}{2}\sin A-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos A=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A-\frac{1}{2}\cos A\right)=\sqrt{2}\sin\left(A-\frac{\pi}{6}\right)$. ……………………… 8 分

所以 $\sin\left(A-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，因为 $A\in\left(0,\frac{3\pi}{4}\right)$，所以 $A-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{12}\right)$，

所以 $A-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}$，$A=\frac{5\pi}{12}$. ……………………………………………………………… 10 分

18. 解：(1) 设公比为 q，由题知 $q\neq 1$，由 $\frac{S_3}{a_1}=\frac{3}{4}$，得 $\frac{\frac{a_1(1-q^3)}{1-q}}{a_1}=\frac{3}{4}$，即 $1+q+q^2=\frac{3}{4}$，

解得 $q=-\frac{1}{2}$. ……………………………………………………………………………… 4 分

(2) $S_n=\frac{m\left[1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{2m}{3}\cdot\left[1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right]$，…………………………………… 6 分

因为 $1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n>0$，所以由 $S_n\in[1,3]$ 得 $\frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n}\leqslant\frac{2m}{3}\leqslant\frac{3}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n}$， ………………………… 8分

注意到，当 n 为奇数时，$1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n=1+\left(\frac{1}{2}\right)^n\in\left(1,\frac{3}{2}\right]$；

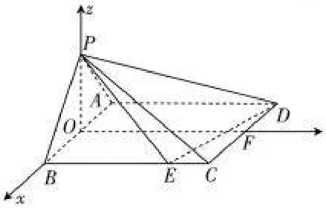
当 n 为偶数时，$1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\in\left[\frac{3}{4},1\right)$，

所以 $1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ 最大值为 $\frac{3}{2}$，最小值为 $\frac{3}{4}$. ………………………… 10分

对于任意的正整数 n 都有 $\frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n}\leqslant\frac{2m}{3}\leqslant\frac{3}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n}$，

所以 $\frac{4}{3}\leqslant\frac{2m}{3}\leqslant2$，解得 $2\leqslant m\leqslant3$. ………………………… 12分

19. (1)证明：因为四边形 $ABCD$ 是矩形，所以 $AD\perp AB$，
又平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PAB\cap$ 平面 $ABCD=AB$，$AD\subset$ 平面 $ABCD$，
所以 $AD\perp$ 平面 PAB. 因为 $PB\subset$ 平面 PAB，所以 $PB\perp AD$. ………………………… 2分
因为 $PB\perp PD$，$PD\cap AD=D$，$PD,AD\subset$ 平面 PAD，所以 $PB\perp$ 平面 PAD. ………………………… 4分
(2)解：如图，取 AB 中点为 O，连接 PO，由 $PB\perp$ 平面 PAD 知 $PA\perp PB$，
又 $PA=PB$，$AB=2$，所以 $PO=1$ 且 $PO\perp AB$，则 $PO\perp$ 平面 $ABCD$，
取 CD 中点 F，连接 OF，则 $OF\parallel AD$，由(1)知 $OF\perp$ 平面 PAB，
于是以 O 为坐标原点，OB,OF,OP 所在的直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴建立空间直角坐标系.



则 $C(1,3,0)$，$P(0,0,1)$，$D(-1,3,0)$，$E(1,2,0)$， ………………………… 7分
$\overrightarrow{PC}=(1,3,-1)$，$\overrightarrow{CD}=(-2,0,0)$，$\overrightarrow{PE}=(1,2,-1)$，$\overrightarrow{DE}=(2,-1,0)$. ………… 8分
设平面 CPD 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，平面 PDE 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$，

则由 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PC}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CD}=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x+3y-z=0,\\ -2x=0.\end{cases}$ 取 $y=1$ 得一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(0,1,3)$， ………………………… 9分

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PE}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0.\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_1+2y_1-z_1=0,\\ 2x_1-y_1=0.\end{cases}$ 取 $x_1=1$ 得一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,2,5)$. ………………………… 10分

设二面角 $C-PD-E$ 的平面角大小为 α，则 $\cos\alpha=|\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle|=\left|\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}\right|=\frac{17\sqrt{3}}{30}$. ………………………… 12分

20. 解：(1)甲班样本数据的平均值为 $\frac{1}{5}(8+13+28+32+39)=24$，

由此估计甲班学生每周平均熬夜时间24小时； ………………………… 2分

乙班样本数据的平均值为 $\frac{1}{5}(12+25+26+28+31)=24.4$，

由此估计乙班学生每周平均熬夜时间24.4小时. ………………………… 4分
(2)X 的可能取值为0，1，2，3，4. ………………………… 6分

$P(X=0)=\frac{C_2^2\cdot C_3^2}{C_5^2\cdot C_5^2}=\frac{3}{100}$，$P(X=1)=\frac{C_2^1\cdot C_3^1\cdot C_3^2+C_2^2\cdot C_3^1\cdot C_2^1}{C_5^2C_5^2}=\frac{6}{25}$， ………………………… 8分

$P(X=2)=\frac{C_2^1\cdot C_3^1\cdot C_3^1\cdot C_2^1+C_3^2\cdot C_3^2+C_2^2C_2^2}{C_5^2C_5^2}=\frac{23}{50}$， ………………………… 9分

$P(X=3)=\frac{C_3^2\cdot C_3^1\cdot C_2^1+C_2^1\cdot C_3^1\cdot C_2^2}{C_5^2\cdot C_5^2}=\frac{6}{25}$，$P(X=4)=\frac{C_3^2\cdot C_2^2}{C_5^2C_5^2}=\frac{3}{100}$. ………………………… 10分

X 的分布列是：

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{3}{100}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{23}{50}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{3}{100}$

………………………… 11分

$E(X)=0\times\frac{3}{100}+1\times\frac{6}{25}+2\times\frac{23}{50}+3\times\frac{6}{25}+4\times\frac{3}{100}=2$. ………………………… 12分

21. 解：(1)设椭圆 C 的方程为 $mx^2+ny^2=1(m>0,n>0,m\neq n)$.

因为过 $(2,0)\left(\sqrt{3},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 两点，故 $\begin{cases}4m=1,\\ 3m+\frac{3}{4}n=1,\end{cases}$ 解得 $m=\frac{1}{4}$，$n=\frac{1}{3}$， ………………………… 3分

所以椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. …………………………………………………………………… 4 分

(2)假设存在直线 l 满足题意.

(ⅰ)当直线 l 的斜率不存在时，此时 l 的方程为 $x=\pm 1$.

当 $l:x=1$ 时，$A\left(1,\frac{3}{2}\right)$，$B\left(1,-\frac{3}{2}\right)$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}\neq 0$，

同理可得，当 $l:x=-1$ 时，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}\neq 0$. …………………………………………………… 5 分

(ⅱ)当直线 l 的斜率存在时，设 l 的方程为 $y=kx+m$，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

因为直线 l 与圆 O 相切，所以$\frac{|m|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，即 $m^2=k^2+1$ ①，…………………………………… 6 分

联立方程组$\begin{cases}y=kx+m,\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$整理得$(3+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-12=0$，$\Delta=48(4k^2-m^2+3)>0$，

由根与系数的关系得$\begin{cases}x_1+x_2=\frac{-8km}{3+4k^2},\\ x_1x_2=\frac{4m^2-12}{3+4k^2}.\end{cases}$ ………………………………………………………… 7 分

因为$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，所以 $x_1x_2+y_1y_2=0$. ……………………………………………………… 8 分

所以 $x_1x_2+(kx_1+m)(kx_2+m)=(1+k^2)x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=0$，

所以$(1+k^2)\frac{4m^2-12}{3+4k^2}+km\frac{-8km}{3+4k^2}+m^2=0$，

整理得 $7m^2-12k^2-12=0$ ②，

联立①②，得 $k^2=-1$，此时方程无解. ……………………………………………………………… 11 分

由(ⅰ)(ⅱ)可知，不存在直线 l 满足题意. ………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1)当 $a=0$ 时，$f(x)=\frac{x}{\ln x}(x>0$ 且 $x\neq 1)$，$f'(x)=\frac{\ln x-1}{(\ln x)^2}$，令 $f'(x)>0$，得 $x>e$；令 $f'(x)<0$，得 $x\in(0,1)\cup(1,e)$，

……………………………………………………………………………………………… 3 分

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为$(e,+\infty)$，单调递减区间为$(0,1)$，$(1,e)$. ………………………… 4 分

(2)因为 $f(x)=\frac{x}{\ln x}-ax$，所以 $f'(x)=\frac{\ln x-1}{(\ln x)^2}-a=-\left(\frac{1}{\ln x}\right)^2+\frac{1}{\ln x}-a=-\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}-a$，

故当$\frac{1}{\ln x}=\frac{1}{2}$，即 $x=e^2$ 时，$f'(x)_{\max}=\frac{1}{4}-a$. ……………………………………………… 5 分

若存在 $x_1\in[e,e^2]$，使 $f(x_1)\leqslant\frac{1}{4}$ 成立，等价于当 $x\in[e,e^2]$ 时，有 $f(x)_{\min}\leqslant\frac{1}{4}$.

当 $a\geqslant\frac{1}{4}$ 时，$f(x)$ 在$[e,e^2]$上为减函数，

所以 $f(x)_{\min}=f(e^2)=\frac{e^2}{2}-ae^2\leqslant\frac{1}{4}$，故 $a\geqslant\frac{1}{2}-\frac{1}{4e^2}$. ……………………………………… 7 分

当 $0<a<\frac{1}{4}$ 时，由于 $f'(x)=-\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}-a$ 在$[e,e^2]$上为增函数，

故 $f'(x)$ 的值域为$\left[-a,\frac{1}{4}-a\right]$. ……………………………………………………………… 8 分

由 $f'(x)$ 的单调性和值域知，

存在唯一 $x_0\in(e,e^2)$，使 $f'(x)=0$，且满足：

当 $x\in[e,x_0)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 为减函数；当 $x\in(x_0,e^2]$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 为增函数.

所以 $f(x)_{\min}=f(x_0)=\frac{x_0}{\ln x_0}-ax_0\leqslant\frac{1}{4}$，$x_0\in(e,e^2)$.

所以 $a\geqslant\frac{1}{\ln x_0}-\frac{1}{4x_0}>\frac{1}{\ln e^2}-\frac{1}{4e}>\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$，与 $0<a<\frac{1}{4}$ 矛盾，不合题意. ……………………… 10 分

又由(1)知 $a=0$ 时，$f(x)$ 在$[e,e^2]$上单调递增，$\therefore f(x)_{\min}=f(e)=\frac{1}{e}>\frac{1}{4}$，不满足题意. ……………………… 11 分

综上，得 $a\geqslant\frac{1}{2}-\frac{1}{4e^2}$. ……………………………………………………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。