商洛市2022～2023学年度第二学期教学质量抽样监测
高二年级数学试卷参考答案(文科)

1. C　因为 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{x|x>\frac{5}{2}\}$，所以 $A\cap B=\{3,4,5\}$.

2. A　因为 $z=\frac{|1-\mathrm{i}|}{1-\mathrm{i}}=\frac{\sqrt{2}(1+\mathrm{i})}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{i}$，所以 z 的虚部为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. B　因为 $f(x)$是奇函数，所以 $f(-2)=-f(2)=-(2^3+2^2+2)=-14$.

4. D　设该等比数列为$\{a_n\}$，则 $a_1+a_2=a_1-3a_1=-2a_1=10$，$a_1=-5$，所以 $a_3=(-3)^2a_1=-45$.

5. B　由 $2\pi x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $x=\frac{5}{12}+\frac{k}{2}(k\in\mathbf{Z})$.

6. D　由图可知，猪肉、鸡蛋、鲜果、禽肉、粮食、食用油这6种食品中，粮食价格同比涨幅最小，所以A错误. $34.4\%<5\times8.5\%$，所以B错误. 去年11月鲜菜价格要比今年11月高，所以C错误. 因为$\frac{1}{7}\times(-21.2\%+7.6\%+3\%+8.5\%+9.6\%+10.4\%+34.4\%)>\frac{1}{7}\times(-22\%+7\%+3\%+8\%+9\%+10\%+34\%)=\frac{1}{7}\times49\%=7\%$，所以D正确.

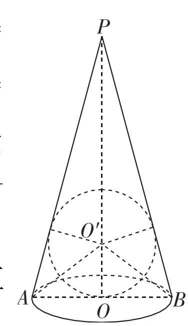
7. A　依题意可设 C 的标准方程为 $y^2=-2px(p>0)$，因为 C 的焦点到准线的距离为3，所以 $p=3$，所以 C 的标准方程为 $y^2=-6x$.

8. C　依题意可知，甲有3种选择，乙也有3种选择，则通过枚举可知甲、乙的参赛歌曲的选择共有9种，其中两人没有相同的参赛歌曲的情况只有1种，就是甲选《难却》《许愿》，乙选《兰亭序》《最初的梦想》，故所求概率为 $1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$.

9. D　由三视图可知，该几何体是四分之一个圆柱(高为2，底面半径为3)，其体积 $V=\frac{1}{4}\pi\times3^2\times2=\frac{9\pi}{2}$.

10. D　因为 $f(x)=\frac{1}{2}f'(1)x^2+\ln x+\frac{f(1)}{3x}$，所以 $f'(x)=f'(1)x+\frac{1}{x}-\frac{f(1)}{3x^2}$，则 $f'(1)=f'(1)+1-\frac{f(1)}{3}$，解得 $f(1)=3$. 由 $f(1)=\frac{1}{2}f'(1)+\frac{f(1)}{3}$，解得 $f'(1)=4$，则 $f'(x)=4x+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}$，$f'(2)=\frac{33}{4}$.

11. A　由题意得该圆锥的母线长为4，设圆锥的底面半径为 R，高为 h，由 $2\pi R=4\times\frac{\pi}{2}$，得 $R=1$，则 $h=\sqrt{l^2-R^2}=\sqrt{15}$，所以该圆锥的表面积为 $\pi R^2+\pi Rl=5\pi$. 如图，圆锥 PO 内切球的半径等于$\triangle PAB$ 内切圆的半径，设$\triangle PAB$ 的内切圆为圆 O'，其半径为 r，由 $S_{\triangle PAB}=S_{\triangle PAO'}+S_{\triangle PBO'}+S_{\triangle ABO'}$，得$\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{15}=\frac{1}{2}\times4r+\frac{1}{2}\times4r+\frac{1}{2}\times2r$，得 $r=\frac{\sqrt{15}}{5}$，故能制作的零件表面积的最大值



为 $4\pi r^2=\frac{12\pi}{5}$.

12. A　因为 $f(x)=\log_{0.2}(x^2-x+1)$，所以 $f(x)=f(1-x)$，且 $f(x)$ 在 $(\frac{1}{2},+\infty)$ 上单调递减.

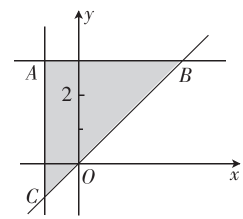
因为 $a=\log_2 3>1$，$\frac{1}{2}<b=\log_3 2<1$，$b+c=\log_3 2\sqrt{2}<\log_3 3=1$，

所以 $f(a)<f(c)<f(b)$.

13. 1　因为 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，所以 $x(x+2)-3=0$，解得 $x=1$ 或 $x=-3$，所以正数 $x=1$.

14. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　因为 E 的一条渐近线的倾斜角为 $30°$，所以 $\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 E 的离心率 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}$ $=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

15. 8　作出不等式组 $\begin{cases}y\leqslant 3,\\ y\geqslant x,\\ x\geqslant -1\end{cases}$ 表示的可行域，如图所示，其中 $A(-1,3)$，$B(3,3)$，$C(-1,-1)$，



则可行域的面积为 $\frac{1}{2}\times[3-(-1)]^2=8$.

16. 15　设 $S_6=x$，则 $S_6-S_3=x-6$，$S_9-S_6=27-x$，则 $2(x-6)=6+27-x$，解得 $x=15$.

17. 解：(1)因为 $a=b\sin A+\sqrt{3}a\cos B$，所以 $\sin A=\sin B\sin A+\sqrt{3}\sin A\cos B$. ………… 1 分

又 $\sin A\neq 0$，所以 $\sin B+\sqrt{3}\cos B=1$，………………………………………… 2 分

则 $2\sin(B+\frac{\pi}{3})=1$，即 $\sin(B+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$. ……………………………………… 4 分

又 $B+\frac{\pi}{3}\in(\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3})$，所以 $B+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}$，……………………………………… 5 分

故 $B=\frac{\pi}{2}$. …………………………………………………………………… 6 分

(2)因为 $B=\frac{\pi}{2}$，所以 $a^2+c^2=b^2=16$. ………………………………………… 7 分

$\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}ac=4$，即 $ac=8$，………………………………………… 8 分

则 $(a+c)^2=a^2+c^2+2ac=32$，……………………………………………… 10 分

即 $a+c=4\sqrt{2}$，…………………………………………………………… 11 分

从而 $\triangle ABC$ 的周长为 $4+4\sqrt{2}$. ………………………………………………… 12 分

18. 解：(1) $\bar{x}_{甲}=\frac{88+89+91+92+93+93+95+95}{8}=92$，………………………… 2 分

$\bar{x}_{乙}=\frac{88+90+90+90+92+92+92+94}{8}=91$，……………………………… 4 分

因为 $92>91$，所以甲的面试分数的平均分更高. ……………………………… 6 分

(2)因为笔试分数和面试分数的加权比为 6∶4，

所以甲的综合分数为 $92\times\frac{6}{10}+92\times\frac{4}{10}=92$，……………………………… 8 分

乙的综合分数为 $94\times\frac{6}{10}+91\times\frac{4}{10}=92.8$，………………………………… 10 分

因为 $92.8>92$,所以乙的综合分数更高,故应该录取乙. …………………………………… 12 分

19.(1)证明:$\because A_1B_1^2+B_1C_1^2=A_1C_1^2$,$\therefore A_1B_1\perp B_1C_1$. ……………………………… 2 分

又 $BB_1\perp$平面 $A_1B_1C_1$,$\therefore BB_1\perp A_1B_1$. ………………………………………………… 4 分

$\because B_1C_1\cap BB_1=B_1$,$\therefore A_1B_1\perp$平面 BB_1C_1P. ……………………………………… 6 分

(2)解:$\because BB_1\perp$平面 $A_1B_1C_1$,$\therefore BB_1\perp B_1C_1$. ……………………………………… 7 分

$\because BB_1/\!/CC_1$,$\therefore$四边形 BB_1C_1P 为梯形. ……………………………………………… 8 分

设 $C_1P=x$,则 $BB_1=CC_1=2x$,

由(1)知 $V_{A_1-BB_1C_1P}=\frac{1}{3}A_1B_1\times\frac{1}{2}\times(x+2x)\times B_1C_1=6x=12$, …………………… 10 分

解得 $x=2$,则 $BB_1=2x=4$. ………………………………………………………………… 12 分

20.解:(1)因为 $a=0$,所以 $f(x)=2x^3-6x^2$,$f'(x)=6x^2-12x=6x(x-2)$. …………… 1 分

当 $x\in(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$时,$f'(x)>0$,当 $x\in(0,2)$时,$f'(x)<0$,故 $f(x)$的单调递增区间为$(-\infty,0)$和$(2,+\infty)$,单调递减区间为$(0,2)$. ……………………………………… 3 分

因为 $f(-2)=-40$,$f(0)=0$,$f(2)=-8$,$f(4)=32$, …………………………………………… 5 分

所以 $f(x)$在$[-2,4]$上的最大值为 32,最小值为-40. ……………………………………… 6 分

(2)因为 $f(x)=2x^3+3(a-2)x^2-12ax$,所以 $f'(x)=6x^2+6(a-2)x-12a=6(x+a)(x-2)$. ……………………………………………………………………………………………… 7 分

令 $f'(x)=0$,得 $x=-a$ 或 $x=2$. ………………………………………………………… 8 分

当$-a<2$,即 $a>-2$ 时,由 $f'(x)>0$,解得 $x<-a$ 或 $x>2$,由 $f'(x)<0$,解得$-a<x<2$. ……………………………………………………………………………………………… 9 分

当$-a=2$,即 $a=-2$ 时,$f'(x)\geqslant0$ 恒成立. ………………………………………………… 10 分

当$-a>2$,即 $a<-2$ 时,由 $f'(x)>0$,解得 $x<2$ 或 $x>-a$,由 $f'(x)<0$,解得 $2<x<-a$. ……………………………………………………………………………………………… 11 分

综上所述,当 $a>-2$ 时,$f(x)$的单调递增区间为$(-\infty,-a)$和$(2,+\infty)$,单调递减区间为$(-a,2)$;当 $a=-2$ 时,$f(x)$的单调递增区间为$(-\infty,+\infty)$,无单调递减区间;当 $a<-2$ 时,$f(x)$的单调递增区间为$(-\infty,2)$和$(-a,+\infty)$,单调递减区间为$(2,-a)$. ……… 12 分

21.解:(1)由题可知,$a=2$. ……………………………………………………………… 1 分

当直线 l 的斜率不存在时,由$|PQ|=3$,得$\frac{1}{4}+\frac{9}{4b^2}=1$,则 $b^2=3$, ………………………… 3 分

故椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ……………………………………………………… 4 分

(2)法一:当直线 l 的斜率不存在时,$\triangle APQ$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\times3\times[1-(-2)]=\frac{9}{2}$. …… 5 分

当直线 l 的斜率存在时,设 l 的方程为 $y=k(x-1)$,$P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$.

联立方程组$\begin{cases}y=k(x-1),\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$消去 y 整理得$(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$, …………… 6 分

则 $x_1+x_2=\frac{8k^2}{3+4k^2}$,$x_1x_2=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}$. …………………………………………… 7 分

$|PQ|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{12(1+k^2)}{3+4k^2}$, ……………………………… 8 分

点 A 到直线 l 的距离 $d=\frac{3|k|}{\sqrt{1+k^2}}$, ……………………………………………………… 9 分

则$\triangle APQ$的面积$S=\frac{1}{2}|PQ|d=\frac{18|k|\sqrt{1+k^2}}{3+4k^2}=\frac{9}{2}\sqrt{\frac{-3}{(3+4k^2)^2}-\frac{2}{3+4k^2}+1}$. …… 10 分

因为$k^2>0$,所以$0<\frac{1}{3+4k^2}<\frac{1}{3}$,

则$0<-\frac{3}{(3+4k^2)^2}-\frac{2}{3+4k^2}+1<1$,$0<\frac{9}{2}\sqrt{\frac{-3}{(3+4k^2)^2}-\frac{2}{3+4k^2}+1}<\frac{9}{2}$. ………… 11 分

综上所述,$\triangle APQ$面积的取值范围为$(0,\frac{9}{2}]$. …………………………………………………… 12 分

法二:依题意可设直线l的方程为$x=ty+1$,$P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$.

联立方程组$\begin{cases}x=ty+1,\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$消去$x$整理得$(3t^2+4)y^2+6ty-9=0$, ………………………… 5 分

则$y_1+y_2=-\frac{6t}{3t^2+4}$,$y_1y_2=-\frac{9}{3t^2+4}$. ……………………………………………………… 6 分

$|PQ|=\sqrt{1+t^2}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\frac{12t^2+12}{3t^2+4}$. ……………………………………………… 7 分

点A到直线l的距离$d=\frac{3}{\sqrt{1+t^2}}$, ……………………………………………………………… 8 分

则$\triangle APQ$的面积$S=\frac{1}{2}|PQ|d=\frac{18\sqrt{1+t^2}}{3t^2+4}=\frac{18}{3\sqrt{1+t^2}+\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}}$. ……………………………… 9 分

因为$\sqrt{1+t^2}\geqslant 1$,所以$3\sqrt{1+t^2}+\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}\geqslant 4$,所以$0<\frac{18}{3\sqrt{1+t^2}+\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}}\leqslant\frac{9}{2}$. …… 11 分

故$\triangle APQ$面积的取值范围为$(0,\frac{9}{2}]$. …………………………………………………………… 12 分

22. 解:(1)圆C的普通方程为$(x-3)^2+(y+2)^2=16$. …………………………………………… 2 分

由$\rho^2-12\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta=-39$,得$x^2+y^2-12x-4y+39=0$, ………………………… 4 分

即$(x-6)^2+(y-2)^2=1$,

所以圆D的直角坐标方程为$(x-6)^2+(y-2)^2=1$. ……………………………………… 5 分

(2)由(1)知圆C的圆心为$C(3,-2)$,半径为4, ………………………………………………… 6 分

圆D的圆心为$D(6,2)$,半径为1. ……………………………………………………………… 7 分

因为$|CD|=\sqrt{(3-6)^2+(-2-2)^2}=5=4+1$, ……………………………………………… 9 分

所以圆C与圆D外切. ………………………………………………………………………… 10 分

23. (1)解:由$f(x)=|2x-3|<7$,得$-7<2x-3<7$, ……………………………………………… 2 分

解得$-2<x<5$, ………………………………………………………………………………… 4 分

所以不等式$f(x)<7$的解集为$(-2,5)$. …………………………………………………………… 5 分

(2)证明:因为$|f(x)-|2x-7||=|2x-3-(2x-7)|=4$, ……………………………………… 7 分

所以$-4\leqslant f(x)-|2x-7|\leqslant 4$. ……………………………………………………………… 8 分

因为$x^2-2x+\sqrt{26}=(x-1)^2+\sqrt{26}-1\geqslant\sqrt{26}-1>5-1=4$,

所以$f(x)-|2x-7|<x^2-2x+\sqrt{26}$. …………………………………………………………… 10 分