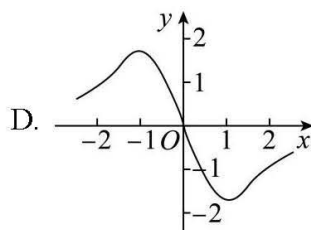
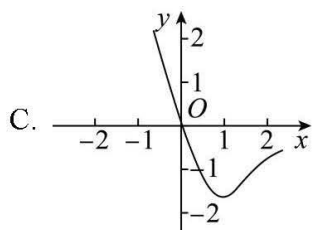
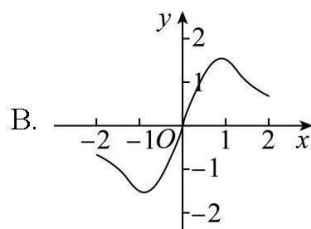
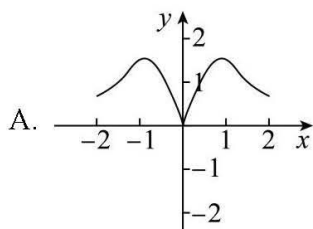


灌南高级中学 2023-2024 学年第一学期高三数学试卷 (2)

命题人： 审核人： 考试时间：120 分钟 总分：150 分

一、单选题

1. 设 a, b, c 为实数, 且 $a < b < 0$, 则下列不等式正确的是 ()
 A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $ac^2 < bc^2$ C. $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$ D. $a^2 > ab > b^2$
2. 设集合 $A = \{2, 3, a^2 - 2a - 3\}$, $B = \{0, 3\}$, $C = \{2, a\}$. 若 $B \subseteq A$, $A \cap C = \{2\}$, 则 $a =$ ()
 A. -3 B. -1 C. 1 D. 3
3. 已知 $p: x^2 - x < 0$, 那么命题 p 的一个必要条件是 ()
 A. $0 < x < 1$ B. $-1 < x < 1$ C. $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2} < x < 2$
4. 若不等式 $2kx^2 + kx - \frac{3}{8} < 0$ 对一切实数 x 都成立, 则 k 的取值范围为 ()
 A. $-3 < k < 0$ B. $-3 \leq k < 0$ C. $-3 \leq k \leq 0$ D. $-3 < k \leq 0$
5. 已知 $a > 0, b > 0, 4a + b = 2$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值是 ()
 A. 4 B. $\frac{9}{2}$ C. 5 D. 9
6. 设 $a = 3^{0.7}$, $b = (\frac{1}{3})^{-0.8}$, $c = \log_{0.7} 0.8$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
 A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$
7. 函数 $f(x) = \frac{3^{-x} - 3^x}{x^4 + 1}$ 的部分图象大致为 ()



8. 已知函数 $f(x)$ 是定义在区间 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的偶函数, 且当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) =$

$$\begin{cases} 2^{|x-1|}, & 0 < x \leq 2 \\ f(x-2) - 1, & x > 2 \end{cases}$$

则方程 $f(x) + \frac{1}{8}x^2 = 2$ 根的个数为()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、多选题

9. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $2a + b = ab$, 则()

- A. $ab \geq 8$ B. $a + b \leq 3 + 2\sqrt{2}$ C. $b > 2$ D. $a > 1$

10. 下列叙述中正确的是()

- A. 若 $m - 2 < x < m + 2$ 是 $1 < x < 3$ 的必要不充分条件, 则 $1 < m < 3$
 B. 若 a, b, c 均为实数, 则“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的必要不充分条件
 C. 若 $\exists x \in [\frac{1}{2}, 3]$, 使不等式 $x^2 - ax + 1 \geq 0$ 成立, 则 $a \leq 2$
 D. “ $a > 1$ ”是“ $\frac{1}{a} < 1$ ”的充分不必要条件

11. 已知函数 $f(x)$ 为 R 上的奇函数, $g(x) = f(x + 1)$ 为偶函数, 下列说法正确的有()

- A. $f(x)$ 图象关于直线 $x = -1$ 对称 B. $g(2023) = 0$
 C. $g(x)$ 的最小正周期为4 D. 对任意 $x \in R$ 都有 $f(2 - x) = f(x)$

12. 下列说法正确的是()

- A. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $[0, 1]$
 B. $y = (\frac{1}{2})^{-x^2+1}$ 的最大值为 $\frac{1}{2}$
 C. $y = \frac{x+1}{x+2}$ 的图象关于 $(-2, 1)$ 成中心对称
 D. 函数 $f(x) = \log_2(x^2 - 4x - 5)$ 的减区间是 $(-\infty, 2)$

三、填空题

13. 计算: $\frac{1}{3} \lg 8 - (\pi + 1)^0 + 27^{\frac{1}{3}} + \lg 50 =$ _____.

14. 已知 $-1 \leq a + b \leq 1, 1 \leq a - 2b \leq 3$, 则 $a + 3b$ 的范围是_____.

15. 已知集合 $A = \{x | 2a + 1 \leq x \leq 3a - 5\}, B = \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 19\}$. 若 $A \subseteq (A \cap B)$, 则实数 a 的取值范围是_____.

16. 定义在 R 上的奇函数 $f(x)$, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \begin{cases} -\frac{2x}{x+1}, & x \in [0, 1), \\ 1 - |x - 3|, & x \in [1, +\infty), \end{cases}$ 则函数 $F(x) =$

$f(x) - \frac{1}{\pi}$ 的所有零点之和为_____.

四、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 已知 $2a\cos A = -\sqrt{3}(c\cos B + b\cos C)$.

(1)求角 A ;

(2)若 $b = 2$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 a 的值.

18. 在① $a_2 + a_3 = a_5 - b_1$, ② $a_2 \cdot a_3 = 2a_7$, ③ $S_3 = 15$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面的问题中, 并解答.

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d > 0$, 前 n 项和为 S_n , 若_____, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 1, b_2 = \frac{1}{3}$,

$$a_n b_{n+1} = n b_n - b_{n+1}.$$

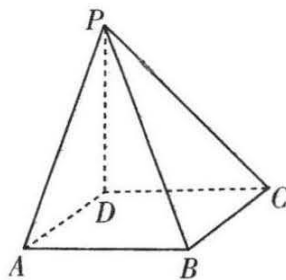
(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2)求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

19. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PD = DC$.

(1)求直线 PB 与平面 PAC 所成角的正弦值;

(2)求二面角 $A-PC-B$ 的余弦值.



20. 乒乓球被称为我国的国球，是一种深受人们喜爱的球类体育项目。某次乒乓球比赛中，比赛规则如下：比赛以 11 分为一局，采取七局四胜制。在一局比赛中，先得 11 分的选手为胜方；如果比赛一旦出现 10 平，先连续多得 2 分的选手为胜方。

(1) 假设甲选手在每一分争夺中得分的概率为 $\frac{2}{3}$ 。在一局比赛中，若现在甲、乙两名选手的得分为 8 比 8 平，求这局比赛甲以先得 11 分获胜的概率。

(2) 假设甲选手每局获胜的概率为 $\frac{3}{4}$ ，在前三局甲获胜的前提下，记 X 表示到比赛结束时还需要比赛的局数，求 X 的分布列及数学期望。

21. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右顶点分别为 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ ，离心率为 2。

(1) 过右焦点 F 的直线 l 与双曲线 C 交于 P, Q 两点，且 $\triangle BPQ$ 的面积是 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ，求直线 l 的方程；

(2) 设点 M, N 在双曲线 C 的右支上，直线 AM, BN 在 y 轴上的截距之比为 1:3，证明：直线 MN 过定点。

22. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - \ln x$ 。

(1) 若 $a = 1$ ，求 $f(x)$ 的极值。

(2) 若方程 $f(x) = 1$ 在区间 $[1, 2]$ 上有解，求实数 a 的取值范围。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线

