绝密★启用前

2023年高三1月大联考（全国乙卷）

理科数学

本卷满分150分，考试时间120分钟。

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x|x>0\}$， $B=\{x|3x^2-2x-1\le 0\}$，则 $\complement_{\mathbf{R}}(A\cup B)=$

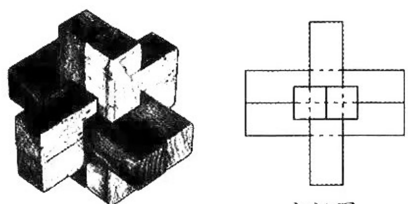
A．$(-\infty,-\frac{1}{3})$　　B．$(-\infty,0]\cup(\frac{1}{3},+\infty)$

C．$(-\infty,-1)$　　D．$(-\infty,0]\cup(1,+\infty)$

2．已知i为虚数单位，复数 z 的共轭复数为 $\overline{z}$，且 $z+2\overline{z}=3+2\mathrm{i}$，则 $\frac{1}{z}=$

A．$\frac{1}{5}-\frac{2}{5}\mathrm{i}$　　B．$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\mathrm{i}$　　C．$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　D．$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$

3．榫卯，是一种中国传统建筑、家具及其他器械的主要结构方式，是在两个构件上采用凹凸部位相结合的一种连接方式．春秋时期著名的工匠鲁班运用榫卯结构制作出了鲁班锁，且鲁班锁可拆解，但是要将它们拼接起来则需要较高的空间思维能力和足够的耐心．如图（1），六通鲁班锁是由六块长度大小一样，中间各有着不同镂空的长条形木块组装而成．其主视图如图（2）所示，则其侧视图为



主视图

图(1)　图(2)

A　　B　　C　　D

4．已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,3)$，$|\boldsymbol{b}|=2$，且 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{10}$，则 $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=$

A．1　　B．14　　C．$\sqrt{14}$　　D．$\sqrt{10}$

5．已知 $\sin\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha=\frac{2}{3}$，则 $\cos(2\alpha+\frac{\pi}{3})=$

A．$-\frac{1}{9}$　　B．$\frac{1}{9}$　　C．$\frac{7}{9}$　　D．$-\frac{7}{9}$

6．使得"函数 $f(x)=3^{x^2-3tx}$ 在区间 $(2,3)$ 上单调递减"成立的一个充分不必要条件可以是

A．$t\geq 2$　　B．$t\leq 2$　　C．$t\geq 3$　　D．$\frac{4}{3}\leq t\leq 3$

7．某精密仪器易因电压不稳损坏，自初装起，第一次电压不稳仪器损坏的概率为 0.1.若在第一次电压不稳仪器未损坏的条件下，第二次电压不稳仪器损坏的概率为 0.2，则连续两次电压不稳仪器未损坏的概率为

A．0.72　　B．0.7　　C．0.2　　D．0.18

8．已知函数 $f(x)=4\cos x$，将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，再将所得函数图象上所有点的纵坐标不变，横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}(\omega>0)$ 倍得到函数 $g(x)$ 的图象，若函数 $h(x)=g(x)-2$ 在 $(0,2\pi)$ 上有且仅有 4 个零点，则实数 ω 的取值范围为

A．$[2,3)$　　B．$(2,\frac{8}{3}]$　　C．$(1,3]$　　D．$[\frac{8}{3},3)$

9．已知 $a=\log_{1.2}1.1$，$b=1.2^{1.1}$，$c=1.1^{1.2}$，则

A．$a<b<c$　　B．$b<a<c$　　C．$c<a<b$　　D．$a<c<b$

10．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $2a_{n+1}=a_n-1, a_1=1$，设 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，不等式

$\frac{6n-7}{a_n+S_n+4n-8}\leq\lambda$ 恒成立，则 λ 的最小值为

A．$\frac{1}{2}$　　B．2　　C．5　　D．6

11．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左顶点为$A$，右焦点为$F$，以线段$AF$为直径的圆$M$与双曲线的一条渐近线相交于$B,D$两点，且满足$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OD}=-2$（$O$为坐标原点），若圆$M$的面积$S$满足$S\in[\frac{9\pi}{4},\frac{25\pi}{8}]$，则双曲线$C$的离心率$e$的取值范围是

A．$[\frac{7}{4},2]$　　B．$[2,4]$　　C．$[\frac{7}{4},4]$　　D．$(1,2]$

12．已知函数$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，且满足$f(1-x)+f(x-1)=0$，$f(x+8)=f(x)$，$f(1)=1$，$f(3)=-1$，$f(x)=\begin{cases}-(x+a)^2+1,0<x\le 2\\|x+b|-1,2<x\le 4\end{cases}$，给出下列结论：

① $a=-1,b=-3$；

② $f(2023)=1$；

③当$x\in[-4,6]$时，$f(x)<0$的解集为$(-2,0)\cup(2,4)$；

④若函数$f(x)$的图象与直线$y=mx$　m在y轴右侧有3个交点，则实数m的取值范围是$(-\frac{1}{2},-\frac{1}{6})\cup(16-6\sqrt{7},\frac{1}{4})$．

其中正确结论的个数为

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．$(x-1)(1+\frac{1}{x})^6$的展开式中含$\frac{1}{x}$项的系数为________．

14．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=-5,a_2=-3$，且对任意$n\in\mathbf{N}^*$，都有$\frac{2S_{n+1}}{n+1}=\frac{S_n}{n}+\frac{S_{n+2}}{n+2}$，则$a_{2023}=$________．

15．已知抛物线$y^2=4x$,其准线为l且与x轴交于点D，其焦点为F，过焦点F的直线交抛物线于A，B两点，过点A作准线l的垂线，垂足为H．若$|AH|=2|BF|$，则线段HF的长度为________．

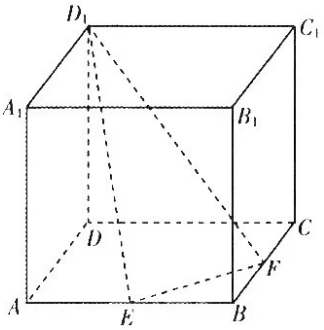
16．如图，已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，E，F分别为AB，BC的中点，则下列说法正确的是________．（填写所有正确说法的序号）

①平面D_1EF截正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$所得截面图形的周长为$3\sqrt{2}+2\sqrt{5}$；

②点 B 到平面 D_1EF 的距离为 $\frac{\sqrt{17}}{17}$；

③平面 D_1EF 将正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 分割成两部分，较小一部分的体积为 $\frac{25}{9}$；

④三棱锥 $B-D_1EF$ 的外接球的表面积为 18π．



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

记 $\triangle ABC$ 的三个内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c， $a\cos(\frac{\pi}{2}-A)=b\sin(A+C)+(c-b)\sin(\pi-C)$．

（1）求 A；

（2）若 AD 是角 A 的平分线且 $AD=\sqrt{3}$，求 $b+c$ 的最小值．

18．（12 分）

某地区一中学为了调查教师是否经常使用多媒体教学与教师年龄的关系，规定在一个月内使用多媒体上课的次数超过本月上课总次数的一半视为经常使用，否则视为不经常使用．现对 120 名教师进行调查统计，汇总有效数据得到如下 2×2 列联表：

	45 岁以下	45 岁及以上	合计
经常使用	40	20	60
不经常使用	20	40	60
合计	60	60	120

（1）根据表中数据，判断能否有 99.9%的把握认为教师是否经常使用多媒体教学与教师年龄有关?

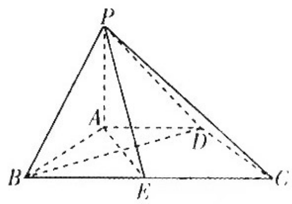
（2）若从 45 岁以下的被调查教师中按是否经常使用多媒体教学采用分层抽样的方式抽取 6 名教师，再从这 6 名教师中随机选取 3 名教师，记其中经常使用多媒体教学的教师的人数为 X，求 X 的分布列和数学期望.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19.（12 分）

如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 为等腰梯形，$AD//BC$，且 $PA=AB=AD=\frac{1}{2}BC$，E 为线段 BC 的中点.



（1）求证：$BD\perp$ 平面 PAE；

（2）求直线 PE 与平面 PCD 所成角的正弦值.

20.（12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左顶点和上顶点分别为 A,B，直线 AB 与圆 $O:x^2+y^2=\frac{4}{3}$ 相切，切点为 M，且 $|AM|=2|MB|$.

（1）求椭圆 C 的标准方程;

（2）过圆 O 上任意一点 P 作圆 O 的切线，交椭圆 C 于 E,F 两点，试判断：$|PE||PF|$ 是否为定值？若是，求出该值，并证明；若不是，请说明理由.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=ax-x^2-\ln x(a\in\mathbf{R})$.

（1）若当 $x>\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，直线 $y=-x+a$ 与函数 $f(x)$ 的图象相切，求实数 a 的值；

（2）设 $g(x)=f(x)+(a^2+1)\ln x$，若 $g(x)$ 有两个零点，求实数 a 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. （10 分）[选修 4-4：坐标系与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+t\cos\varphi \\ y=t\sin\varphi \end{cases}$（$t$ 为参数，$\varphi\in(0,\pi)$）. 以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=4\cos\theta$.

（1）求曲线 C 的直角坐标方程和当 $\varphi=\dfrac{\pi}{4}$ 时，直线 l 的普通方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点，且与 x 轴交于点 F，$||AF|-|BF||=\dfrac{8}{3}$，求直线 l 的倾斜角.

23.（10 分）[选修 4-5：不等式选讲]

已知函数 $f(x)=|ax+1|+2|x|$.

（1）若 $a=1$，求不等式 $f(x)\le 4$ 的解集；

（2）若 $f(x)$ 的最小值为 1，求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。