工作秘密 严禁外传
擅自泄露 严肃追责

成都市2020级高中毕业班第一次诊断性检测

数 学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1.答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。

2.答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。

3.答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。

4.所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。

5.考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷 (选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A=\{x\mid -1<x\leqslant 2\}$,$B=\{x\mid x^2-4x+3\leqslant 0\}$,则 $A\cap B=$

(A)$\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$ (B)$\{x\mid -1<x\leqslant 1\}$ (C)$\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$ (D)$\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$

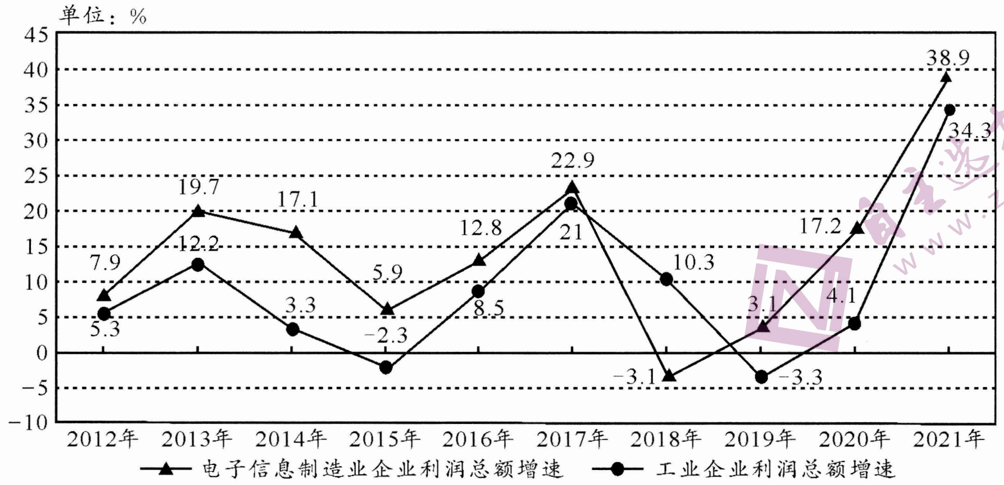
2. 满足$(1+\mathrm{i})z=3+\mathrm{i}$(i为虚数单位)的复数 $z=$

(A)$2-\mathrm{i}$ (B)$2+\mathrm{i}$ (C)$1+2\mathrm{i}$ (D)$1-2\mathrm{i}$

3. 抛物线 $x^2=2y$ 的焦点坐标为

(A)$(0,1)$ (B)$(0,\frac{1}{2})$ (C)$(\frac{1}{4},0)$ (D)$(\frac{1}{8},0)$

4. 下图为2012年—2021年我国电子信息制造业企业和工业企业利润总额增速情况折线图.



根据该图,下列结论正确的是

(A)2012年—2021年电子信息制造业企业利润总额逐年递增

(B)2012年—2021年工业企业利润总额逐年递增

(C)2012年—2017年电子信息制造业企业利润总额均较上一年实现增长,且其增速均快于当年工业企业利润总额增速

(D)2012年—2021年工业企业利润总额增速的均值大于电子信息制造业企业利润总额增速的均值

5. 若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-4\leqslant 0,\\ y\geqslant 0,\\ x-y\geqslant 0.\end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的最大值是

(A)2 (B)4 (C)6 (D)8

6. 下列命题中错误的是

(A)在回归分析中,相关系数 r 的绝对值越大,两个变量的线性相关性越强

(B)对分类变量 X 与 Y,它们的随机变量 K^2 的观测值 k 越小,说明"X 与 Y 有关系"的把握越大

(C)线性回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 恒过样本中心$(\bar{x},\bar{y})$

(D)在回归分析中,残差平方和越小,模型的拟合效果越好

7. 若函数 $f(x)=x(x+a)^2$ 在 $x=1$ 处有极大值,则实数 a 的值为

(A)1 (B)-1或-3 (C)-1 (D)-3

8. 已知直线 l,m 和平面 α,β.若 $\alpha\perp\beta$,$l\perp\alpha$,则"$l\perp m$"是"$m\perp\beta$"的

(A)充分不必要条件 (B)必要不充分条件

(C)充要条件 (D)既不充分也不必要条件

9. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n.若 $a_1=2$,$a_{n+1}=S_n$,则 $S_8=$

(A)512 (B)510 (C)256 (D)254

10. 日光射入海水后,一部分被海水吸收(变为热能),同时,另一部分被海水中的有机物和无机物有选择性地吸收与散射.因而海水中的光照强度随着深度增加而减弱,可用 $I_D=I_0\mathrm{e}^{-KD}$ 表示其总衰减规律,其中 K 是平均消光系数(也称衰减系数),D(单位:米)是海水深度,I_D(单位:坎德拉)和 I_0(单位:坎德拉)分别表示在深度 D 处和海面的光强.已知某海区10米深处的光强是海面光强的30%,则该海区消光系数 K 的值约为(参考数据:$\ln 2\approx 0.7$,$\ln 3\approx 1.1$,$\ln 5\approx 1.6$)

(A)0.12 (B)0.11 (C)0.07 (D)0.01

11. 已知侧棱长为 $2\sqrt{3}$ 的正四棱锥各顶点都在同一球面上.若该球的表面积为 36π,则该正四棱锥的体积为

(A)$\frac{16}{3}$ (B)$\frac{8\sqrt{2}}{3}$ (C)$\frac{8}{3}$ (D)$\frac{32}{3}$

12. 已知平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$,$(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a})\cdot(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b})=\frac{1}{2}$,则$|\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}|$的最大值为

(A)$\sqrt{2}$ (B)$1+\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C)$\frac{3}{2}$ (D)2

第Ⅱ卷 (非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 在公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_1+a_2+a_3=3$,$a_4+a_6=4$,则 $d=$______.

14. $(x-\dfrac{2}{\sqrt{x}})^6$ 的展开式中常数项是______.

15. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 与圆 $x^2+y^2=2c^2$(c 为双曲线的半焦距)的四个交点恰为一个正方形的四个顶点,则双曲线的离心率为______.

16. 已知函数 $f(x)=\sin^2x-\sin x+k$,$x\in[0,\pi]$. 有下列结论:

①若函数 $f(x)$ 有零点,则 k 的取值范围是 $(-\infty,\dfrac{1}{4}]$;

②函数 $f(x)$ 的零点个数可能为 0,2,3,4;

③若函数 $f(x)$ 有四个零点 x_1,x_2,x_3,x_4,则 $k\in(0,\dfrac{1}{4})$,且 $x_1+x_2+x_3+x_4=2\pi$;

④若函数 $f(x)$ 有四个零点 $x_1,x_2,x_3,x_4(x_1<x_2<x_3<x_4)$,且 x_1,x_2,x_3,x_4 成等差数列,则 x_2 为定值,且 $x_2\in(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{7\pi}{18})$.

其中所有正确结论的编号为______.

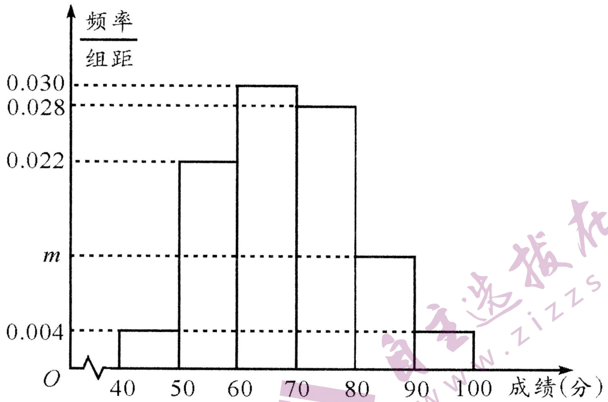
三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

成都作为常住人口超 2000 万的超大城市,注册青年志愿者人数超 114 万,志愿服务时长超 268 万小时. 2022 年 6 月,成都 22 个市级部门联合启动了 2022 年成都市青年志愿服务项目大赛,项目大赛申报期间,共收到 331 个主体的 416 个志愿服务项目,覆盖文明实践、社区治理与邻里守望、环境保护等 13 大领域. 已知某领域共有 50 支志愿队伍申报,主管部门组织专家对志愿者申报队伍进行评审打分,并将专家评分(单位:分)分成 6 组:$[40,50)$,$[50,60)$,$\cdots$,$[90,100]$,得到如图所示的频率分布直方图.

(Ⅰ)求图中 m 的值;

(Ⅱ)从评分不低于 80 分的队伍中随机选取 3 支队伍,该 3 支队伍中评分不低于 90 分的队伍数为 X,求随机变量 X 的分布列和期望.



18. (本小题满分 12 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对边分别为 a,b,c. 已知 $\dfrac{b}{a}=\sin C+\cos C$.

(Ⅰ)求 A 的大小;

(Ⅱ)若 $2\sqrt{2}\sin B=3\sin C$,再从下列条件①,条件②中任选一个作为已知,求 $\triangle ABC$ 的面积.

条件①:$a\sin C=2$;条件②:$ac=2\sqrt{10}$.

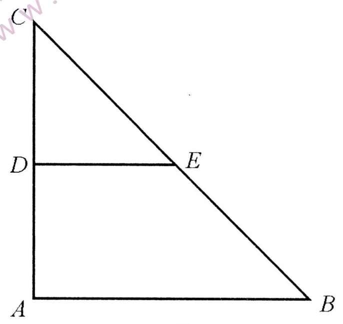
注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

19. (本小题满分 12 分)

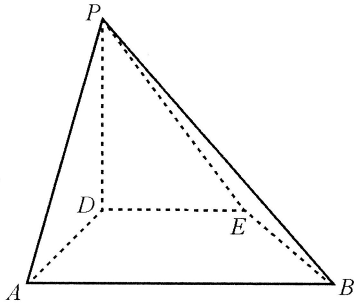
如图①,在等腰直角三角形 ABC 中,$\angle A=90°$,$AB=3$,D,E 分别是 AC,BC 上的点,且满足 $DE/\!/AB$. 将 $\triangle CDE$ 沿 DE 折起,得到如图②所示的四棱锥 $P-ABED$.

(Ⅰ)设平面 $ABP\cap$ 平面 $DEP=l$,证明:$l\perp$ 平面 ADP;

(Ⅱ)若 $PA=\sqrt{5}$,$DE=2$,求直线 PD 与平面 PEB 所成角的正弦值.



图①



图②

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左,右焦点分别为 F_1,F_2,上顶点为 D,且 $\triangle DF_1F_2$ 为等边三角形. 经过焦点 F_2 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A,B 两点,$\triangle F_1AB$ 的周长为 8.

(Ⅰ)求椭圆 C 的方程;

(Ⅱ)试探究:在 x 轴上是否存在定点 T,使得 $\overrightarrow{TA}\cdot\overrightarrow{TB}$ 为定值? 若存在,求出点 T 的坐标;若不存在,请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln(ax)$,$a>0$.

(Ⅰ)当 $a=1$ 时,若曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $y=kx+b$,证明:$f(x)\leqslant kx+b$;

(Ⅱ)若 $f(x)\leqslant(x-1)e^{x-a}$,求 a 的取值范围.

请考生在第 22,23 题中任选择一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分. 作答时,用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22. (本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,圆心为 A 的圆 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\cos t,\\ y=\sin t\end{cases}$($t$ 为参数). 以坐标原点 O 为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2-2\cos\theta$.

(Ⅰ)求圆 C_1 的极坐标方程;

(Ⅱ)设点 B 在曲线 C_2 上,且满足 $|AB|=\sqrt{3}$,求点 B 的极径.

23. (本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知 a,b 为非负实数,函数 $f(x)=|x-3a|+|x+4b|$.

(Ⅰ)当 $a=1$,$b=\dfrac{1}{2}$ 时,解不等式 $f(x)\geqslant7$;

(Ⅱ)若函数 $f(x)$ 的最小值为 6,求 $\sqrt{3a}+\sqrt{b}$ 的最大值.

成都市2020级高中毕业班第一次诊断性检测
数学（理科）答题卡

姓名		座位号	
考籍号			

贴 条 形 码 区
（正面朝上切勿贴出虚线框外）

考生禁填
缺考标记
缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂上面的缺考标记。

注意事项
1 答题前，考生务必先认真核对条形码上的姓名、考籍号和座位号，无误后将本人姓名、考籍号和座位号填写在相应位置，同时将背面左上角相应的座位号涂黑。
2 选择题填涂时，必须使用2B铅笔按▬图示规范填涂；非选择题必须使用0 5毫米的黑色墨迹签字笔作答。
3 必须在题目所指示的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效，在草稿纸、试题卷上答题无效。
4 保持答题卡清洁、完整，严禁折叠，严禁使用涂改液和修正带。

第 Ⅰ 卷
（须用2B铅笔填涂）

填涂样例 错误填涂 正确填涂

1 [A] [B] [C] [D]　6 [A] [B] [C] [D]　11 [A] [B] [C] [D]
2 [A] [B] [C] [D]　7 [A] [B] [C] [D]　12 [A] [B] [C] [D]
3 [A] [B] [C] [D]　8 [A] [B] [C] [D]
4 [A] [B] [C] [D]　9 [A] [B] [C] [D]
5 [A] [B] [C] [D]　10 [A] [B] [C] [D]

第 Ⅱ 卷 【必考题】（须用0.5毫米的黑色字迹中性笔书写）

13. .... 14. .... 15. .... 16. ....

17.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

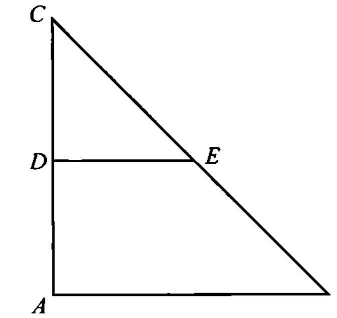
请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

18.

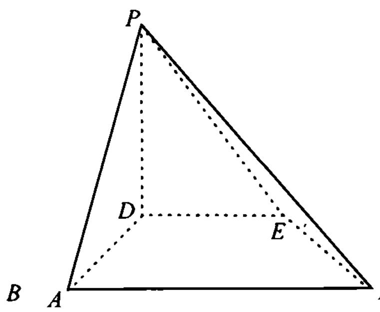
请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

19.



图①



图②

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

座位号
（请用2B铅笔填涂）

[01] [02] [03] [04] [05] [06] [07] [08] [09] [10] [11] [12] [13] [14] [15]
[16] [17] [18] [19] [20] [21] [22] [23] [24] [25] [26] [27] [28] [29] [30]

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

20.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

21.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

第 II 卷【选考题】 以下为选考题，每个答题区只允许选答一题，答题前，请考生务必将所选题号用2B铅笔涂黑。

[22] [23]

请考生从22、23二题中任选一题做答，并用2B铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分，如果多做，则按所做的第一题计分。

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

成都市 2020 级高中毕业班第一次诊断性检测

数学(理科)参考答案及评分意见

第Ⅰ卷 (选择题,共 60 分)

一、选择题:(每小题 5 分,共 60 分)

1. C; 2. A; 3. B; 4. C; 5. C; 6. B; 7. D; 8. B; 9. C; 10. A; 11. D; 12. B.

第Ⅱ卷 (非选择题,共 90 分)

二、填空题:(每小题 5 分,共 20 分)

13. $\frac{1}{3}$; 14. 240; 15. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$; 16. ②③④.

三、解答题:(共 70 分)

17. **解:**(Ⅰ)由 $(0.004\times2+0.022+0.030+0.028+m)\times10=1$, ……2 分

解得 $m=0.012$. ……4 分

(Ⅱ)由题意知不低于 80 分的队伍有 $50\times(0.12+0.04)=8$ 支, ……5 分

不低于 90 分的队伍有 $50\times0.04=2$ 支. ……6 分

随机变量 X 的可能取值为 0,1,2.

$\because P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_8^3}=\frac{5}{14}$, $P(X=1)=\frac{C_6^2C_2^1}{C_8^3}=\frac{15}{28}$, $P(X=2)=\frac{C_6^1C_2^2}{C_8^3}=\frac{3}{28}$, ……9 分

$\therefore$ X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{5}{14}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

……10 分

$E(X)=0\times\frac{5}{14}+1\times\frac{15}{28}+2\times\frac{3}{28}=\frac{3}{4}$. ……12 分

18. **解:**(Ⅰ)$\because \frac{b}{a}=\sin C+\cos C$,

由正弦定理知 $\frac{\sin B}{\sin A}=\sin C+\cos C$,即 $\sin B=\sin A\sin C+\sin A\cos C$. ……1 分

在$\triangle ABC$ 中,由 $B=\pi-(A+C)$,

$\therefore \sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\sin A\sin C+\sin A\cos C$. ……3 分

$\therefore \cos A\sin C=\sin A\sin C$. $\because C\in(0,\pi)$,$\therefore \sin C\neq0$. ……4 分

$\therefore \sin A=\cos A$. ……5 分

$\because A\in(0,\pi)$,$\therefore A=\frac{\pi}{4}$. ……6 分

(Ⅱ)若选择条件①，由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，得 $a\sin C=c\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}c=2$.

$\therefore c=2\sqrt{2}$. ……9 分

又 $2\sqrt{2}\sin B=3\sin C$，即 $2\sqrt{2}b=3c$.

$\therefore b=3$. ……11 分

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 3\times 2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}=3$. ……12 分

若选择条件②，由 $2\sqrt{2}\sin B=3\sin C$，即 $2\sqrt{2}b=3c$.

设 $c=2\sqrt{2}m,b=3m(m>0)$. ……7 分

则 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=5m^2$. $\therefore a=\sqrt{5}m$. ……9 分

由 $ac=2\sqrt{10}$，得 $m=1$.

$\therefore a=\sqrt{5},b=3,c=2\sqrt{2}$. ……11 分

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 3\times 2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}=3$. ……12 分

19. **解**：(Ⅰ)$\because DE\parallel AB$，$DE\not\subset$ 平面 PAB，$AB\subset$ 平面 PAB，

$\therefore DE\parallel$ 平面 PAB. ……2 分

$\because DE\subset$ 平面 PDE，平面 $PDE\cap$ 平面 $PAB=l$，

$\therefore DE\parallel l$. ……3 分

由图① $DE\perp AC$，得 $DE\perp DA,DE\perp DP$，

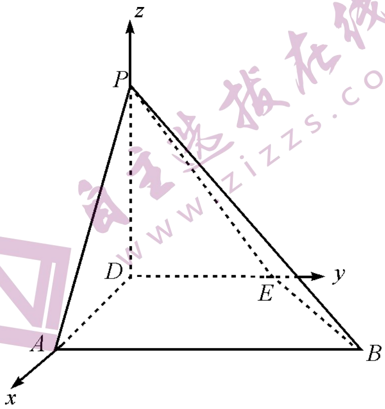
$\therefore l\perp DA,l\perp DP$.

$\because DA,DP\subset$ 平面 ADP，$DA\cap DP=D$，

$\therefore l\perp$ 平面 ADP. ……5 分

(Ⅱ)由题意，得 $DE=DP=2,DA=1$.

$\because AP=\sqrt{5}=\sqrt{DP^2+DA^2}$，$\therefore DA\perp DP$. ……6 分



又 $DE\perp DP,DE\perp DA$，以 D 为坐标原点，$\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DP}$ 的方向分别为 x 轴，y 轴，z 轴正方向，建立如图所示的空间直角坐标系 $Dxyz$.

则 $D(0,0,0),E(0,2,0),B(1,3,0),P(0,0,2)$，

$\overrightarrow{PD}=(0,0,-2),\overrightarrow{PE}=(0,2,-2),\overrightarrow{PB}=(1,3,-2)$. ……8 分

设平面 PBE 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$.

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PE}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PB}=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}y-z=0,\\ x+3y-2z=0.\end{cases}$

令 $z=1$，得 $\boldsymbol{n}=(-1,1,1)$. ……10 分

设 PD 与平面 PEB 所成角为 θ.

$\therefore \sin\theta=|\cos<\boldsymbol{n},\overrightarrow{PD}>|=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PD}|}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{PD}|}=\frac{2}{2\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. ……11 分

$\therefore$直线 PD 与平面 PEB 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$. ……12 分

20. **解**:(Ⅰ)由△ DF_1F_2 为等边三角形，$|DF_1|=|DF_2|=a$，得 $a=2c$ (c 为半焦距). ……1 分

∵ $|AF_1|+|AF_2|=2a$，$|BF_1|+|BF_2|=2a$，

∴ △ F_1AB 的周长为 $4a=8$，得 $a=2$. ……2 分

∴$c=1$，$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{3}$.

∴椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ……4 分

(Ⅱ)设 x 轴上存在定点 $T(t,0)$，由(Ⅰ)知 $F_2(1,0)$.

由题意知直线 l 斜率不为 0. 设直线 l:$x=my+1$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$.

由 $\begin{cases}x=my+1,\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$ 消去 x，得 $(3m^2+4)y^2+6my-9=0$.

显然 $\Delta=144(m^2+1)>0$. ……5 分

∴ $y_1+y_2=\frac{-6m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=\frac{-9}{3m^2+4}$. ……6 分

∵ $\overrightarrow{TA}\cdot\overrightarrow{TB}=(x_1-t)(x_2-t)+y_1y_2=(my_1+1-t)(my_2+1-t)+y_1y_2$

$=(m^2+1)y_1y_2+(1-t)m(y_1+y_2)+(1-t)^2$ ……7 分

$=(m^2+1)\cdot\frac{-9}{3m^2+4}+(1-t)m\cdot\frac{-6m}{3m^2+4}+(1-t)^2$

$=\frac{(6t-15)m^2-9}{3m^2+4}+(1-t)^2$， ……10 分

故当 $\frac{6t-15}{3}=\frac{-9}{4}$，即 $t=\frac{11}{8}$ 时，$\overrightarrow{TA}\cdot\overrightarrow{TB}$ 为定值 $-\frac{135}{64}$.

∴存在定点 $T(\frac{11}{8},0)$，使得 $\overrightarrow{TA}\cdot\overrightarrow{TB}$ 为定值. ……12 分

21. **解**:(Ⅰ)当 $a=1$ 时，$f(x)=\ln x$.

由题意知曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切点为 $(1,0)$.

∵$f'(x)=\frac{1}{x}$，∴$k=f'(1)=1$. ……1 分

∴曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $y=x-1$. ……2 分

记 $g(x)=f(x)-kx-b=\ln x-x+1$.

∵$g'(x)=\frac{1-x}{x}$，∴$g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减. ……4 分

∴ $g(x)\leqslant g(1)=0$. 即 $\ln x\leqslant kx+b$ 成立. ……5 分

(Ⅱ)记 $h(x)=(x-1)e^{x-a}-f(x)=(x-1)e^{x-a}-\ln x-\ln a$，$x>0$.

则 $h(x)\geqslant 0$ 恒成立.

∵$h'(x)=xe^{x-a}-\frac{1}{x}$，$h'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

∵$h'(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}-a}-2<0$，$h'(a+1)=(a+1)e-\frac{1}{a+1}>0$，

$\therefore \exists x_0 \in (\frac{1}{2}, a+1)$，使得 $h'(x_0)=0$，即 $x_0 e^{x_0-a}=\frac{1}{x_0}$.　…(＊)　……6 分

$\therefore$ 当 $x\in(0,x_0)$，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减；当 $x\in(x_0,+\infty)$，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增.

$\therefore h(x)_{\min}=h(x_0)=(x_0-1)e^{x_0-a}-\ln x_0-\ln a$.　…(＊＊)　……7 分

由(＊)式，可得 $e^{x_0-a}=\frac{1}{x_0^2}$，$a=x_0+2\ln x_0$.

代入(＊＊)式，得 $h(x_0)=\frac{x_0-1}{x_0^2}-\ln x_0-\ln(x_0+2\ln x_0)$.　……8 分

当 $x_0\in(1,+\infty)$ 时，记 $t(x)=\frac{x-1}{x^2}-\ln x$.

$\because t'(x)=\frac{(1-x)(x+2)}{x^3}<0$，$\therefore t(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减.

$\because y=-\ln(x+2\ln x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递减，

$\therefore h(x_0)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减.

$\therefore$ 当 $x_0\in(1,+\infty)$ 时，$h(x_0)<h(1)=0$，不合题意；　……9 分

当 $x_0\in(\frac{1}{2},1]$ 时，由(Ⅰ)知 $\ln x\leqslant x-1$，故 $-\ln x_0\geqslant 1-x_0$，

$-\ln(x_0+2\ln x_0)\geqslant 1-(x_0+2\ln x_0)$

$\therefore h(x_0)=\frac{x_0-1}{x_0^2}-\ln x_0-\ln(x_0+2\ln x_0)\geqslant\frac{x_0-1}{x_0^2}-\ln x_0+1-(x_0+2\ln x_0)$

$=\frac{x_0-1}{x_0^2}-3\ln x_0-x_0+1\geqslant\frac{x_0-1}{x_0^2}-3(x_0-1)-x_0+1$

$=\frac{(1-x_0)(2x_0-1)(2x_0+1)}{x_0^2}$.

由 $x_0\in(\frac{1}{2},1]$，$\therefore h(x_0)\geqslant 0$. 故满足 $f(x)\leqslant(x-1)e^{x-a}$.　……11 分

又 $a=x_0+2\ln x_0$，$y=x+2\ln x$ 在 $(\frac{1}{2},1]$ 上单调递增，$a\in(\frac{1}{2}-2\ln 2,1]$ 且 $a>0$，

$\therefore$ 实数 a 的取值范围是 $(0,1]$.　……12 分

22. **解**：(Ⅰ)由圆 C_1 的参数方程消去参数 t，得圆 C_1 的普通方程为

$(x-2)^2+y^2=1$，圆心 $A(2,0)$.　……2 分

把 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 代入 $(x-2)^2+y^2=1$，　……3 分

化简得圆 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\cos\theta+3=0$.　……5 分

(Ⅱ)由题意，在极坐标系中，点 $A(2,0)$.

$\because$ 点 B 在曲线 C_2 上，设 $B(2-2\cos\theta,\theta)$.　……6 分

在 $\triangle AOB$ 中，由余弦定理有 $AB^2=OA^2+OB^2-2OA\cdot OB\cdot\cos\angle AOB$，

即 $3=4+(2-2\cos\theta)^2-2\times2(2-2\cos\theta)\cos\theta$.

化简得 $12\cos^2\theta-16\cos\theta+5=0$.　……8 分

解得 $\cos\theta=\frac{1}{2}$ 或 $\cos\theta=\frac{5}{6}$.

故 $\rho=2-2\cos\theta=1$ 或 $\rho=2-2\cos\theta=\frac{1}{3}$.

∴点 B 的极径为 1 或 $\frac{1}{3}$. ……10 分

23. **解**:(Ⅰ)当 $a=1,b=\frac{1}{2}$ 时,$f(x)=|x-3|+|x+2|$. ……1 分

当 $x\leqslant-2$ 时,$f(x)=1-2x\geqslant7$,解得 $x\leqslant-3$; ……3 分

当 $-2<x<3$ 时,$f(x)=5\geqslant7$,此时无解; ……4 分

当 $x\geqslant3$ 时,$f(x)=2x-1\geqslant7$,解得 $x\geqslant4$. ……2 分

综上,不等式 $f(x)\geqslant7$ 的解集为 $(-\infty,-3]\cup[4,+\infty)$. ……5 分

(Ⅱ)由 $f(x)=|x-3a|+|x+4b|\geqslant|x+4b-(x-3a)|=|3a+4b|$,

当且仅当 $-4b\leqslant x\leqslant3a$ 时,等号成立.

∵$a\geqslant0,b\geqslant0$.

∴$f(x)_{\min}=|3a+4b|=3a+4b=6$. ……7 分

由柯西不等式,得 $\sqrt{3a}+\sqrt{b}=1\cdot\sqrt{3a}+\frac{1}{2}\cdot\sqrt{4b}\leqslant\sqrt{1^2+(\frac{1}{2})^2}\cdot\sqrt{3a+4b}=\frac{\sqrt{30}}{2}$.

……9 分

当且仅当 $2=\frac{\sqrt{3a}}{\sqrt{4b}}$ 时,即 $a=\frac{8}{5},b=\frac{3}{10}$ 等号成立.

综上,$\sqrt{3a}+\sqrt{b}$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{30}}{2}$. ……10 分