

德阳三中高 2020 级高三上期第四次综合性考试 数学（文科）

满分：150 分 时间：120 分钟

一、单项选择题（本题共 12 道小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）。

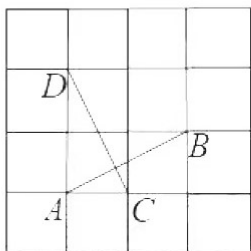
1. 已知集合 $M = \{-2, -1, 0, 1\}$, $N = \{x \in \mathbb{R} | x(x-2) \leq 0\}$, 则 $M \cap N =$ ()

- A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{0, 1\}$
C. $\{-2, -1, 0, 1\}$ D. $\{-2, -1, 0\}$

2. 已知 $(2+xi)i = 1+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$, i 为虚数单位), 则 $x+yi$ 在复平面内对应的点在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

3. 如图所示的图形中，每一个小正方形的边长均为 1，则 $(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{CD} =$ ()



- A. 0 B. 1 C. -2 D. -1

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n = 2a_n - 1$, 则 $a_{10} =$ ()

- A. 511 B. 512 C. 1023 D. 1024

5. 下列直线中能成为曲线 $y = \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x$ 的对称轴的是 ()

- A. $x = \frac{5\pi}{12}$ B. $x = \frac{7\pi}{12}$ C. $x = \frac{\pi}{6}$ D. $x = \frac{\pi}{3}$

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & x \leq 0 \\ \log_2(2x+3), & x > 0 \end{cases}$, 则 $f[f(-1)] =$ ()

- A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. 0

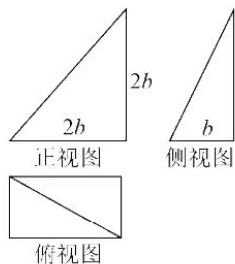
7. 由表中三个样本点通过最小二乘法计算得到变量 x, y 之间的线性回归方程为: $\hat{y} = 2x + k$, 且当 $x = 10$

时, y 的预报值 $\hat{y} = 23$, 则 $2m - n =$ ()

x	12	m	13
y	27	25	n

- A. 6 B. -6 C. 7 D. -7

8. 如图所示三视图表示的几何体的外接球表面积为 36π ，则该几何体的体积为 ()



- A. $\frac{4}{3}$ B. 36 C. $\frac{32}{3}$ D. $\frac{9}{2}$

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $0 < A < \frac{\pi}{2}$, 且 $\tan A + \tan\left(A - \frac{\pi}{4}\right) = 2$, 则 " $\frac{\pi}{4} < B < \frac{\pi}{2}$ " 是 " $\triangle ABC$ 为锐角三角形" 的

- ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 已知正实数 a, b 满足 $a + b = 2$, 则 $\frac{2a}{b} + \frac{1}{a}$ 的最小值是 ()

- A. $\frac{5}{2}$ B. 3 C. 2 D. $\frac{9}{2}$

11. 已知 H 为 $\triangle ABC$ 的垂心, $AB = 4$, $AC = 6$, M 为边 BC 的中点, 则 $\overrightarrow{HM} \cdot \overrightarrow{BC} =$ ()

- A. 20 B. 10 C. -20 D. -10

12. 已知奇函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \geq 0 \\ mx^2 + nx, & x < 0 \end{cases}$ 满足 $f(a-b) + f(a-b-mn) \leq 0 (a, b, m, n \in \mathbb{R})$, 则代数式

$(a-1)^2 + b^2$ 的取值范围为 ()

- A. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$ B. $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ C. $[4, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$

二、填空题 (本题共 4 道小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 且 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, 则 $\vec{c}$ 与 $\vec{a}$ 的夹角等于_____.

14. 已知递增等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足: $a_1 = 1$, $\frac{a_4 + a_5}{a_2 + a_3} = 4$, 则 $\frac{S_3 + S_4}{a_4} =$ _____.

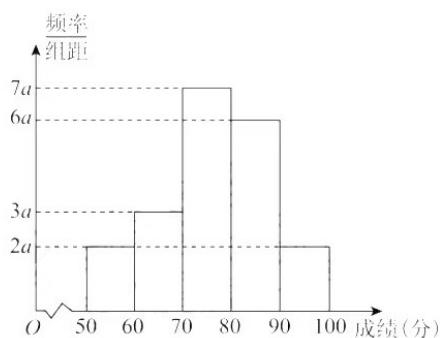
15. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率与椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 的离心率互为倒数, 则椭圆的焦点到双曲线的渐近线的距离是 _____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} m \ln x, & x > m \\ (2 - \frac{m}{e})x, & x \leq m \end{cases}$ ($e = 2.71828 \dots$). 若对定义域内不相等的 x_1, x_2 , 都有

$x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) > x_1 f(x_2) + x_2 f(x_1)$, 则实数 m 的取值范围是 _____.

三、解答题 (本题共 6 道小题, 共 70 分, 写出必要的文字说明与演算步骤)

17. 垃圾分类是改善环境, 节约资源的新举措. 住建部于 6 月 28 日拟定了包括我市在内的 46 个重点试点城市, 要求这些城市在 2020 年底基本建成垃圾分类处理系统, 为此, 我市某中学对学生开展了“垃圾分类”有关知识的讲座并进行测试, 将所得测试成绩整理后, 绘制出频率分布直方图如图所示.



(1) 求频率分布直方图中 a 的值, 并估计测试的平均成绩;

(2) 学校要求对不及格 (60 分以下) 的同学进行补考, 现按分层抽样的方法在 $[50, 70)$ 的同学抽取 5 名, 再从这 5 名同学中抽取 2 人, 求这 2 人中至少有一人需要补考的概率.

18. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + n + b (n \in \mathbb{N}^*)$.

(1) 求实数 b 的值及 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $a_n = \log_{\sqrt{2}} b_n$, 且 $c_n = \frac{b_n}{(b_n - 1)(b_{n+1} - 1)}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $2a \sin\left(\frac{\pi}{2} + C\right) + c = 2b$.

(1) 求内角 A 的大小.

(2) 已知点 D 在线段 BC 上, 且 AD 平分内角 A , 若 $AD=2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

20. 已知曲线 $f(x) = x^3 - 3x + \lambda$ 在点 $A(m, f(m))$ 处的切线与曲线的另外一个交点为 B , P 为线段 AB 的中点, O 为坐标原点.

(1) 求 $f(x)$ 的极小值并讨论 $f(x)$ 的奇偶性.

(2) 当函数 $f(x)$ 为奇函数时, 直线 OP 的斜率记为 k , 若 $-3 \cdot k \cdot 4$, 求实数 m 的取值范围.

21. 已知函数 $f(x) = \frac{a \ln x}{x}$ (a 为常数) 的极大值为 $\frac{1}{e}$.

(1) 求实数 a 的值

(2) 若 $\forall x_2 \in (-\infty, 0)$ 总 $\exists x_1 \in \mathbb{R}$ 使得 $e^{x_2} f(x_1) = x_2$ 成立, 求 $x_1 x_2$ 的最小值.

22. 已知曲线 $C_1: \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \cos \varphi \\ y = 1 + \sqrt{2} \sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数, 且 $0 \leq \varphi < 2\pi$), 直线 $C_2: x = 4$, 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线 C_1 与直线 C_2 的极坐标方程;

(2) 射线 $C_3: \theta = \frac{\pi}{4}$ 与曲线 C_1 的一个交点为 A (A 不是原点), 与直线 C_2 的交点为 B , 求 $\frac{|OB|}{|OA|}$ 的值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线