

湘豫名校 2020 届高三年级 12 月份联考

数学(文科)

得分: _____

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 8 页.时量 120 分钟.满分 150 分.

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

第 I 卷

一、选择题(本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

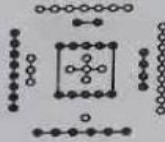
1. 集合 $M = \{y | y = \frac{6}{x+3}, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$ 的元素个数是
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
2. 复数 $z = i^{2019}(-1-2i)$ 的共轭复数为
A. $2-i$ B. $2+i$ C. $-2-i$ D. $-2+i$
3. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2, AC=1, D$ 为 BC 边上一点,且 $\vec{DC} = \vec{BD}$, 则 $\vec{AD} \cdot \vec{BC} =$
A. -3 B. $-\frac{3}{2}$ C. 3 D. $\frac{3}{2}$
4. 已知 $\cos(\frac{\pi}{3} - \theta) = \frac{\sqrt{3}}{3}, \theta \in (0, \pi)$, 则 $\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) =$
A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\pm \frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$
5. 若 $a = (\sqrt{3})^{\frac{1}{3}}, b = \log_3 e, c = (\frac{1}{8})^{-\frac{1}{3}}$, 则有
A. $a > b > c$ B. $a > c > b$
C. $c > b > a$ D. $c > a > b$
6. 某车间加工零件的数量 x 与加工时间 y 的统计数据如表:

零件数 x /个	12	23	31
加工时间 y /分	15	30	45

现已求得上表数据的回归方程 $\hat{y} = bx + \hat{a}$ 中的 \hat{b} 值为 1.6, 则据此回归模型可以预测, 加工 100 个零件所需要的加工时间约为
A. 155 分钟 B. 156 分钟 C. 157 分钟 D. 158 分钟

校 学 班 级 线 内 不 要 答 题

7.《易传·系辞上》有“河出图，洛出书”之说，河图、洛书是中国古代流传下来的两幅神秘图案，蕴含了深奥的宇宙星象之理，被誉为“宇宙魔方”，是中华文化、阴阳术数之源，其中河图的排列结构是一、六在后，二、七在前，三、八在左，四、九在右，五、十背中。如图，白圈为阳数，黑点为阴数，若从阳数和阴数中各取一数，则其差的绝对值为3的概率为



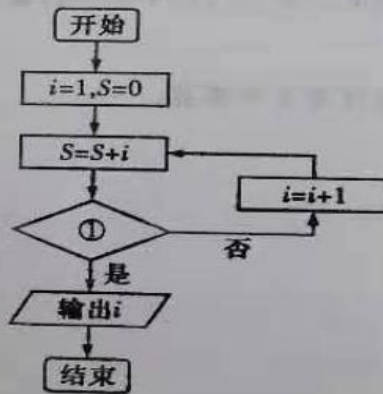
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{6}{25}$ C. $\frac{7}{25}$ D. $\frac{8}{25}$

8. 已知函数 $f(x) = \frac{1+x^4}{x^2} + 1$ 的最小值为 a ，将函数 $g(x) = \sin\left(\frac{1}{a}x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($x \in \mathbf{R}$)

的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度得到函数 $h(x)$ 的图象，则下面结论正确的是

- A. 函数 $h(x)$ 是奇函数
B. 函数 $h(x)$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上是增函数
C. 函数 $h(x)$ 图象关于 $(2\pi, 0)$ 对称
D. 函数 $h(x)$ 图象关于直线 $x = 3\pi$ 对称

9. 执行如图所示的程序框图，若输出的值为 5，则框图中①处可以填入



- A. $S \geq 6?$ B. $S \geq 10?$ C. $S \geq 15?$ D. $S \geq 21?$

10. 已知双曲线 C 的焦点在 y 轴上，离心率为 $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ，点 P 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上的一动点， P 到双曲线 C 的上焦点 $F_1(0, c)$ 的距离与到直线 $x = -1$ 的距离之和的最小值为 $2\sqrt{2}$ ，则该双曲线的方程为

- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{3} = 1$
C. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{4} = 1$

三、解答题(共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.)

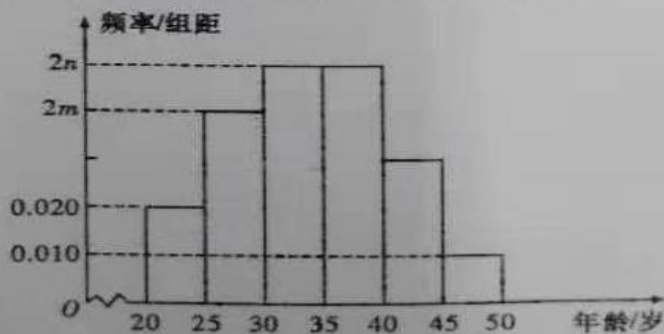
(一)必考题(共60分.)

17. (12分)已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q > 0$,其前 n 项和为 S_n ,且 $S_6 = 120$, a_3 与 a_1 的等差中项为 $6a_2$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $b_n = \frac{1}{(\log_3 a_n) \cdot (\log_3 a_{n+1})}$,数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ,求 T_n .

18. (12分)世界军人运动会,简称“军运会”,每四年举办一届,会期7到10天,比赛设有27个大项,参赛规模约100多个国家近10000余人,规模仅次于奥运会.根据各方达成共识,军运会于2019年10月18日至27日在湖北武汉举行,赛期10天,为了军运会顺利召开,特招聘了3万名志愿者.某部门为了了解志愿者的基本情况,调查了其中100名志愿者的年龄,得到了他们年龄的中位数为34岁,年龄在 $[40, 45)$ 岁内的人数为15人,并根据调查结果画出如图所示的频率分布直方图:



- (1) 求 m, n 的值并估算出志愿者的平均年龄(同一组的数据用该组区间的中点值代表);
- (2) 这次军运会志愿者主要通过直接到武汉军运会执委会志愿者部现场报名和登录第七届世界军运会官网报名, 即现场和网络两种方式报名. 调查这 100 位志愿者的报名方式部分数据如下表所示, 完善下面的表格, 通过计算说明能否在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下, 认为“选择哪种报名方式与性别有关系”?

	男性	女性	总计
现场报名			50
网络报名	31		
总计		50	

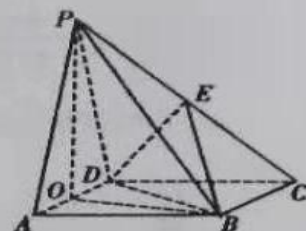
参考公式及数据: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

19. (12分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $AB=2$, $\angle BAD=60^\circ$, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $\triangle PAD$ 为等边三角形, O 为 AD 的中点.

(1) 求证: 平面 $PAD \perp$ 平面 POB ;

(2) 若 E 是 PC 的中点, 求证: $PA \parallel$ 平面 BDE , 并求四面体 $P-BDE$ 的体积.



20. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的短轴长为 2, 以椭圆 C 的长轴

为直径的圆与直线 $x + y - \sqrt{6} = 0$ 相切.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 斜率为 1 的直线 l 交椭圆 C 于 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 两点, 且 $x_1 > x_2$. 若直线 $x = 3$ 上存在点 P , 使得 $\triangle PMN$ 是以 $\angle PMN$ 为顶角的等腰直角三角形, 求直线 l 的方程.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x + \sin x, x \in [-\pi, +\infty)$.

(1) 若 $f(x) = e^x + \sin x$, 当 $x \in [0, +\infty)$ 时, 解关于 x 的不等式 $f(2x^2 - 1) > f(x)$;

(2) 证明: $f(x)$ 有且仅有 2 个零点.

(二)选考题(共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.若多做,则按所做的第一题计分.)

22. (10分)【选修4—4:坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x=1+\sqrt{3}\cos\alpha, \\ y=\sqrt{3}\sin\alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$$

直线 l 的方程为: $x+\sqrt{3}y-2=0$,以坐标原点 O 为极点,以 x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的极坐标方程;

(2)已知射线 $OA:\theta=\frac{\pi}{3}$ 与曲线 C 和直线 l 分别交于 M 和 N 两点,求线段 MN 的长.

23. (10分)【选修4—5:不等式选讲】

已知关于 x 的不等式 $|x-m|+2x\leq 0$ 的解集为 $(-\infty, -1]$,其中 $m>0$.

(1)求 m 的值;

(2)若正数 a, b, c 满足 $a+b+c=m$,求证: $\frac{b^2}{a} + \frac{c^2}{b} + \frac{a^2}{c} \geq 1$.

专注名校多元录取

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2020 届高三上学期期中考试试题及答案汇总 (更新下载中)，点击链接获得
<http://www.zizzs.com/c/201911/40242.html>