

重庆市 2023 年初中学业水平暨高中招生考试

数学试题 (A 卷) 参考答案及评分意见

一、选择题: (本大题 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	C	B	A	B	B	C	A	C

二、填空题: (本大题 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

11.  $\frac{3}{2}$ ;            12.  $36^\circ$ ;            13.  $\frac{1}{9}$ ;            14.  $1501(1+x)^2=1815$ ;

15. 3;            16.  $\frac{25}{4}\pi - 12$ ;            17. 4;            18. 4312; 8165.

三、解答题: (本大题 8 个小题, 第 19 题 8 分, 其余每题各 10 分, 共 78 分)

19. 解: (1) 原式  $= 2a - a^2 + a^2 - 1$

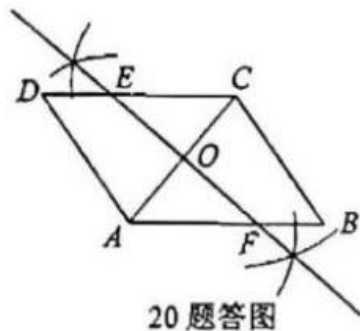
$$= 2a - 1. \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{x^2}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+1}{x^2}$$

$$= \frac{1}{x+1}. \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

20. 解: 作图如答图:  $\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

- ①  $\angle FAO$ ;
- ②  $OC = OA$ ;
- ③  $\angle FOA$ ;
- ④ 被一组对边截得的线段被对角线的中点平分. (10 分)



20 题答图

21. 解: (1) 72, 70.5, 10;  $\dots\dots\dots (3 \text{ 分})$

(2) A 款智能玩具飞机运行性能更好. 理由如下 (写出一条理由即可):

- ① A 款智能玩具飞机运行最长时间的中位数 71 大于 B 款智能玩具飞机运行最长时间的中位数 70.5;
- ② A 款智能玩具飞机运行最长时间的众数 72 大于 B 款智能玩具飞机运行最长时间的众数 67;

B 款智能玩具飞机运行性能更好，理由如下：

A、B 两款智能玩具飞机运行最长时间的平均数均为 70，B 款智能玩具飞机运行最长时间的方差 26.6 小于 A 款智能玩具飞机运行最长时间的方差 30.4.

..... (6 分)

$$(3) 200 \times \frac{6}{10} + 120 \times (1 - 40\%) = 192 \text{ (架)}.$$

答：估计两款智能玩具飞机运行性能在中等及以上的共有 192 架. .... (10 分)

22. 解：(1) 设购买杂酱面  $x$  份，则牛肉面为  $(170 - x)$  份.

根据题意，得  $15x + 20(170 - x) = 3000$ .

解这个方程，得  $x = 80$ .

则  $170 - x = 90$ .

答：该公司购买杂酱面 80 份，牛肉面 90 份. .... (5 分)

(2) 设购买牛肉面  $y$  份，则杂酱面为  $(1 + 50\%)y$  份.

$$\text{根据题意，得 } \frac{1260}{(1 + 50\%)y} = \frac{1200}{y} - 6.$$

解这个方程，得  $y = 60$ .

经检验， $y = 60$  是原方程的解.

答：该公司购买牛肉面 60 份. .... (10 分)

23. 解：(1)  $y = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 4. \\ 12 - 2t, & 4 < t \leq 6. \end{cases}$  ..... (4 分)

(2) 函数图象如答图.

根据函数图象，函数的性质为(写出其中一条即可)：

①当  $0 < t < 4$  时， $y$  随  $t$  的增大而增大；

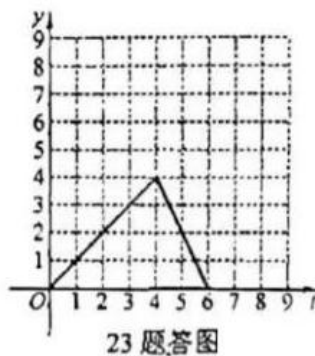
当  $4 < t < 6$  时， $y$  随  $t$  的增大而减小.

②该函数在自变量的取值范围内，有最大值和最小值.

当  $t = 4$  时，函数取得最大值 4；

当  $t = 0$  或  $t = 6$  时，函数取得最小值 0. .... (8 分)

(3) 当  $t = 3$  或  $t = 4.5$  时，点  $E, F$  相距 3 个单位长度. .... (10 分)



23 题答图

24. 解: (1) 过点  $D$  作  $DH \perp AB$  于点  $H$  (如答图).

由题意, 得  $DH = BC = 10$ .

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle AHD$  中,  $\angle DAH = 45^\circ$ ,

$$\therefore AD = \sqrt{2}DH = 10\sqrt{2} \approx 10 \times 1.41 \approx 14.$$

答:  $AD$  的长度约为 14 千米. .... (4 分)

(2) 在  $\text{Rt}\triangle AHD$  中,  $AH = DH = 10$ ,  $AD = 10\sqrt{2}$ ,

由题意, 得  $BH = CD = 14$ .

$$\therefore AB = AH + BH = 10 + 14 = 24.$$

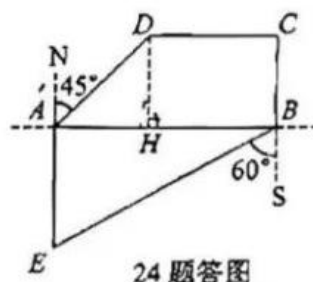
$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,  $\angle ABE = 30^\circ$ ,

$$\therefore BE = \frac{AB}{\cos 30^\circ} = \frac{24}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 16\sqrt{3}, \quad AE = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2} \times 16\sqrt{3} = 8\sqrt{3}.$$

$\therefore$  线路①的长度为  $AD + DC + CB = 10\sqrt{2} + 14 + 10 \approx 14.1 + 14 + 10 = 38.1$ ;

线路②的长度为  $AE + EB = 8\sqrt{3} + 16\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \approx 24 \times 1.73 = 41.52 > 38.1$ .

答: 小明应选择线路①. .... (10 分)



25. 解: (1) 把点  $A(-1, 0)$ ,  $(1, 3)$  代入  $y = ax^2 + bx + 2$  中, 得  $\begin{cases} a - b + 2 = 0, \\ a + b + 2 = 3. \end{cases}$

解这个方程组, 得  $\begin{cases} a = -\frac{1}{2}, \\ b = \frac{3}{2}. \end{cases}$

所以, 该抛物线的函数表达式为  $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$ . .... (2 分)

(2) 由 (1) 知,  $B(4, 0)$ ,  $C(0, 2)$ .

$$\therefore OC = 2, \quad OB = 4, \quad BC = 2\sqrt{5}.$$

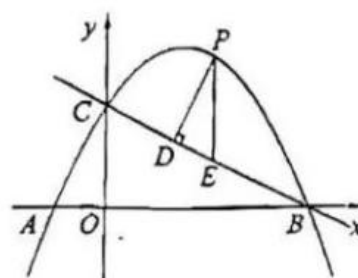
$\therefore$  直线  $BC$  过点  $B(4, 0)$ ,  $C(0, 2)$ ,

$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的函数表达式为 } y = -\frac{1}{2}x + 2.$$

$\therefore \angle PDE = \angle BOC = 90^\circ$ ,  $\angle PED = \angle BCO$ ,

$\therefore \triangle PDE \sim \triangle BOC$ .

$$\therefore PD = \frac{2\sqrt{5}}{5}PE, \quad DE = \frac{\sqrt{5}}{5}PE.$$



设  $P(m, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)$ , 则  $E(m, -\frac{1}{2}m + 2)$ ,

$$\therefore PE = -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2 - (-\frac{1}{2}m + 2) = -\frac{1}{2}(m-2)^2 + 2,$$

$$\because -\frac{1}{2} < 0,$$

$\therefore$  当  $m=2$  时,  $PE$  有最大值 2.

$$\therefore \triangle PDE \text{ 周长的最大值是 } PD + DE + PE = \frac{3\sqrt{5}}{5}PE + PE = \frac{6\sqrt{5}}{5} + 2.$$

此时点  $P$  的坐标为  $(2, 3)$ . ..... (6 分)

(3) 满足条件的点  $N$  的坐标有  $(-\frac{5}{2}, \frac{9}{2})$ ,  $(\frac{1}{2}, \frac{3\sqrt{7}}{2})$ ,  $(\frac{1}{2}, -\frac{3\sqrt{7}}{2})$ .

由题意, 抛物线沿射线  $CB$  方向平移  $\sqrt{5}$  个单位长度, 即抛物线向右平移 2 个单位长度, 向下平移 1 个单位长度.

设  $M(\frac{7}{2}, t)$ ,  $N(n, k)$ .

① 当  $AP$  为菱形的对角线时

$$\text{由题意得 } MA = MP, \text{ 即 } (\frac{7}{2} + 1)^2 + t^2 = (\frac{7}{2} - 2)^2 + (t - 3)^2,$$

$$\text{解得 } t = -\frac{3}{2}.$$

$$\text{所以 } n = -\frac{5}{2}, k = \frac{9}{2}, \text{ 即 } N(-\frac{5}{2}, \frac{9}{2}).$$

② 当  $AP$  为菱形的边长时

$$\text{若 } AP = PM, \text{ 则 } (2 + 1)^2 + 3^2 = (2 - \frac{7}{2})^2 + (3 - t)^2,$$

$$\text{解得 } t = 3 \pm \frac{3\sqrt{7}}{2}.$$

$$\text{所以 } n = \frac{1}{2}, k = \pm \frac{3\sqrt{7}}{2}, \text{ 即 } N(\frac{1}{2}, \frac{3\sqrt{7}}{2}) \text{ 或 } N(\frac{1}{2}, -\frac{3\sqrt{7}}{2}).$$

$$\text{若 } AP = AM, \text{ 则 } (2 + 1)^2 + 3^2 = (\frac{7}{2} + 1)^2 + t^2, \text{ 无解. .... (10 分)}$$



26. 解: (1) 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,

$$\because \angle B=60^\circ, AC=9,$$

$$\therefore AB=6\sqrt{3}.$$

$$\because BD=\sqrt{3},$$

$$\therefore AD=AB-BD=5\sqrt{3}. \dots\dots\dots (3 \text{分})$$

(2) 取  $AB$  的中点  $O$ , 连接  $OC$ .

$\because$  在  $Rt\triangle ABC$  中, 点  $O$  为斜边  $AB$  的中点,

$$\therefore OC=OB,$$

$$\because \angle ABC=60^\circ,$$

$\therefore \triangle BOC$  为等边三角形.

$$\therefore CO=CB, \angle OCB=\angle BOC=60^\circ.$$

$$\therefore \angle DOC=120^\circ.$$

$\because \triangle CDE$  为等边三角形,

$$\therefore CD=CE, \angle DCE=60^\circ.$$

$$\therefore \angle DCE=\angle OCB=60^\circ, \text{即 } \angle OCD+\angle OCE=\angle OCE+\angle BCE.$$

$$\therefore \angle OCD=\angle BCE.$$

在  $\triangle OCD$  和  $\triangle BCE$  中,

$$\begin{cases} CD=CE, \\ \angle OCD=\angle BCE, \\ CO=CB. \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OCD \cong \triangle BCE(SAS).$$

$$\therefore \angle EBC=\angle DOC=120^\circ.$$

$$\therefore \angle OCB+\angle EBC=180^\circ.$$

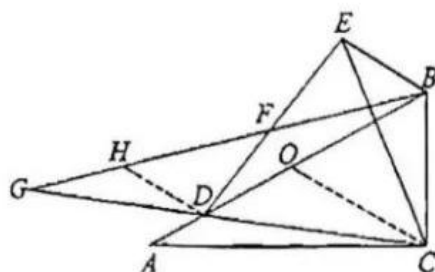
$$\therefore OC \parallel BE.$$

在  $GF$  上截取  $HF=BF$ , 连接  $DH$ .

$\because$  点  $F$  是  $DE$  的中点,

$$\therefore FE=FD.$$

在  $\triangle BEF$  和  $\triangle HDF$  中,



26 题答图

$$\begin{cases} BF = HF, \\ \angle BFE = \angle HFD, \\ FE = FD. \end{cases}$$

$\therefore \triangle BEF \cong \triangle HDF(SAS).$

$\therefore BE = HD, \angle BEF = \angle HDF.$

$\therefore DH \parallel BE.$

$\therefore DH \parallel OC.$

$\therefore \angle HDG = \angle OCD.$

又  $\angle G = \angle BCE,$

$\therefore \angle G = \angle HDG.$

$\therefore HG = HD.$

$\therefore HG = BE.$

$\therefore GF = HG + FH = BE + BF. \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

(3)  $\frac{\sqrt{43}}{5}, \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

自主选拔在线  
zizzsw

自主选拔在线  
微信号：zizzsw

自主选拔在线  
微信号：zizzsw

自主选拔在线  
微信号：zizzsw

自主选拔在线  
微信号：zizzsw