# 安康市 2023 届高三年级第三次质量联考试卷

# 理科数学

**本试卷共 4 页。全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。**

**注意事项：**

**1.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。**

**3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。**

**一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1.已知集合 $A=\left\{(x,y)\middle|y=x^2\right\}$，$B=\left\{(x,y)\middle|y=x\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A.$\{0,1\}$　　B.$\{(0,0)\}$　　C.$\{(1,1)\}$　　D.$\{(0,0),(1,1)\}$

2.若复数 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$ 满足 $\dfrac{z}{2+\mathrm{i}}$ 为纯虚数，则 $\dfrac{b}{a}=$（　　）

A.$-2$　　B.$-\dfrac{1}{2}$　　C.$\dfrac{1}{2}$　　D.2

3.已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，$a_3+a_4=4$，则 $S_6=$（　　）

A.6　　B.12　　C.18　　D.24

4.已知向量 $\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(1,x)$，若 $2\vec{a}-\vec{b}$ 与 $\vec{b}$ 共线，则 $|\vec{b}|=$（　　）

A.$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　B.$\dfrac{5}{4}$　　C.$\sqrt{5}$　　D.5

5.党的二十大报告提出全面推进乡村振兴.为振兴乡村经济，某市一知名电商平台决定为乡村的特色产品开设直播带货专场.该特色产品的热卖黄金时段为 2023 年 3 月 1 至 5 月 31 日，为了解直播的效果和关注度，该电商平台统计了已直播的 2023 年 3 月 1 日至 3 月 5 日时段的相关数据，这 5 天的第 $x$ 天到该电商平台专营店购物人数 $y$（单位：万人）的数据如下表：

| 日期 | 3 月 1 日 | 3 月 2 日 | 3 月 3 日 | 3 月 4 日 | 3 月 5 日 |
|---|---|---|---|---|---|
| 第 $x$ 天 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 人数 $y$（单位：万人） | 75 | 84 | 93 | 98 | 100 |

依据表中的统计数据，经计算得 $y$ 与 $x$ 的线性回归方程为 $\hat{y}=6.4x+a$.请预测从 2023 年 3 月 1 日起的第 58 天到该专营店购物的人数（单位：万人）为（　　）

A.440　　B.441　　C.442　　D.443

6.羽毛球运动是一项全民喜爱的体育运动，标准的羽毛球由 16 根羽毛固定在球托上，测得每根羽毛在球托之

外的长为6cm，球托之外由羽毛围成的部分可看成一个圆台的侧面，测得顶端所围成圆的直径是6cm，底部所围成圆的直径是2cm，据此可估算得球托之外羽毛所在曲面的展开图的圆心角为（　　）

A. $\dfrac{\pi}{3}$　　　　B. $\dfrac{\pi}{2}$　　　　C. $\dfrac{2\pi}{3}$　　　　D. $\pi$

7.在$\left(\dfrac{2}{x}-x\right)^7$的展开式中，下列说法正确的是（　　）

A.所有项的二项式系数和为1　　　　B.第4项和第5项的二项式系数最大

C.所有项的系数和为128　　　　D.第4项的系数最大

8.已知方程$\left(x^2-mx+27\right)\left(x^2-nx+27\right)=0$的四个根组成以1为首项的等比数列，则$|m-n|=$（　　）

A.8　　　　B.12　　　　C.16　　　　D.20

9.已知正三棱锥$P-ABC$的顶点都在球$O$的球面上，其侧棱与底面所成角为$\dfrac{\pi}{3}$，且$PA=2\sqrt{3}$，则球$O$的表面积为（　　）

A. $8\pi$　　　　B. $12\pi$　　　　C. $16\pi$　　　　D. $18\pi$

10.已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左，右焦点分别为$F_1$，$F_2$，$P$为椭圆$C$上一点，$\angle F_1PF_2=60^\circ$，点$F_2$到直线$PF_1$的距离为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$，则椭圆$C$的离心率为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　　C. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　　　D. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

11.定义在$\mathbf{R}$上的函数$f\left(x\right)$满足$f\left(2-x\right)=f\left(x\right)$，且$f\left(x+2\right)-1$为奇函数，则$\sum\limits_{k=1}^{2023}f\left(k\right)=$（　　）

A. $-2023$　　　　B. $-2022$　　　　C. 2022　　　　D. 2023

12.若$\sqrt{1+2a}=\mathrm{e}^b=\dfrac{1}{1-c}=1.01$，则（　　）

A. $a>b>c$　　　　B. $b>a>c$　　　　C. $c>a>b$　　　　D. $c>b>a$

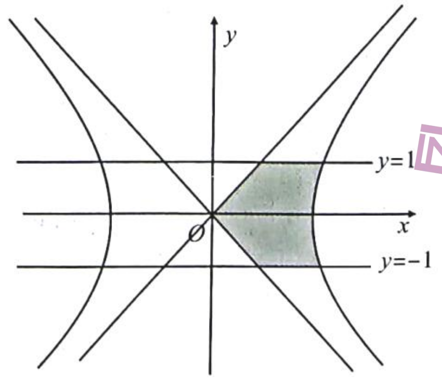
**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13.已知$x$，$y$满足约束条件$\begin{cases}x>0\\x-2y\le-2\\x+y\le7\end{cases}$，则$z=x-y$的最大值是______.

14.已知函数 $f(x)=\begin{cases}4^x,x\le 0\\ f(x-1),x>0\end{cases}$，则 $f(\log_2 3)=$______.

15.已知函数 $f(x)=\cos\omega x(\omega>0)$ 的图象关于点 $\left(\dfrac{\pi}{2},0\right)$ 对称，且在区间 $\left[0,\dfrac{\pi}{8}\right]$ 单调，则 $\omega$ 的一个取值是______.

16.《九章算术》中记载了我国古代数学家祖暅在计算球的体积时使用的一个原理："幂势既同，则积不容异"，此即祖暅原理，其含义为：两个同高的几何体，如在等高处的截面的面积恒相等，则它们的体积相等.已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点到渐近线的距离记为 $d$，双曲线 $C$ 的两条渐近线与直线 $y=1$，$y=-1$ 以及双曲线 $C$ 的右支围成的图形（如图中阴影部分所示）绕 $y$ 轴旋转一周所得几何体的体积为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}dc\pi$（其中 $c^2=a^2+b^2$），则双曲线 $C$ 的离心率为______.




**三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。**

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

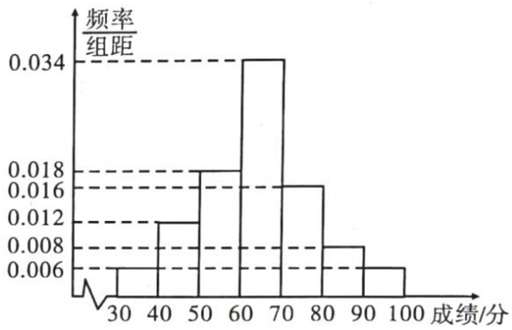
已知△$ABC$ 的内角 $A$，$B$，$C$ 的对边分别为 $a$，$b$，$c$，且 $a<c$，$\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-A\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{6}+A\right)=\dfrac{1}{4}$.

（1）求 $A$；

（2）若 $b=\sqrt{3}$，$a\sin A+c\sin C=4\sqrt{3}\sin B$，求△$ABC$ 的面积.

18.（12 分）

某市为了传承发展中华优秀传统文化，组织该市中学生进行了一次文化知识有奖竞赛，竞赛奖励规则如下：得分在 $[70,80)$ 内的学生获三等奖，得分在 $[80,90)$ 内的学生获二等奖，得分在 $[90,100]$ 内的学生获一等奖，其他学生不得奖.为了解学生对相关知识的掌握情况，随机抽取 100 名学生的竞赛成绩，并以此为样本绘制了如图所示的样本频率分布直方图.




（1）现从该样本中随机抽取 2 名学生的竞赛成绩，求这 2 名学生中恰有 1 名学生获奖的概率；

（2）估计这 100 名学生的竞赛成绩的平均数（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

（3）若该市共有 10000 名学生参加了竞赛，所有参赛学生的成绩 $X$ 近似服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其中 $\sigma\approx 14$，$\mu$ 为样本平均数的估计值，试估计参赛学生中成绩超过 78 分的学生人数（结果四舍五入到整数）.

附：若随机变量 $X$ 服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则 $P\left(\mu-\sigma\le X\le\mu+\sigma\right)\approx 0.6827$，$P\left(\mu-2\sigma\le X\le\mu+2\sigma\right)\approx 0.9545$，$P\left(\mu-3\sigma\le X\le\mu+3\sigma\right)\approx 0.9973$.

19.（12 分）

如图 1，四边形 $ABCD$ 是梯形，$AB // CD$，$AD=DC=CB=\frac{1}{2}AB=4$，$M$ 是 $AB$ 的中点，将 $\triangle ADM$ 沿 $DM$ 折起至 $\triangle A'DM$，如图 2，点 $N$ 在线段 $A'C$ 上.

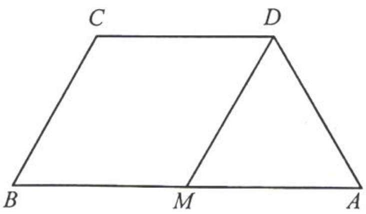


图1

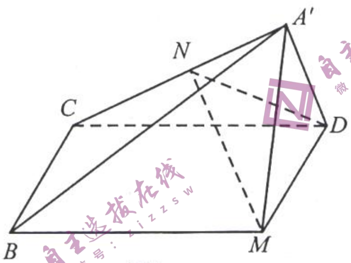


图2

（1）若 $N$ 是 $A'C$ 的中点，证明：平面 $DMN\perp$ 平面 $A'BC$；

（2）若 $A'C=2\sqrt{6}$，二面角 $C-DM-N$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$，求 $\frac{A'N}{NC}$ 的值.

20.（12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=me^x+\frac{\ln x-2}{x}+1$.

（1）若 $m=0$，求函数 $f\left(x\right)$ 的极值；

（2）若 $f\left(x\right)<0$ 恒成立，求 $m$ 的取值范围.

21.（12 分）

已知抛物线 $C:y^2=2px$ 的焦点为 $F\left(1,0\right)$.

（1）求抛物线$C$的方程；

（2）过点$F$的直线$l$与抛物线$C$交于$A$，$B$两点，$M$为抛物线$C$上的点，且$AM \perp BM$，$MF \perp AB$，求$\triangle ABM$的面积.

**（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。**

22.[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在平面直角坐标系$xOy$中，已知直线$l$的参数方程为$\begin{cases} x = 2\left(t - 2\sqrt{2}\right) \\ y = t \end{cases}$（$t$为参数）.以坐标原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho^2\left(1 + 3\sin^2\theta\right) = 4$.

（1）求直线$l$的普通方程与曲线$C$的直角坐标方程；

（2）若射线$\theta = \beta$（其中$\beta \in \left(0, \pi\right)$，且$\tan\beta = -\dfrac{1}{2}$，$\rho \geq 0$）与曲线$C$在$x$轴上方交于点$M$，与直线$l$交于点$N$，求$\left|MN\right|$.

23.[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

已知函数$f\left(x\right) = \left|2x + 2\right| + \left|x - 3\right|$.

（1）求不等式$f\left(x\right) \leq 5$的解集；

（2）若$\forall x \in \mathbf{R}$，$\left|a^2 - 3a\right| \leq f\left(x\right)$，求$a$的取值范围.

# 理科数学参考答案

## 一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 答案 | D | A | B | A | C | C | B | C | C | A | D | A |

1.D　解析：由题意得$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x \end{cases}$，解得$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$或$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$，故$A \cap B = \left\{\left(0,0\right),\left(1,1\right)\right\}$，

2.A　解析：$\dfrac{z}{2+\mathrm{i}} = \dfrac{a+b\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}} = \dfrac{\left(a+b\mathrm{i}\right)\left(2-\mathrm{i}\right)}{\left(2+\mathrm{i}\right)\left(2-\mathrm{i}\right)} = \dfrac{2a+b+\left(2b-a\right)\mathrm{i}}{5}$为纯虚数，$\therefore \begin{cases} 2a+b=0 \\ 2b-a \neq 0 \end{cases}$，$\therefore \dfrac{b}{a} = -2$.

3.B　解析：$S_6 = \dfrac{6\left(a_1+a_6\right)}{2} = \dfrac{6\left(a_3+a_4\right)}{2} = 12$.

4.A　解析：由题意可得$2\vec{a} - \vec{b} = \left(3, 2-x\right)$，　$\therefore 3x = 2 - x$，解得$x = \dfrac{1}{2}$，$\therefore \left|\vec{b}\right| = \sqrt{1 + \dfrac{1}{4}} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

5.C　解析：由题意，$\overline{x} = \dfrac{1+2+3+4+5}{5} = 3$，$\overline{y} = \dfrac{75+84+93+98+100}{5} = 90$，将$\left(3,90\right)$代入$\hat{y} = 6.4x + a$，