# 高三数学试卷参考答案(文科)

1. D　因为 $A=\{x|0<x<5\}$，$B=\{-2,0,2,4\}$，所以 $A\cap B=\{2,4\}$.

2. C　因为 $a-\mathrm{i}$ 与 $3+b\mathrm{i}$ 互为共轭复数，所以 $a=3$，$b=-1$，所以 $|a-b\mathrm{i}|=|3+\mathrm{i}|=\sqrt{10}$.

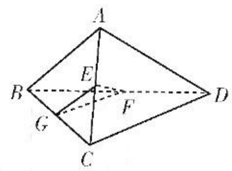
3. A　设 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\theta$，因为 $\cos\theta=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\dfrac{0}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=0$，所以 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$.

4. B　画出可行域(图略)知，直线 $z=y-x$ 经过点 $(3,3)$ 时，$z$ 有最小值 0.

5. C　$f(x)=\dfrac{x}{2\ln|x|}$ 的定义域为 $\{x|x\neq0$ 且 $x\neq\pm1\}$，因为 $f(-x)=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数，排除 A，D，当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)<0$，故选 C.

6. D　因为被调查的所有市民中二居室住户共 100 户，所占比例为 $\dfrac{2}{9}$，所以 $n=100\div\dfrac{2}{9}=450$，四居室住户有 $450\times\dfrac{1}{3}=150$ 户，三居室住户有 200 户，故 A，B 正确；用分层随机抽样的方法抽取的二居室住户有 $100\times0.2=20$ 户，故 C 正确；用分层随机抽样的方法抽取的市民中对三居室满意的有 $200\times0.2\times0.5=20$ 户，故 D 错误.

7. B　如图，取 $BC$ 的中点 $G$，并连接 $GF$，$GE$，又因为 $E$，$F$ 分别为 $AC$，$BD$ 的中点，所以 $GF/\!/CD$，且 $GF=\dfrac{1}{2}CD$，$GE/\!/AB$，且 $GE=\dfrac{1}{2}AB$，所以 $GE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}GF$. 又因为 $EF\perp AB$，所以 $EF\perp EG$，异面直线 $EF$ 与 $CD$ 所成角的平面角为 $\angle EFG$，在 $\mathrm{Rt}\triangle EFG$ 中，$\sin\angle EFG=\dfrac{GE}{GF}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\angle EFG=45^\circ$.




8. A　因为 $|MF|=\dfrac{b^2}{a}$，$|AF|=a+c$，$|MF|=2|AF|$，所以 $c^2-a^2=2ac+2a^2$，又 $c=3$，所以 $a^2-2a-3=0$，解得 $a=1$，则 $2a=2$.

9. C　将函数 $y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$ 的图象上各点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{2}{3}$，纵坐标不变，得到函数 $y=\sin(3x+\dfrac{\pi}{3})$ 的图象，再将图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到 $f(x)=\sin[3(x-\dfrac{\pi}{6})+\dfrac{\pi}{3}]=\sin(3x-\dfrac{\pi}{6})$，其图象的对称轴满足 $3x-\dfrac{\pi}{6}=k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，即 $x=\dfrac{k\pi}{3}+\dfrac{2\pi}{9}(k\in\mathbf{Z})$，只有 C 符合.

10. A　因为 $f(x+2)$ 为奇函数，所以 $f(-x+2)=-f(x+2)$，可知 $f(x)$ 的图象关于点 $(2,0)$ 对称，所以 $f(7)=-f(-3)$，因为 $f(-3)=-2^{-3}+1=\dfrac{7}{8}$，所以 $f(7)=-\dfrac{7}{8}$.

11. B　由题意知 $\{OP_i\}$，$\{OB_i\}(i=1,2,3,\cdots,10)$ 分别是公差为 4 和 18 的等差数列，所以 $|OP_{10}|=|OP_1|+9\times4=84+9\times4=120$，$|OB_{10}|=|OB_1|+9\times18=78+9\times18=240$，所以 $k_{B_{10}P_{10}}=\dfrac{120-0}{0+240}=\dfrac{1}{2}$，$k_{A_{10}P_{10}}=\dfrac{120-0}{0-240}=-\dfrac{1}{2}$，即最长拉索所在直线的斜率为 $\pm\dfrac{1}{2}$.

12. A　由 $(x-1)f'(x)-f(x)>x^2-2x$，得 $(x-1)f'(x)-f(x)-1>(x-1)^2$，即 $\frac{(x-1)f'(x)-(f(x)-1)}{(x-1)^2}-1>0$，即 $(\frac{f(x)-1}{x-1}-x)'>0$ 对 $x\in(1,+\infty)$ 恒成立，令 $g(x)=\frac{f(x)-1}{x-1}-x$，则 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增. 因为 $f(2)=3$，所以 $g(2)=0$，由 $f(x)>x^2-x+1$，得 $\frac{f(x)-1}{x-1}-x>0$，即 $g(x)>g(2)$，所以 $x>2$.

13. $\frac{5}{9}$　由 $f(x)=\sqrt{x}\geqslant 2$，得 $x\geqslant 4$，则所求概率 $P=\frac{9-4}{9-0}=\frac{5}{9}$.

14. 4　设 $M(x_1,y_1)$，由 $y^2=8x$，得 $p=4$，所以 $|MF|=6=x_1+2$，解得 $x_1=4$.

15. $2^n$；5　因为 $S_n=2^{n+1}-2$，所以 $S_{n-1}=2^n-2(n\geqslant 2)$，两式相减得 $a_n=2^n(n\geqslant 2)$，当 $n=1$ 时，$a_1=2^2-2=2$ 也满足 $a_n=2^n$，所以 $a_n=2^n$. 由 $18<2^k<40$，得 $k=5$.

16. $4\sqrt{3}\pi$　因为正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 是直三棱柱，设其高为 $h$，$AC=BC=AB=a$，则 $3a\times h=9$，所以 $h=\frac{3}{a}$. 设 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 $r$，则 $2r=\frac{a}{\sin\frac{\pi}{3}}$，解得 $r=\frac{\sqrt{3}a}{3}$. 设球 $O$ 的半径为 $R$，则 $R^2=r^2+\frac{h^2}{4}=\frac{a^2}{3}+\frac{9}{4a^2}\geqslant\sqrt{3}$，当且仅当 $a^2=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 时，等号成立，所以球 $O$ 的表面积的最小值为 $4\pi\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}\pi$.

17. 解：(1) 因为 $\sqrt{3}b\sin C\cos A=c\sin B\sin A$，

所以 $\sqrt{3}\sin B\sin C\cos A=\sin C\sin B\sin A$，…………………… 2 分

因为 $\sin B>0$，$\sin C>0$，所以 $\sqrt{3}\cos A=\sin A$，…………………… 4 分

所以 $\tan A=\sqrt{3}$. …………………… 5 分

又 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$. …………………… 6 分

(2) 因为 $\frac{1}{2}\times\sqrt{3}b\sin\frac{\pi}{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，所以 $b=2\sqrt{3}$，…………………… 8 分

所以 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=12+3-2\sqrt{3}\times\sqrt{3}=9$，…………………… 10 分

解得 $a=3$. …………………… 12 分

18. 解：(1) 由表可知，甲分厂加工出来的一件产品为 $A$ 级品的概率为 $\frac{45}{100}=0.45$，………… 2 分

乙分厂加工出来的一件产品为 $A$ 级品的概率为 $\frac{40}{100}=0.4$. …………………… 4 分

(2) 甲分厂加工 100 件产品的总利润为 $45\times(80-40)+30\times(50-40)+25\times(30-40)=1850$ 元，…………………… 7 分

所以甲分厂加工 100 件产品的平均利润为 18.5 元，…………………… 8 分

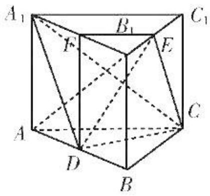
乙分厂加工 100 件产品的总利润为 $40\times(80-35)+10\times(50-35)+50\times(30-35)=1700$ 元，…………………… 10 分

所以乙分厂加工100件产品的平均利润为17元. …………………………………………… 11分

故该厂家应选甲分厂承接加工业务. ……………………………………………………… 12分

19. (1)证明:取$A_1B_1$的中点为$F$,连接$EF$,$DF$.

因为$EF$为$\triangle A_1B_1C_1$的中位线,所以$EF/\!/A_1C_1$,又$EF\not\subset$平面$ACC_1A_1$,$A_1C_1\subset$平面$ACC_1A_1$,所以$EF/\!/$平面$ACC_1A_1$. ……………………… 2分




因为$D$、$F$分别为棱$AB$,$A_1B_1$的中点,所以$DF/\!/AA_1$,又$DF\not\subset$平面$ACC_1A_1$,$AA_1\subset$平面$ACC_1A_1$,所以$DF/\!/$平面$ACC_1A_1$. …………… 4分

又$EF\cap DF=F$,所以平面$DEF/\!/$平面$ACC_1A_1$. ……………………… 5分

因为$DE\subset$平面$DEF$,所以$DE/\!/$平面$ACC_1A_1$. ………………………………… 6分

(2)解:连接$AE$,设$AA_1=h$,则三棱锥$A-A_1DC$的体积$V_{A-A_1DC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ACD}\cdot A_1A=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}\times h=\frac{\sqrt{3}}{3}$,解得$h=2$, …………………………………………… 7分

所以$V_{E-ACD}=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3})\times2=\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………………………… 8分

在$\triangle CDE$中,$CD=\sqrt{3}$,$CE=\sqrt{5}$,$DE=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$,可求得$CD$边上的高为$\sqrt{(\sqrt{5})^2-(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=\frac{\sqrt{17}}{2}$,所以$S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{17}}{2}=\frac{\sqrt{51}}{4}$. ……………………… 10分

设点$A$到平面$CDE$的距离为$d$,所以$V_{A-CDE}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{51}}{4}d$, ……………………… 11分

由$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{51}}{4}d=\frac{\sqrt{3}}{3}$,解得$d=\frac{4\sqrt{17}}{17}$. ……………………………………………… 12分

20. 解:(1)设椭圆$E$的半焦距为$c$,则$F_2(c,0)$,$Q(a,0)$,因为$|F_2Q|=1$,

所以$a-c=1$. …………………………………………………………………………… 1分

又因为椭圆$E$的离心率为$\frac{1}{2}$,所以$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$,

联立方程组$\begin{cases}a-c=1,\\ \frac{c}{a}=\frac{1}{2},\end{cases}$解得$\begin{cases}a=2,\\ c=1,\end{cases}$ ……………………………………………… 2分

所以$b^2=4-1=3$, ……………………………………………………………………… 4分

椭圆$E$的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ……………………………………………………… 5分

(2)假设存在点$P(t,0)$,使得$\overrightarrow{PF_1}=\lambda(\frac{\overrightarrow{PA}}{|\overrightarrow{PA}|}+\frac{\overrightarrow{PB}}{|\overrightarrow{PB}|})$,则$PF_1$是$\angle APB$的平分线,

所以$k_{PA}+k_{PB}=0$.显然当$k_{AB}=0$时一定成立. ……………………………………… 6分

当$k_{AB}\neq0$时,设$AB$的方程为$x=my-1$,与椭圆$E$的方程$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$联立消去$x$,得$(3m^2+4)y^2-6my-9=0$. ………………………………………………………………… 7分

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=\frac{6m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=-\frac{9}{3m^2+4}$. ……………………… 8 分

因为 $k_{PA}+k_{PB}=\frac{y_1}{x_1-t}+\frac{y_2}{x_2-t}=0$，所以 $y_1(x_2-t)+y_2(x_1-t)=0$，…………………… 9 分

即 $y_1(my_2-1-t)+y_2(my_1-1-t)=0$，所以 $2my_1y_2-(1-t)(y_1+y_2)=0$，

所以 $-2m\times\frac{9}{3m^2+4}-\frac{6m(1+t)}{3m^2+4}=0$， ……………………………………………………… 10 分

即 $-18m-6(1+t)m=0$，即 $m(4+t)=0$，所以 $t=-4$ 对一切实数 $m$ 都成立. ……… 11 分

故存在点 $P(-4,0)$，使得 $\overrightarrow{PF_1}=\lambda(\frac{\overrightarrow{PA}}{|\overrightarrow{PA}|}+\frac{\overrightarrow{PB}}{|\overrightarrow{PB}|})$ 成立. ……………………………… 12 分

21. 解：(1)因为 $f(x)=e^x-x$，所以 $f'(x)=e^x-1$， ………………………………………………… 1 分

所以 $f(1)=e-1$，$f'(1)=e-1$，可知切点坐标为 $(1,e-1)$，切线斜率为 $e-1$，………… 3 分

所以所求切线的方程为 $y=(e-1)x$. ……………………………………………………………… 4 分

(2)由题意知 $f(x)\geqslant ax+b$，即 $e^x-(a+1)x-b\geqslant 0$ 恒成立.

令 $h(x)=e^x-(a+1)x-b$，得 $h'(x)=e^x-(a+1)$. ………………………………………… 5 分

当 $a+1<0$ 时，$h'(x)>0$，则 $h(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，而当 $x\to-\infty$ 时，$h(x)\to-\infty$，与 $h(x)\geqslant 0$ 矛盾. ……………………………………………………………………………………… 6 分

当 $a+1>0$ 时，由 $h'(x)>0$，得 $x>\ln(a+1)$，由 $h'(x)<0$，得 $x<\ln(a+1)$，

所以 $h(x)$ 在 $(-\infty,\ln(a+1))$ 上单调递减，在 $(\ln(a+1),+\infty)$ 上单调递增.

所以 $h(x)_{\min}=h(\ln(a+1))=(a+1)-(a+1)\ln(a+1)-b\geqslant 0$， ……………………… 8 分

所以 $(a+1)b\leqslant(a+1)^2-(a+1)^2\ln(a+1)$. ………………………………………………… 9 分

令 $F(x)=x^2-x^2\ln x(x>0)$，则 $F'(x)=x(1-2\ln x)(x>0)$. ………………………… 10 分

由 $F'(x)>0$，得 $0<x<\sqrt{e}$，由 $F'(x)<0$，得 $x>\sqrt{e}$，

所以 $F(x)$ 在 $(0,\sqrt{e})$ 上单调递增，在 $(\sqrt{e},+\infty)$ 上单调递减.

所以 $F(x)_{\max}=F(\sqrt{e})=\frac{e}{2}$， ……………………………………………………………… 11 分

所以当 $a=\sqrt{e}-1$，$b=\frac{\sqrt{e}}{2}$ 时，$(a+1)b$ 取得最大值，且最大值为 $\frac{e}{2}$. ……………………… 12 分

22. 解：(1)将直线 $l$ 的参数方程 $\begin{cases}x=\frac{\sqrt{5}}{5}t,\\ y=2+\frac{2\sqrt{5}}{5}t\end{cases}$ ($t$ 为参数)化为普通方程，得 $y=2x+2$，…… 2 分

因为 $\rho=4\sin\theta-2\cos\theta$，所以 $\rho^2=4\rho\sin\theta-2\rho\cos\theta$，所以 $x^2+y^2+2x-4y=0$，即曲线 $C$ 的直角坐标方程为 $(x+1)^2+(y-2)^2=5$. …………………………………………………… 4 分

(2)把直线 $l$ 的参数方程 $\begin{cases}x=\frac{\sqrt{5}}{5}t,\\ y=2+\frac{2\sqrt{5}}{5}t\end{cases}$ 代入曲线 $C$ 的方程 $(x+1)^2+(y-2)^2=5$，得 $(\frac{\sqrt{5}}{5}t+1)^2$

$+(\frac{2\sqrt{5}}{5}t)^2=5$,化简得 $t^2+\frac{2\sqrt{5}}{5}t-4=0$. ………………………………………… 5分

设 $A$,$B$ 对应的参数分别为 $t_1,t_2$,则 $t_1+t_2=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$,$t_1t_2=-4$,……………………… 6分

所以 $|MA||MB|=|t_1t_2|=4$,…………………………………………………………… 7分

$|MA|^2+|MB|^2=t_1^2+t_2^2=(t_1+t_2)^2-2t_1t_2=\frac{44}{5}$, ………………………………… 9分

可得 $\frac{|MA||MB|}{|MA|^2+|MB|^2}=\frac{5}{11}$. ……………………………………………………… 10分

23. 解:(1)显然 $a\neq0$. ……………………………………………………………… 1分

当 $a>0$ 时,$|ax-1|\leqslant1$ 可化为 $0\leqslant ax\leqslant2$,解得 $0\leqslant x\leqslant\frac{2}{a}$,与 $f(x)\leqslant1$ 的解集为 $[-6,0]$ 不符. …………………………………………………………………………… 2分

当 $a<0$ 时,$|ax-1|\leqslant1$ 可化为 $0\leqslant ax\leqslant2$,解得 $\frac{2}{a}\leqslant x\leqslant0$, …………………………… 4分

因为 $f(x)\leqslant1$ 的解集为 $[-6,0]$,所以 $\frac{2}{a}=-6$,解得 $a=-\frac{1}{3}$. ……………………… 5分

(2)当 $a=3$ 时,$f(x)=|3x-1|$,

$f(2x+1)-f(x-1)\leqslant9-2m$ 等价于 $|6x+2|-|3x-4|\leqslant9-2m$,……………… 6分

设 $g(x)=|6x+2|-|3x-4|$,则 $g(x)=\begin{cases}-3x-6, x\leqslant-\frac{1}{3},\\ 9x-2, -\frac{1}{3}<x<\frac{4}{3},\\ 3x+6, x\geqslant\frac{4}{3}.\end{cases}$ ……………………… 8分

因为存在 $x\in\mathbf{R}$,使得不等式 $f(2x+1)-f(x-1)\leqslant9-2m$ 成立,

所以 $g(x)_{\min}\leqslant9-2m$. …………………………………………………………… 9分

因为 $g(x)_{\min}=g(-\frac{1}{3})=-5$,所以 $-5\leqslant9-2m$,

解得 $m\leqslant7$,即实数 $m$ 的取值范围是 $(-\infty,7]$. …………………………………… 10分

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。