2021 届高三 二轮复习联考(一) 新高考卷
数 学 试 卷

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\left\{x\left|\frac{x-1}{x+2}\geq 0\right.\right\}$, $B=\{x\in N|x\leq 2\}$, 则 $A\cap B=$

A. $(-\infty,-2)$　　B. $(-\infty,-2)\cup[1,2)$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2. 已知复数 z 满足 $z=\frac{2+i}{3+i}$, 则 $|z|=$

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

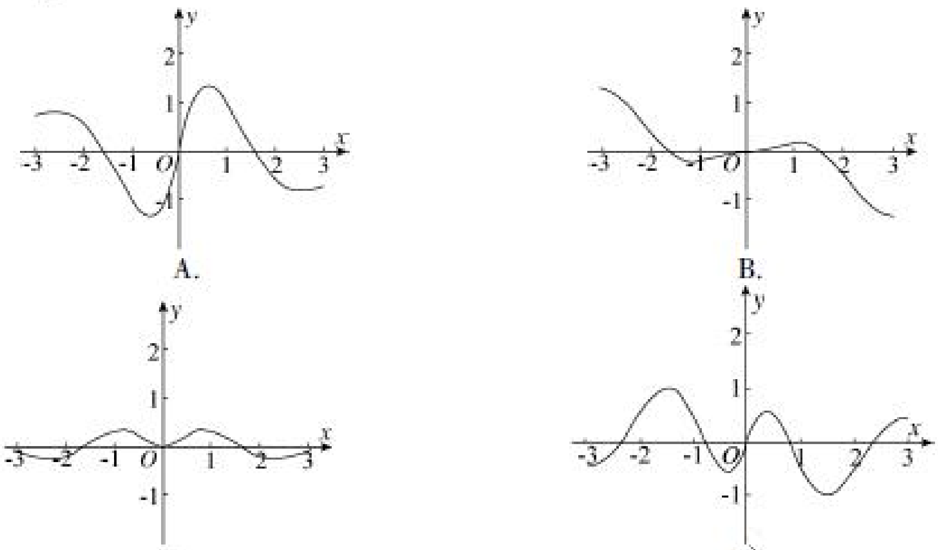
3. 已知单位向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}$, 则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$

A. $-\frac{1}{2}$　　B. -2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

4. 已知 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)=-\frac{\sqrt{6}}{3}$, 则 $\cos\left(\alpha-\frac{5\pi}{12}\right)=$

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

5. 函数 $f(x)=\frac{x^3\cos x}{e^{|x|}}$ 在 $[-3,3]$ 上的大致图象为



A.　B.　C.　D.

6. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的离心率为 e,若 $e\in(\sqrt{5},\sqrt{10})$,则 C 的焦点到一条渐近线的距离的取值范围为

A. $(1,3\sqrt{2})$　　B. $(\sqrt{2},+\infty)$　　C. $(2\sqrt{2},3\sqrt{2})$　　D. $(\sqrt{2},3\sqrt{2})$

7. 数学对于一个国家的发展至关重要,发达国家常常把保持数学领先地位作为他们的战略需求. 现某大学为提高数学系学生的数学素养,特开设了“古今数学思想”,“世界数学通史”,“几何原本”,“什么是数学”四门选修课程,要求数学系每位同学每学年至多选 3 门,大一到大三三学年必须将四门选修课程选完,则每位同学的不同选修方式有

A. 60 种　　B. 78 种　　C. 84 种　　D. 144 种

8. 已知函数 $f(x)=x+\frac{2}{1+e^x}$,若正实数 m,n 满足 $f(m-9)+f(2n)=2$,则 $\frac{2}{m}+\frac{1}{n}$ 的最小值为

A. 8　　B. 4　　C. $\frac{8}{3}$　　D. $\frac{8}{9}$

二、多选题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分,有选错的得 0 分,部分选对的得 3 分.

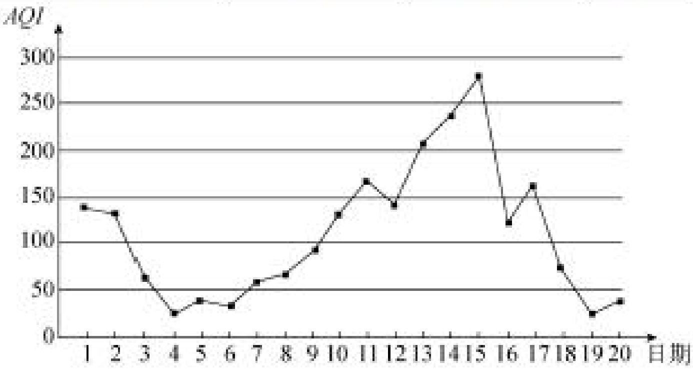
9. 下列四个条件中,能成为 $x>y$ 的充分不必要条件的是

A. $xc^2>yc^2$　　B. $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}<0$　　C. $|x|>|y|$　　D. $\ln x>\ln y$

10. 空气质量指数 AQI 是反映空气质量状况的指数,其对应关系如下表:

AQI 指数值	0~50	51~100	101~150	151~200	201~300	>300
空气质量	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染

为监测某化工厂排放废气对周边空气质量指数的影响,某科学兴趣小组在校内测得 10 月 1 日—20 日 AQI 指数的数据并绘成折线图如下:



下列叙述不正确的是

A. 这 20 天中 AQI 指数值的中位数略大于 150

B. 这 20 天中的空气质量为优的天数占 $\frac{1}{4}$

C. 10 月 4 日到 10 月 11 日,空气质量越来越好

D. 总体来说,10 月中旬的空气质量比上旬的空气质量好

11. 设函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x-2\sin^2 x$,则下列关于函数 $f(x)$ 的说法正确的是

A. 最小正周期为 2π

B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{2\pi}{3}$ 对称

C. $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6})$ 上单调递减

D. 当 $x\in[0,a)$ 时,$f(x)$ 的值域为 $[0,1]$,则实数 a 的取值范围为 $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$

12. 如图 1,在正方形 $ABCD$ 中,点 E 为线段 BC 上的动点(不含端点),将 $\triangle ABE$ 沿 AE 翻折,使得二面角 $B-AE-D$ 为直二面角,得到图 2 所示的四棱锥 $B-AECD$,点 F 为线段 BD 上的动

点（不含端点），则在四棱锥 $B-AECD$ 中，下列说法正确的有

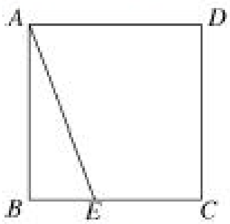


图 1

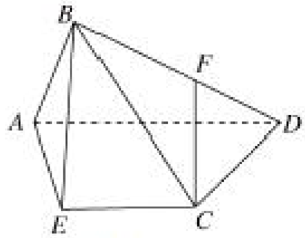


图 2

A. B、E、C、F 四点不共面　　B. 存在点 F，使得 CF∥平面 BAE

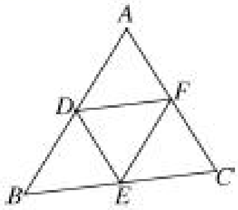
C. 三棱锥 $B-ADC$ 的体积为定值　　D. 存在点 E 使得直线 BE 与直线 CD 垂直

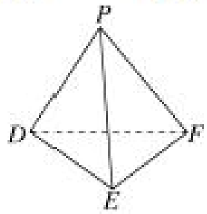
三、填空题：本大题有 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在题中横线上．

13. 已知数列$\{a_n\}$的首项 $a_1=\dfrac{1}{2}$，$a_{n+1}=1-\dfrac{1}{a_n}$，则 $a_{2021}=$ ________．

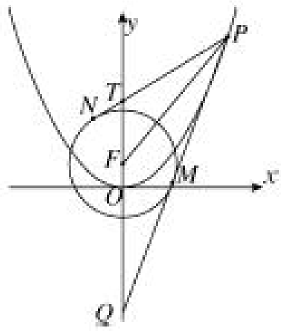
14. 二项式$\left(3x+\dfrac{2}{x}\right)^6$（$n\in\mathbf{N}*$）的展开式中 x^2 的系数为 ________．（用数字作答）

15. 如图，在△ABC 中，$AB=8$，$BC+AC=12$，分别取三边的中点 D,E,F，将△BDE，△ADF，△CEF 分别沿三条中位线折起，使得 A,B,C 重合于点 P，则当三棱锥 $P-DEF$ 的外接球的体积最小时，其外接球的半径为 ________，三棱锥 $P-DEF$ 的体积为 ________．





16. 如图，抛物线 $C:x^2=4y$ 的焦点为 F，P 为抛物线 C 在第一象限内的一点，抛物线 C 在点 P 处的切线 PM 与圆 F 相切（切点为 M）且交 y 轴于点 Q，过点 P 作圆 F 的另一条切线 PN（切点为 N）交 y 轴于 T 点．若已知 $|FQ|=|FP|$，则 $|FT|$ 的最小值为 ________．



四、解答题：本大题有 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（10 分）在①$a\sin(A+C)=b\cos\left(A-\dfrac{\pi}{6}\right)$，②$1+2\cos C\cos B=\cos(C-B)-\cos(C+B)$，

③$\dfrac{2\tan B}{\tan A+\tan B}=\dfrac{b}{c}$

这三个条件中任选一个，补充到下面的横线上并作答．

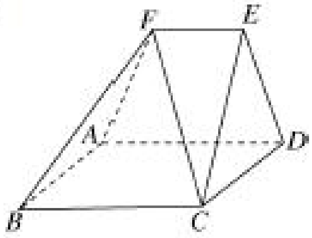
问题：在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $b+c=2\sqrt{3}$，$a=\sqrt{6}$，________．求△ABC 的面积．

18.（12 分）已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=\dfrac{1}{2}$，$a_{n+1}-a_n+2a_{n+1}a_n=0$（$n\in\mathbf{N}*$）．

（1）证明：数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$是等差数列，并求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设 S_n 为数列$\{a_na_{n+1}\}$的前 n 项和，证明 $S_n<\dfrac{1}{4}$．

19.（12 分）如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形，
$EF/\!/BC$，$EF=2$，$CE=DE$，$CE\perp DE$，平面 $CDE\perp$ 平面 $ABCD$.
（1）求证：$DE\perp$ 平面 $EFBC$；
（2）求二面角 $A-BF-C$ 的余弦值.



20.（12 分）椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与椭圆 $E:\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{24}=1$ 有共同的焦点，且椭圆 C 的离心率 $e=\dfrac{1}{2}$. 点 M、F 分别为椭圆 C 的左顶点和右焦点，直线 l 过点 F 且交椭圆 C 于 P,Q 两点，设直线 MP,MQ 的斜率分别为 k_1,k_2.
（1）求椭圆 C 的标准方程；
（2）是否存在直线 l，使得 $k_1+k_2=-\dfrac{1}{4}$，若存在，求出直线 l 方程；不存在，说明理由.

21.（12 分）下围棋既锻炼思维又愉悦身心，有益培养人的耐心和细心，舒缓大脑并让其得到充分休息. 现某学校围棋社团为丰富学生的课余生活，举行围棋大赛，要求每班选派一名围棋爱好者参赛. 现某班有 12 位围棋爱好者，经商议决定采取单循环方式进行比赛，(规则采用"中国数目法"，没有和棋。) 即每人进行 11 轮比赛，最后靠积分选出第一名去参加校级比赛. 积分规则如下（每轮比赛采取 5 局 3 胜制，比赛结束时，取胜者可能会出现 3:0，3:1，3:2 三种赛式）.

	3:0 或 3:1	3:2
胜者积分	3 分	2 分
负者积分	0 分	1 分

9 轮过后，积分榜上的前两名分别为甲和乙，甲累计积分 26 分，乙累计积分 22 分. 第 10 轮甲和丙比赛，设每局比赛甲取胜的概率均为 $\dfrac{2}{3}$，丙获胜的概率为 $\dfrac{1}{3}$，各局比赛结果相互独立.
（1）（ⅰ）在第 10 轮比赛中，甲所得积分为 X，求 X 的分布列；
（ⅱ）求第 10 轮结束后，甲的累计积分 Y 的期望；
（2）已知第 10 轮乙得 3 分，判断甲能否提前一轮获得累计积分第一，结束比赛.（"提前一轮"即比赛进行 10 轮就结束，最后一轮即第 11 轮无论乙得分结果如何，甲累计积分最多）？若能，求出相应的概率；若不能，请说明理由.

22.（12 分）已知函数 $f(x)=\ln(x+1)-\dfrac{kx}{x+1}+1$.
（1）求函数 $f(x)$ 的极值；
（2）（ⅰ）当 $x>0$ 时，$f(x)>0$ 恒成立，求正整数 k 的最大值.
（ⅱ）证明：$(1+1\times2)(1+2\times3)\cdots[1+n(n+1)]>e^{n(2-\frac{3}{n+1})}$.

2021 届高三 二轮复习联考(一) 新高考卷
数学参考答案及评分意见

1. C 【解析】因为 $A=(-\infty,-2)\cup[1,+\infty)$, $B=\{0,1,2\}$, 所以 $A\cap B=\{1,2\}$. 故选 C.

2. A 【解析】由 $z=\frac{2+i}{3+i}=\frac{(2+i)(3-i)}{(3+i)(3-i)}=\frac{7+i}{10}$, 则 $|z|=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 故选 A.

3. C 【解析】$|\boldsymbol{a}|=1$, $|\boldsymbol{b}|=1$, 所以 $|\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a}|=\sqrt{(\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a})^2}=\sqrt{\boldsymbol{b}^2-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+4\boldsymbol{a}^2}=\sqrt{5-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}$ $=\sqrt{3}$. 解得 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}$. 故选 C.

4. B 【解析】$\cos(\alpha-\frac{5\pi}{12})=\cos[(\alpha+\frac{\pi}{12})-\frac{\pi}{2}]=\sin(\alpha+\frac{\pi}{12})=-\frac{\sqrt{6}}{3}$. 故选 B.

5. B 【解析】函数为奇函数,排除 C,又因为 $f(1)=\frac{\cos 1}{e}<\frac{1}{2}$,故选 B.

6. C 【解析】因为 $e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{b^2}{2}}\in(\sqrt{5},\sqrt{10})$,所以 $b\in(2\sqrt{2},3\sqrt{2})$,而 C 的焦点到渐近线的距离为 b. 所以距离的取值范围为 $(2\sqrt{2},3\sqrt{2})$. 故选 C.

7. B 【解析】由题意可知三年修完四门课程,则每位同学每年所修课程数为 1,1,2 或 0,1,3 或 0,2,2. 若是 1,1,2,则先将 4 门学科分成三组共 $\frac{C_4^1C_3^1C_2^2}{A_2^2}$ 种不同方式,再分配到三个学年共有 A_3^3 种不同分配方式,由乘法原理可得共有 $\frac{C_4^1C_3^1C_2^2}{A_2^2}\cdot A_3^3=36$ 种;若是 0,1,3,则先将 4 门学科分成三组共 $C_4^1C_3^3$ 种不同方式,再分配到三个学年共有 A_3^3 种不同分配方式,由乘法原理可得共有 $C_4^1C_3^3\cdot A_3^3=24$ 种;若是 0,2,2,则先将 4 门学科分成三组共 $\frac{C_4^2C_2^2}{A_2^2}$ 种不同方式,再分配到三个学年共有 A_3^3 种不同分配方式,由乘法原理可得共有 $\frac{C_4^2C_2^2}{A_2^2}\cdot A_3^3=18$ 种. 所以每位同学的不同选修方式有 $36+24+18=78$ 种. 故选 B.

8. D 【解析】函数 $f(x)$ 定义域为 $\mathbf{R}$,令 $g(x)=f(x)-1=x+\frac{2}{1+e^x}-1$,易知 $y=x$ 和 $y=\frac{2}{1+e^x}-1$ 均为奇函数,所以 $g(x)$ 为奇函数,$g'(x)=\frac{1+e^{2x}}{(1+e^x)^2}>0$,所以 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,由 $f(m-9)+f(2n)=2$ 得 $f(m-9)-1+f(2n)-1=0$,即 $g(m-9)=-g(2n)=g(-2n)$,所以 $m-9+2n=0$,即 $m+2n=9$. 则 $\frac{2}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{9}(m+2n)(\frac{2}{m}+\frac{1}{n})=\frac{1}{9}(2+2+\frac{m}{n}+\frac{4n}{m})\geqslant\frac{1}{9}(4+4)=\frac{8}{9}$. 故选 D.

9. ABD 【解析】对于 A 选项：若 $xc^2>yc^2$，则 $c^2\neq0$，则 $x>y$，反之 $x>y$，当 $c=0$ 时得不出 $xc^2>yc^2$，所以 $xc^2>yc^2$ 是 $x>y$ 的充分不必要条件，故 A 正确；对于 B 选项：由 $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}<0$ 可得 $y<x<0$，即能推出 $x>y$；但 $x>y$ 不能推出 $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}<0$（因为 x,y 的正负不确定），所以 $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}<0$ 是 $x>y$ 的充分不必要条件. 故 B 正确；对于 C 选项：由 $|x|>|y|$ 可得 $x^2>y^2$，则 $(x+y)(x-y)>0$，不能推出 $x>y$；由 $x>y$ 也不能推出 $|x|>|y|$（如 $x=1,y=-2$），所以 $|x|>|y|$ 是 $x>y$ 的既不充分也不必要条件，故 C 错误；对于 D 选项：若 $\ln x>\ln y$，则 $x>y$，反之 $x>y$ 得不出 $\ln x>\ln y$，所以 $\ln x>\ln y$ 是 $x>y$ 的充分不必要条件. 故选项 D 正确. 故选 ABD.

10. ACD 【解析】由折线图知 100 以上有 10 个，100 以下有 10 个，中位数是 100 两边两个数的均值，观察比 100 的数离 100 远点，因此两者均值大于 100 但小于 150，A 错；空气质量为优的有 5 天，占 $\frac{1}{4}$，B 正确；10 月 4 日到 10 月 11 日，空气质量越来越好差，C 错；10 月上旬的空气质量 AQI 指数值在 100 以下的多，中旬的空气质量 AQI 指数值在 100 以上的多，上旬的空气质量比中旬的空气质量好，D 错. 故选 ACD.

11. BD 【解析】因为 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x-2\sin^2x=\sqrt{3}\sin2x+\cos2x-1=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-1$，A 中最小正周期为 π，故 A 错；B 中，$f(\frac{2\pi}{3})=-3$ 取得最小值，故 B 正确；C 中，$x\in(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6})$ 时，$2x+\frac{\pi}{6}\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$，$f(x)$ 单调递增，故 C 错误；D 中，$f(0)=2\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)-1=0$，结合函数 $f(x)$ 的图象可知，当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$ 时，$x=\frac{\pi}{6}$ 时，$f(\frac{\pi}{6})=1$. 由对称性可知 $f(\frac{\pi}{3})=f(0)=0$，所以 $a\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$，故 D 正确. 故选 BD.

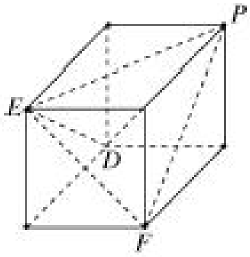
12. AB 【解析】A. 假设直线 BE 与直线 CF 在同一平面上，所以 E 在平面 BCF 上，又 E 在线段 BC 上，$BC\cap$ 平面 $BCF=C$，所以 E 与 C 重合，与 E 异于 C 矛盾，所以直线 BE 与直线 CF 必不在同一平面上，即 B、E、C、F 四点不共面，故 A 正确；B. 当点 F 为线段 BD 中点时，$EC=\frac{1}{2}AD$，再取 AB 的中点 G，则 $EC/\!/FG$ 且 $EC=FG$，四边形 $ECFQ$ 为平行四边形，所以 $FC/\!/EG$，则直线 CF 与平面 BAE 平行，故 B 正确；C. 由题 V_{B-ADC}，但 E 的移动会导致点 B 到平面 ACD 的距离在变化，所以 $B-ADC$ 的体积不是定值，故 C 错；D. 过 B 作 $BO\perp AE$ 于 O，因为平面 $BAE\perp$ 平面 $AECD$，平面 $BAE\cap$ 平面 $AECD=AE$，所以 $BO\perp$ 平面 $AECD$. 过 D 作 $DH\perp AE$ 于 H，因为平面 $BAE\perp$ 平面 $AECD$，平面 $BAE\cap$ 平面 $AECD=AE$，所以 $DH\perp$ 平面 BAE，所以 DH 空

BE. 若存在点 E 使得直线 BE 与直线 CD 垂直，$DH\subset$ 平面 $AECD$，$DC\subset$ 平面 $AECD$，$DH\cap DC=D$，所以 $BE\perp$ 平面 $AECD$，所以 E 与 O 重合，与三角形 ABE 是以 B 为直角的三角形矛盾，所以不存在点 E 使得直线 BE 与直线 CD 垂直. 故选 AB.

13. -1 【解析】在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=\frac{1}{2}$，$a_{n+1}=1-\frac{1}{a_n}$，则 $a_2=1-\frac{1}{a_1}=-1$，$a_3=1-\frac{1}{a_2}=2$，$a_4=1-\frac{1}{a_3}=\frac{1}{2}$，以此类推可知，对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，$a_{n+3}=a_n$，即数列 $\{a_n\}$ 是以 3 为周期的周期数列，因为 $2021=3\times673+2$，因此 $a_{2021}=a_2=-1$.

14. 4860 【解析】二项式展开式中的第 r 项 $T_{r+1}=C_6^r(3x)^{6-r}\left(\frac{2}{x}\right)^r=2^r\cdot3^{6-r}\cdot C_6^r\cdot x^{6-2r}$，$6-2r=2$，则 $r=2$，此时 $T_3=2^2\cdot3^4\cdot C_6^2\cdot x^2=4860x^2$，所以 x^2 的系数为 4860.

15. $\frac{\sqrt{17}}{2}$，$\frac{8}{3}$ 【解析】由题意得三棱锥 $P-DEF$ 的对棱分别相等，设 $BC=2a$，则 $AC=12-2a$，将三棱锥 $P-DEF$ 补充成长方体，则对角线长分别为 a，$6-a$，4，三棱锥 $P-DEF$ 的外接球即为长方体的外接球.



设长方体的长宽高分别为 x,y,z，

则 $x^2+y^2=a^2$，$y^2+z^2=(6-a)^2$，$x^2+z^2=16$，

所以 $x^2+y^2+z^2=a^2-6a+26$，

则外接球半径 $r=\frac{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{2}=\frac{\sqrt{a^2-6a+26}}{2}$，

当 $a=3$ 时，半径最小，此时三棱锥 $P-DEF$ 的外接球的体积最小，此时 $r=\frac{\sqrt{17}}{2}$.

解得 $x=z=2\sqrt{2}$，$y=1$.

所以三棱锥 $V_{P-DEF}=2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times1-4\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times1=\frac{8}{3}$.

16. $\frac{16}{9}$ 【解析】$F(0,1)$，设 $P(2t,t^2)$，由 $|FQ|=|FP|$，则 $Q(0,-t^2)$，抛物线 $y=\frac{x^2}{4}$，$y'=\frac{x}{2}$，所以 $k_{PM}=t$.

不妨设 $\angle FQP=\theta$，则 $\tan\theta=\frac{1}{t}$，$\angle NTF=3\theta$. 在 $\triangle PFT$ 中，由正弦定理得

$$|FT|=\frac{|PF|\sin\theta}{\sin3\theta}=\frac{t^2+1}{3-4\sin^2\theta}=\frac{(t^2+1)(\sin^2\theta+\cos^2\theta)}{3\cos^2\theta-\sin^2\theta}=\frac{(t^2+1)(\tan^2\theta+1)}{3-\tan^2\theta}=\frac{(t^2+1)^2}{3t^2-1}$$

所以 $\angle PTy=3\theta<\pi$，所以 $\theta<\frac{\pi}{3}$，所以 $\tan\theta<\sqrt{3}$，所以 $3t^2-1>0$

所以$\dfrac{(t^2+1)^2}{3t^2-1}=\dfrac{[(3t^2-1)+4]^2}{9(3t^2-1)}=\dfrac{(3t^2-1)}{9}+\dfrac{16}{9(3t^2-1)}+\dfrac{8}{9}\geqslant\dfrac{16}{9}$.

当且仅当$(3t^2-1)=4$时,即$t^2=\dfrac{5}{3}$时,$|FT|_{\min}=\dfrac{16}{9}$.

17. **解**:若选①,由正弦定理得 $\sin A\sin B=\sin B\cos\left(A-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

因为 $0<B<\pi$,

所以 $\sin B\neq0$,所以 $\sin A=\cos\left(A-\dfrac{\pi}{6}\right)$,

化简得 $\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos A+\dfrac{1}{2}\sin A$,

所以 $\cos\left(A+\dfrac{\pi}{6}\right)=0$.

因为 $0<A<\pi$,所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$. ………………………………………………………… 5 分

因为 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\dfrac{\pi}{3}$, $a=\sqrt{6}$, $b+c=2\sqrt{3}$,

所以 $bc=2$,

所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times2\times\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. ……………………………………… 10 分

选②因为 $1+2\cos C\cos B=\cos(C-B)-\cos(C+B)$,

所以 $1-\cos(C-B)+\cos(C+B)+2\cos C\cos B=1+2\cos(C+B)=1-2\cos A=0$,

所以 $\cos A=\dfrac{1}{2}$,因为 C 为三角形的内角,所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$, ……………………………………… 5 分

因为 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\dfrac{\pi}{3}$, $a=\sqrt{6}$, $b+c=2\sqrt{3}$,

所以 $bc=2$,

所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times2\times\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. ……………………………………… 10 分

选③因为$\dfrac{2\tan B}{\tan A+\tan B}=\dfrac{b}{c}$,

所以由正弦定理可得:$\dfrac{2\tan B}{\tan A+\tan B}=\dfrac{\sin B}{\sin C}$,可得:$\dfrac{2\times\dfrac{\sin B}{\cos B}}{\dfrac{\sin A}{\cos A}+\dfrac{\sin B}{\cos B}}=\dfrac{\sin B}{\sin C}$,

可得:$\dfrac{\dfrac{2\sin B}{\cos B}}{\dfrac{\sin A\cos B+\sin B\cos A}{\cos A\cos B}}=\dfrac{\dfrac{2\sin B}{\cos B}}{\dfrac{\sin C}{\cos A\cos B}}=\dfrac{2\sin B\cos A}{\sin C}=\dfrac{\sin B}{\sin C}$,

因为 $\sin B\neq 0,\sin C\neq 0$,

所以解得 $\cos A=\frac{1}{2}$,因为 $A\in(0,\pi)$,所以 $A=\frac{\pi}{3}$. …………………………………… 5 分

因为 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\frac{\pi}{3}$,$a=\sqrt{6}$,$b+c=2\sqrt{3}$,

所以 $bc=2$,

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 2\times\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. …………………………………… 10 分

18. **证明**:(1)由题对 $a_{n-1}-a_n+2a_{n+1}a_n=0$ 两边同时除以 $a_{n+1}a_n$ 得 $\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=2$. ……… 2 分

又 $\frac{1}{a_1}=2$,所以 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是首项为 2,公差为 2 的等差数列,…………………………………… 4 分

所以 $\frac{1}{a_n}=2+2(n-1)=2n$,所以 $a_n=\frac{1}{2n}$. …………………………………… 6 分

(2)由(1)$a_na_{n+1}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{4}\times(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$. …………………………………… 8 分

所以 $S_n=\frac{1}{4}\times(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})=\frac{1}{4}\times(1-\frac{1}{n+1})=\frac{1}{4}-\frac{1}{4(n+1)}$. ……

…………………………………………………………………… 10 分

因为 $n\in\mathbf{N}*$,所以 $\frac{1}{4}-\frac{1}{4(n+1)}<\frac{1}{4}$. 即 $S_n<\frac{1}{4}$. …………………………………… 12 分

19. (1)**证明**:因为平面 $CDE\perp$ 平面 $ABCD$,平面 $CDE\cap$ 平面 $ABCD=CD$,且 $BC\perp CD$

所以 $BC\perp$ 平面 CDE,

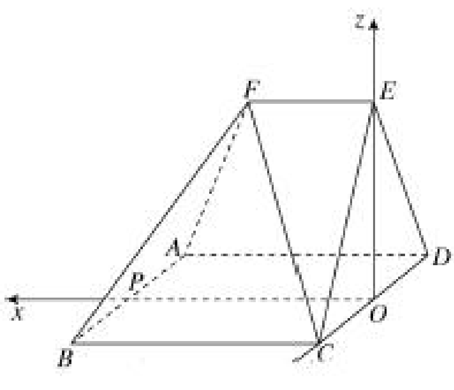
又因为 $DE\subset$ 平面 CDE,

所以 $BC\perp DE$

因为 $CE\perp DE$,$BC\cap CE=C$,$BC\subset$ 平面 $EFBC$,$CE\subset$ 平面 $EFBC$,

所以 $DE\perp$ 平面 $EFBC$. …………………………………… 5 分

(2)如图,取 CD、AB 中点 O、P,连结 EO,OP.



因为平面 $CDE\perp$ 平面 $ABCD$,$\triangle CDE$ 为等腰直角三角形,

所以 $EO\perp$ 平面 $ABCD$.

易知 OP,OC,OE 三条直线两两垂直,

分别以 OP,OC,OE 为 x,y,z 轴建立空间直角坐标系.

则 $A(4,-2,0)$,$B(4,2,0)$,$C(0,2,0)$,$D(0,-2,0)$,

$E(0,0,2)$,$F(2,0,2)$,$\overrightarrow{AB}=(0,4,0)$,$\overrightarrow{FB}=(2,2,-2)$,

设平面 ABF 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则

$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{FB}=0\end{cases}$，所以 $\begin{cases}4y=0,\\ 2x+2y-2z=0\end{cases}$，令 $x=1$，得 $\boldsymbol{n}=(1,0,1)$.

由(1)知 $DE\perp$ 平面 $EFBC$，所以平面 BFC 的法向量为 $\overrightarrow{DE}=(0,2,2)$.

$\cos\langle\boldsymbol{n},\overrightarrow{DE}\rangle=\dfrac{2}{\sqrt{2}\times2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$，

由图可知二面角 $A-BF-C$ 为钝角，

所以二面角 $A-BF-C$ 的余弦值为 $-\dfrac{1}{2}$. ………………………………………………… 12 分

20. **解**：(1)由题可知椭圆 C 中，$c=1$，

由离心率 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}$ 可得 $a=2$，

又知 $b^2=a^2-c^2=3$，

所以椭圆 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{4}\dfrac{y^2}{3}1$. ………………………………………………………… 5 分

(2)右焦点 $F(1,0)$，右顶点 $M(-2,0)$. 假设存在直线 l，满足 $k_1+k_2=-\dfrac{1}{4}$.

若直线 l 斜率不存在时，$k_1+k_2=0$，不合题意，舍去；

设直线 l 的方程为 $y=k(x-1)$，联立方程 $\begin{cases}y=k(x-1)\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$，

化简得 $(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$.

由题意易知 $\Delta>0$ 恒成立，

设直线 l 与椭圆 C 的两个交点为 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，

根据韦达定理得 $x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}$，

则 $k_1+k_2=\dfrac{y_1}{x_1+2}+\dfrac{y_2}{x_2+2}=\dfrac{k(x_1-1)}{x_1+2}+\dfrac{k(x_2-1)}{x_2+2}$，

$$=k\cdot\frac{2x_1x_2+(x_1+x_2)-4}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}$$

$$=k\cdot\frac{2\cdot\frac{4k^2-12}{3+4k^2}+\frac{8k^2}{3+4k^2}-4}{\frac{4k^2-12}{3+4k^2}+2\cdot\frac{8k^2}{3+4k^2}+4}$$

$$=k\cdot\frac{8k^2-24+8k^2-4(3+4k^2)}{4k^2-12+16k^2+4(3+4k^2)}$$

$$=-\frac{1}{k}=-\frac{1}{4}$$

所以 $k=4$，

即直线 $l:y=4(x-1)$，化简得 $4x-y-4=0$.

综上可知，存在直线 $l:4x-y-4=0$，满足 $k_1+k_2=-\frac{1}{4}$. ………………………………… 12 分

21. **解**：(1)(ⅰ)X 的可能取值为 3，2，1，0.

$$P(X=3)=(\frac{2}{3})^3+C_3^2(\frac{2}{3})^2(1-\frac{2}{3})(\frac{2}{3})=\frac{16}{27},$$

$$P(X=2)=C_4^2(\frac{2}{3})^2(1-\frac{2}{3})^2\cdot(\frac{2}{3})=\frac{16}{81},$$

$$P(X=1)=C_4^2(\frac{2}{3})^2(1-\frac{2}{3})^3=\frac{8}{81},$$

$$P(X=0)=(1-\frac{2}{3})^3+C_3^1(\frac{2}{3})(1-\frac{2}{3})^3=\frac{1}{9},$$

所以 X 的分布列为

X	3	2	1	0
P	$\frac{16}{27}$	$\frac{16}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{1}{9}$

……………………………………………………………………………………………… 6 分

(ⅱ)Y 的可能取值为 29，28，27，26

则 $E(Y)=\frac{16}{27}\times29+\frac{16}{81}\times28+\frac{8}{81}\times27+\frac{1}{9}\times26=\frac{2290}{81}$. ………………………………… 8 分

(2)若 $X=3$，则甲 10 轮后的总积分为 29 分，乙即便第 10 轮和第 11 轮都得 3 分，则 11 轮过后的总积分是 28 分，$29>28$，所以，甲如果第 10 轮积 3 分，则可提前一轮结束比赛，其概率为 $P(X=3)=\frac{16}{27}$. ……………………………………………………

22. 解：(1)定义域$(-1,+\infty)$，$f'(x)=\dfrac{x+1-k}{(x+1)^2}$

当$k\leqslant 0$时，$f'(x)>0$，所以函数$f(x)$在$(-1,+\infty)$上单调递增，无极值；

当$k>0$时，$f'(x)>0$得$x>k-1$，$f'(x)<0$得$-1<x<k-1$，

所以函数$f(x)$在$(-1,k-1)$上单调递减，在$(k-1,+\infty)$上单调递增.

此时函数$f(x)$的极小值$f(k-1)=\ln k-k+2$. 无极大值.

综上，当$k\leqslant 0$时，函数$f(x)$无极值；当$k>0$时，函数$f(x)$的极小值为$\ln k-k+2$. 无极大值.

……………………………………………………………………4分……

(2)当$x>0$时，$f(x)>0$恒成立，即只需$f(x)_{\min}>0$成立即可.

由(1)可知

当$k>0$时，函数$f(x)$在$(-1,k-1)$上单调递减，在$(k-1,+\infty)$上单调递增.

(ⅰ)若$k-1\leqslant 0$，即$k\leqslant 1$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以$f(x)_{\min}>f(0)=1$满足题意；

(ⅱ)若$k-1>0$，即$k>1$时，函数$f(x)$在$(0,k-1)$上单调递减，在$(k-1,+\infty)$上单调递增.

所以$f(x)_{\min}=f(k-1)=\ln k-k+2>0$

令$g(x)=\ln x-x+2$，$g'(x)=\dfrac{1-x}{x}<0$，所以$g(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减，

又知$g(2)=\ln 2>0$，$g(3)=ln3-1>0$，$g(4)=ln4-2<0$.

所以$\exists x_0\in(3,4)$使得$g(x_0)=0$，则$g(x)=\ln x-x+2>0$的解集为$(1,x_0)$.

综上k的取值范围为$(-\infty,x_0)$，$x_0\in(3,4)$，所以正整数k的最大值为3. ……………… 8分

(ⅱ)证明：两边取对数得$ln(1+1\times2)(1+2\times3)\cdots[1+n(n+1)]>2n-\dfrac{3n}{n+1}$，

即只需证$ln(1+1\times2)+ln(1+2\times3)+\ldots+ln[1+n(n+1)]>2n-\dfrac{3n}{n+1}$.

由(ⅰ)知$\ln(x+1)>\dfrac{3x}{x+1}-1=2-\dfrac{3}{x+1}$，

令$x=n(n+1)$，则$\ln[n(n+1)+1]>2-\dfrac{3}{n(n+1)+1}>2-\dfrac{3}{n(n+1)}=2-(\dfrac{3}{n}-\dfrac{3}{n+1})$.

所以$\ln(1+1\times2)+ln(1+2\times3)+\cdots+\ln[1+n(n+1)]$

$>2n-3(1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1})=2n-\dfrac{3n}{n+1}$.

所以$(1+1\times2)(1+2\times3)\cdots[1+n(n+1)]>e^{n(2-\frac{3}{n+1})}$. ………………

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》