

答案

1. A 2. C 3. A 4. C 5. C 6. D 7. B 8. C

9. BCD 10. BC 11. AC 12. ACD 13.  $m < 2$

14.  $\left(0, \frac{1}{16}\right)$

15.  $\left[\frac{6-3\sqrt{3}}{8}, 3\right]$

16.  $n\left(\frac{7}{8}\right)^{n-1} \quad 6$

17. (1) 数列  $\{a_n\}$  不是  $B_M$  数列,  $\{b_n\}$  是  $B_M$  数列, 理由见解析;

(2)  $\{p | p \geq 1 \text{ 或 } p \leq -1, p \in \mathbf{Z}\}$ .

18. (1)  $\frac{81}{125}$

(2) 答案见解析

19. 答案不唯一, 具体见解析.

【分析】若选①, 则由正弦定理可得  $4\sin A \sin B \cos A = \sqrt{3} \sin B$ , 化简后可求出角  $A = \frac{\pi}{6}$  或  $\frac{\pi}{3}$ ,

再由  $\cos C = \frac{1}{3}$  求出  $\sin C = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ , 然后由  $\cos B = -\cos(A+C)$  可求出  $\cos B$  的值;

若选②, 则由正弦定理得  $b^3 + c^3 = (b+c)a^2$ , 即可得  $b^2 + c^2 - bc = a^2$ , 再利用余弦定理可求得  $\cos A$ , 从而可求出角  $A = \frac{\pi}{3}$ , 再由  $\cos C = \frac{1}{3}$  求出  $\sin C = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ , 然后由  $\cos B = -\cos(A+C)$  可求出  $\cos B$  的值;

若选③, 由  $\sqrt{3} \sin A + \cos A = \frac{b}{a} + \frac{a}{b}$  结合辅助角公式和基本不等式可得  $\sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ , 则可

求出  $A = \frac{\pi}{3}$ , 而利用基本不等式时有  $a = b$ , 从而可得三角形为等边三角形, 与  $\cos C = \frac{1}{3}$  相矛盾, 则可得问题中的三角形不存在

【解析】选①: 因为  $4a \sin B \cos A = \sqrt{3}b$ , 由正弦定理得  $4\sin A \sin B \cos A = \sqrt{3} \sin B$ , 所以  $B \in (0, \pi)$ , 所以  $\sin B \neq 0$ ,

所以  $4\sin A \cos A = \sqrt{3}$ ,  $\sin 2A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

又  $A \in (0, \pi)$ ,  $2A \in (0, 2\pi)$ , 所以  $2A = \frac{\pi}{3}$  或  $\frac{2\pi}{3}$ , 即  $A = \frac{\pi}{6}$  或  $\frac{\pi}{3}$ .

因为  $\cos C = \frac{1}{3}$ ,  $C \in (0, \pi)$ , 所以  $\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

当  $A = \frac{\pi}{6}$  时,  $\cos B = -\cos(A+C)$

$$= -\cos\left(\frac{\pi}{6} + C\right) = -\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{6},$$

当  $A = \frac{\pi}{3}$  时,  $\cos B = -\cos(A+C)$

$$= -\cos\left(\frac{\pi}{3} + C\right) = -\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{2\sqrt{6} - 1}{6},$$

因此  $\cos B$  的值为  $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$  或  $\frac{2\sqrt{6}-1}{6}$ .

选②: 因为  $b\sin^2 B + c\sin^2 C = (b+c)\sin^2 A$ ,

由正弦定理得  $b^3 + c^3 = (b+c)a^2$ ,

因为  $b+c > 0$ , 所以  $b^2 + c^2 - bc = a^2$ ,

所以  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2}$ ,

因为  $A \in (0, \pi)$ , 所以  $A = \frac{\pi}{3}$ .

因为  $\cos C = \frac{1}{3}$ ,  $C \in (0, \pi)$ , 所以  $\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,

所以  $\cos B = -\cos(A+C)$

$= -\cos\left(\frac{\pi}{3} + C\right) = -\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{2\sqrt{6}-1}{6}$ ,

因此  $\cos B$  的值  $\frac{2\sqrt{6}-1}{6}$ .

选③: 因为  $\sqrt{3}\sin A + \cos A = \frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ , 所以  $2\sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ ,

因为  $2 \geq 2\sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \times \frac{a}{b}} = 2$ ,

于是  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = 2$ , 即  $a = b$ ; 且  $2\sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right) = 2$ , 即  $\sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ ,

注意到  $A \in (0, \pi)$ ,  $A + \frac{\pi}{6} \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right)$ ,

因此  $A + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ , 即  $A = \frac{\pi}{3}$ ,

于是  $\triangle ABC$  为等边三角形,

因此  $\cos C = \frac{1}{2}$  与  $\cos C = \frac{1}{3}$  相矛盾,

故  $\triangle ABC$  不存在.

20. (1) 当  $M$  是线段  $AE$  的中点时,  $AC \parallel$  平面  $MDF$ , (2)  $\frac{1}{4}$ .

21. (1)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ ; (2) 存在,  $G\left(\frac{9}{4}, 0\right)$ .

22. (1) 增区间为  $(0, +\infty)$ , 无减区间;

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线



自主选拔在线  
微信号：zizzsw



自主选拔在线  
微信号：zizzsw



自主选拔在线  
微信号：zizzsw