2019 级高三上学期期末校际联合考试

数学试题

一、单项选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $P=\{x\in\mathbf{N}|0\le x\le 3\}, Q=\{x|\ x^2-1>0\}$, 则 $P\cap Q=$
   A. $[1,3]$
   B. $(1,3]$
   C. $\{2,3\}$
   D. $\{1,2,3\}$

2. 若复数 z 在复平面内对应的点是 $(1,-1)$, 则 $\frac{1}{z-1}=$
   A. i
   B. $-i$
   C. 1
   D. -1

3. 在 $(a+b)^n$ 的展开式中, 只有第 4 项的二项式系数最大, 则 $n=$
   A. 5
   B. 6
   C. 7
   D. 8

4. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形, 点 D,E 分别是边 AB,BC 的中点, 且 $\overrightarrow{DE}=3\overrightarrow{EF}$, 则 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的值为
   A. $-\frac{1}{12}$
   B. $\frac{1}{12}$
   C. 1
   D. -8

5. 某市从 6 名优秀教师中选派 3 名同时去 3 个灾区支教 (每地 1 人), 其中甲和乙不同去, 则不同的选派方案的种数为
   A. 48
   B. 60
   C. 96
   D. 168

6. 设函数 $f_0(x)=|x|, f_1(x)=|f_0(x)-1|, f_2(x)=|f_1(x)-2|$, 则函数 $f_2(x)$ 的图像与 x 轴所围成图形中的封闭部分面积是
   A. 6

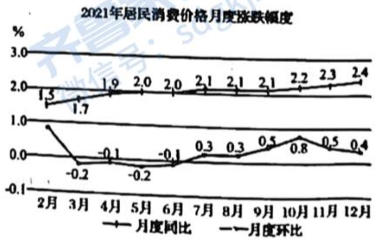
C. 8
B. 7
D. 9

7. 十八世纪,数学家泰勒发现了公式$\sin x = x-\dfrac{x^3}{3!}+\dfrac{x^5}{5!}-\dfrac{x^7}{7!}+\cdots+(-1)^{n-1}\dfrac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}+\cdots$,其中$n\in\mathbf{N}^*, x\in\mathbf{R}$,若$T=1-\dfrac{3^2}{2!}+\dfrac{3^4}{4!}-\dfrac{3^6}{6!}+\cdots+(-1)^{n-1}\dfrac{3^{2n-2}}{(2n-2)!}+\cdots$,下列选项中与 T 的值最接近的是
A. $-\cos 8^\circ$
B. $-\sin 8^\circ$
C. $-\cos 18^\circ$
D. $-\sin 18^\circ$

8. 在底面半径为 12 的圆柱内,有两个半径也为 12 的球面,其球心距为 26,若作一平面 与这两个球面相切,且与圆柱交成一个椭圆,则这个椭圆的长轴长与短轴长之和为
A. 44
B. 46
C. 48
D. 50

二、选择题：本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的四个选项中,有 多项符合题目要求,全部选对得 5 分,选对但不全的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 下图是某市 2021 年 2～12 月居民消费价格指数(CPI)月度涨跌幅度折线图(同比增长率=(今 年第 n 个月-去年第 n 个月) ÷ 去年第 n 个月,环比增长率 = (现在的统计周期-上一个统计周期) ，正确的是
A. 2021 年 9 月 CPI 环比上升 0.5%,同比上涨 2.1%
B. 2021 年 9 月 CPI 环比上升 0.2%,同比无变化
C. 2021 年 3 月 CPI 环比下降 1.1%,同比上涨 0.2%
D. 2021 年 3 月 CPI 环比下降 0.2%,同比上涨 1.7%



10. 已知函数 $y=f(x)$ 的图像由函数 $g(x)=\cos x$ 的图像经如下变换得到：先将 $g(x)$ 的图像向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位,再将图像上所有点的横坐标变为原来的一半,纵坐标不变,则 下列正确的是

A. $f\left(x\right)=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

B. 函数 $f\left(x\right)$ 关于 $x=-\dfrac{5\pi}{12}$ 对称

C. $f\left(x\right)$ 在 $\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right]$ 上的值域为 $\left[-1,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right]$

D.若 $f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)=1$，则 $x_1-x_2=k\pi,k\in\mathbf{Z}$

11. 数列 $\{a_n\}$ 的各项均是正数，$a_1=\dfrac{1}{2},a_2=\dfrac{3}{2}$，函数 $y=\dfrac{1}{3}x^3$ 在点 $\left(a_n,\dfrac{1}{3}a_n^3\right)$ 处的切线 过点 $\left(a_{n+2}-2a_{n+1},\dfrac{7}{3}a_n^3\right)$，则下列正确的是

A. $a_3+a_4=18$

B. 数列 $\{a_n+a_{n+1}\}$ 是等比数列

C. 数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ 是等比数列

D. $a_n=\dfrac{1}{2}\cdot 3^{n-1}$

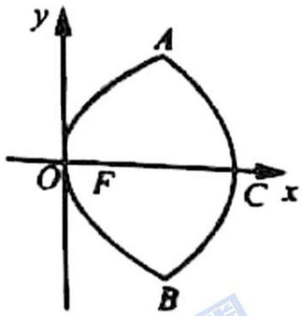
12. 焦点为 F 的抛物线 $C_1:y^2=4x$ 与圆 $C_2:(x-1)^2+y^2=r^2(r>0)$ 交于 A,B 两点，其中 A 点横坐标为 x_A，方程 $\begin{cases}y^2=4x,x\ \ x_A\\(x-1)^2+y^2=r^2,x>x_A\end{cases}$ 的曲线记为 Γ，C 是圆 C_2 与 x 轴的交点，O 是坐标原点，则下列正确的是

A. 给定 $\alpha=\dfrac{2\pi}{3}$，对于任意 r，圆弧 $\overset{\frown}{ACB}$ 所对的圆心角 $\angle AFB\le\alpha$；

B. 对于给定的角 $\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，存在 r，使得圆弧 $\overset{\frown}{ACB}$ 所对的圆心角 $\angle AFB<\alpha$；

C. 对于任意 r，该曲线有且仅有一个内接正 $\triangle OPQ$；

D.当 $r>2022$ 时，存在面积大于 2022 的内接正 $\triangle OPQ$.

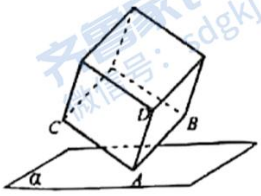


三、填空题:本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知 $x>\frac{5}{4}$.则函数 $v=4x+\frac{n}{4x-5}$ 的最小值为________.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中,函数 $f(x)=a\sin ax+\cos ax(a>0)$ 在一个最小正周期长的区间上的图像与函数 $g(x)=\sqrt{a^2+1}$ 的图像所围成封闭图形的面积为________.

15. 如图,棱长为 3 的正方体的顶点 A 在平面α内,三条棱 AB,AC,AD 都在平面α的同侧.若顶点 B,C 到平面 α 的距离分别为 $\sqrt{2},\sqrt{3}$. 则平面 ABC 与平面α所成锐二面角的余弦值为________.



16. 已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}2+2\ln x,x\geq 1\\ x+1,x<1,\end{cases}$, 若 $p\neq q$. 且 $f\left(p\right)+f\left(q\right)=4$. 则 $p+q$ 的取值范围是________.

四、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 且 $3b^2+3c^2=3a^2+2bc$.

(1) 求 $\sin A$ 的值;

(2) 若 $\sin B=2\sin C$，求 $\tan C$ 的值.

18. (12 分)

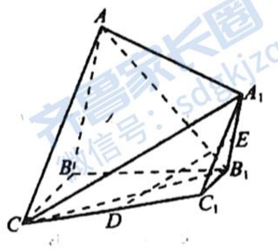
数列 $\{a_n\}$ 中. 已知 $a_1=1, a_{n+1}=S_n+1$, 数列 $\{b_n\}$满足 $a_1=b_1$. 点 $P(b_n,b_{n+1})$ 在直线 $x-y+3=0$ 上. $\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$

(1) 求数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 数列 $\{a_n\}$ 中满足：① $a_n<999$ ；②存在 $m\in \mathbf{N}^*$ 使 $b_m=a_n$ 的项组成新数列$\{c_n\}$,求数列$\{c_n\}$所有项的和.

19. (12 分)

如图所示, 在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=BC=BB_1=2A_1B_1, BC\perp BB_1$，$AB\perp BB_1, D, E$ 分别为 CC_1, A_1B_1 的中点.



(1)证明:DE//平面 AB_1C

(2)若∠ABC=120°,求平面 AB_1C 和平面 $A_1B_1C_1$ 所成锐二面角的余弦值.

20. (12 分)

2021 年某出版社对投稿某期刊的 600 篇文章进行评选，每篇文章送 3 位专家进行评议，3 位专家中有 2 位以上(含 2 位)专家评议意见为“不合格”的文章，将认定为“不入围文章”，有且只有 1 位专家评议意见为“不合格”的文章，将再送 2 位专家进行复评，2 位复评专家中有 1 位以上(含 1 位)专家评议意见为“不合格”的文章，将认定为“不入围文章”. 设每篇文章被每位专家评议为“不合格”的概率均为 $p(0<p<1)$，且各篇文章是否被评议为“不合格”相互独立.

(1) 记一篇参评的文章被认定为“不入围文章”的概率为 $f(p)$，求 $f(p)$；

(2) 若拟定每篇文章需要复评的评审费用为 1500 元，不需要复评的评审费用为 900 元；除评审费外，其他费用总计为 10 万元. 该出版社总预算费用为 80 万元，现以此方案实施，问是否会超过预算? 并说明理由.

21. (12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，一动图经过点 $A\left(\frac{1}{2},0\right)$ 且与直线 $x=-\frac{1}{2}$ 相切，设该动图圆心的轨迹为曲线 K，P 是曲线 K 上一点.

(1) 求曲线 K 的方程;

(2) 过点 A 且斜率为 k 的直线 l 与曲线 K 交于 B,C 两点，若 $l//OP$ 且直线 OP 与直线 $x=1$ 交于 Q 点. 求 $\frac{|AB|\cdot|AC|}{|OP|\cdot|OQ|}$ 的值;

(3) 若点 D,E 在 y 轴上，ΔPDE 的内切圆的方程为 $(x-1)^2+y^2=1$，求 ΔPDE 面积的最小值.

22. (12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x-ax+b$，中 $a,b\in\mathbf{R}$.

(1) 当 $a>0$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间:

(2) 若 $a=1,b\in[0,2]$，$\varphi(x)=kx-x\ln x-1$，对任意实数 $x\in[1,e]$，$f(x)\ge\varphi(x)$ 恒成立，求 $k-2b$ 的最大值.

2021 级高三上学期期末校际联合考试

数学试题答案

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1--4　CABB　　5--8　CBAD

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分。

9.AD.　10.ABD.　11. ABD.　12.BC.

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 7.　14. $\frac{2\pi}{a}\sqrt{a^2+1}$.　15. $\frac{2}{3}$.　16. $[3-2\ln 2,+\infty)$.

四、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. 解析：(1) 在 $\triangle ABC$ 中，因为 $3b^2+3c^2=3a^2+2bc$，即 $b^2+c^2-a^2=\frac{2}{3}bc$

由余弦定理可得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{3}$，……………3 分

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\frac{1}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ……………5 分

(2) 在 $\triangle ABC$ 中，可得 $B=\pi-(A+C)$，可得 $\sin B=\sin[\pi-(A+C)]=\sin(A+C)$，

由 $2\sin C=\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\frac{2\sqrt{2}}{3}\cos C+\frac{1}{3}\sin C$，……8 分

可得 $\sin C=\frac{2\sqrt{2}}{5}\cos C$，又由 $\sin B=2\sin C$，则 $\sin C\neq 1$，则 $\cos C\neq 0$，所以

$\tan C=\frac{\sin C}{\cos C}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ……………10 分

18．解析：(1)由 $a_{n+1}=S_n+1$ 可得 $a_n=S_{n-1}+1\left(n\geq 2,n\in \mathbf{N}^*\right)$，

两式相减得 $a_{n+1}-a_n=a_n$， 所以 $a_{n+1}=2a_n\ (n\geq 2)$，

又 $a_2=S_1+1=2$ ，所以 $a_2=2a_1$．

故 $\{a_n\}$ 是首项为1，公比为2的等比数列，所以 $a_n=2^{n-1}$． …………4分

由点 $P(b_n,b_{n+1})$ 在直线 $x-y+3=0$ 上，所以 $b_{n+1}-b_n=3$．

则数列 $\{b_n\}$ 是首项为1，公差为3的等差数列，

则 $b_n=1+3(n-1)=3n-2$． …… 6分

（2）数列 $\{a_n\}$ 中满足：① $a_n<999$： $2^{n-1}<999$，则 $n\leq 10$．

又 $b_n=3n-2$，若满足条件②存在 $m\in \mathbf{N}^*$ 使 $b_m=a_n$，

则必有 $a_n=2^{n-1}=b_m=3m-2$，即 $a_n=2^{n-1}$ 需要是被3除余1的正整数， ……………………9分

又由 $a_1=b_1=1$ 符合，

且 $a_{n+1}=2a_n=2b_m=6m-4=3(2m-1)-1$，不符合，

$a_{n+2}=4a_n=4b_m=12m-8=3(4m-2)-2$，符合，

故 $\{a_n\}$ 所有的奇数项均符合条件②，

所有项求和为 $a_1+a_3+a_5+a_7+a_9=1+4+16+64+256=341$． …………12分

19.解析：(1) 取 AA_1 的中点 F，连接 DF,EF．

$\because DF//AC$， $DF\not\subset$ 平面 ACB_1，$AC\subset$ 平面 ACB_1，

$\therefore DF//$平面ACB_1

$\because EF//AB_1, EF\not\subset$平面$ACB_1, AB_1\subset$平面$ACB_1$

$\therefore EF//$平面ACB_1 ………………4 分

又$EF\cap DF=F\ \therefore$平面$DEF//$平面ACB_1

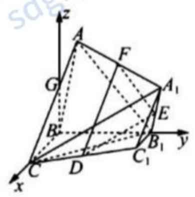
$\therefore DE\subset$平面$DEF\ \therefore DE//$平面ACB_1 ………………6 分

(2) $\because AB\perp BB_1, BC\perp BB_1, AB\cap BC=B$，$\therefore BB_1\perp$平面$ABC$

过点B作$BG\perp BC$交AC于G，则BC,BG,BB_1两两垂直，以B为原点，$\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BB_1},\overrightarrow{BG}$的方向为$x,y,z$轴的正方向建立空间直角坐标系.

设$BC=2$，则$B(0,0,0),B_1(0,2,0),C(2,0,0),A(-1,0,\sqrt{3})$.

设平面AB_1C的法向量$\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$.



$\because \overrightarrow{CA}=(-3,0,\sqrt{3}), \overrightarrow{B_1C}=(2,-2,0)$

$\therefore$由$\begin{cases}\overrightarrow{CA}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{B_1C}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$，得$\begin{cases}-3x_1+\sqrt{3}z_1=0\\ 2x_1-2y_1=0\end{cases}$ $\therefore \boldsymbol{n}=(1,1,\sqrt{3})$

易得平面$A_1B_1C_1$的法向量$\boldsymbol{m}=(0,1,0)$，……………10 分

设平面AB_1C和平面$A_1B_1C_1$所成锐二面角为θ，则

$\cos\theta=\left|\cos\langle\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}\rangle\right|=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

故平面AB_1C和平面$A_1B_1C_1$所成锐二面角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$………………12 分

20. 解：(1) 因为一篇文章初评被认定为“不入围文章”的概率为$C_3^2p^2(1-p)+C_3^3p^3$，

一篇文章复评被认定为"不入围文章"的概率为$C_3^1 p(1-p)^2[1-(1-p)^2]$，2 分

所以一篇文章被认定为"不入围文章"的概率为 $f(p)=C_3^2p^2(1-p)+C_3^3p^3+C_3^1p(1-p)^2[1-(1-p)^2]=-3p^5+12p^4-17p^3+9p^2$

………4 分

(2)设每篇文章的评审费为X元，则X的可能取值为900,1500．

$P(X=1500)=C_3^1p(1-p)^2$，$P(X=900)=1-C_3^1p(1-p)^2$，

所以$E(X)=900\times[1-C_3^1p(1-p)^2]+1500\times C_3^1p(1-p)^2=900+1800p(1-p)^2$．

………7 分

令$g(p)=p(1-p)^2,(0<p<1)$,则$g'(p)=(3p-1)(p-1),(0<p<1)$

当$p\in(0,\frac{1}{3})$时，$g'(p)>0$，$g(p)$在$(0,\frac{1}{3})$上单调递增，当$p\in(\frac{1}{3},1)$时，$g'(p)<0$，

$g(p)$在$(\frac{1}{3},1)$上单调递减，所以$g(p)$的最大值为$g(\frac{1}{3})=\frac{4}{27}$．………10 分

所以实施此方案，最高费用为$10+600\times(900+1800\times\frac{4}{27})\times10^{-4}=80$(万元).

综上，若以此方案实施，不会超过预算．………12 分

21.解析：(1) 由题意可知圆心到$(\frac{1}{2},0)$的距离等于到直线$x=-\frac{1}{2}$的距离，

由抛物线的定义可知，曲线K的轨迹方程为$y^2=2x$．………3 分

(2) 设直线l的方程为$y=k(x-\frac{1}{2})$，

联立$\begin{cases}y=k(x-\frac{1}{2})\\y^2=2x\end{cases}$，消$y$得$k^2x^2-(k^2+2)x+\frac{1}{4}k^2=0$

$\therefore\begin{cases}k^2\neq0\\\Delta=(k^2+2)^2-k^4>0\end{cases}$，$\therefore k\neq0$，

设$B(x_1, y_1)$，$C(x_2, y_2)$，

$\therefore x_1+x_2=\frac{k^2+2}{k^2}$，$x_1x_2=\frac{1}{4}$，

又$|AB|=x_1+\frac{1}{2}$，$|AC|=x_2+\frac{1}{2}$，

$\therefore |AB|\cdot|AC|=(x_1+\frac{1}{2})(x_2+\frac{1}{2})=x_1x_2+\frac{1}{2}(x_1+x_2)+\frac{1}{4}$

$=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{k^2+2}{k^2}+\frac{1}{4}=\frac{k^2+1}{k^2}$，　　………5 分

$\because l//OP$，$\therefore$设直线OP的方程为$y=kx$，

联立$\begin{cases} y=kx \\ y^2=2x \end{cases}$，消$y$得$k^2x^2-2x=0$，$\therefore x_P=\frac{2}{k^2}$，$\therefore P(\frac{2}{k^2},\ \frac{2}{k})$，

$\therefore |OP|=\sqrt{(\frac{2}{k^2})^2+(\frac{2}{k})^2}=\frac{2\sqrt{k^2+1}}{k^2}$，

令$x=1$，则$y_Q=k$，$\therefore Q(1,k)$，$\therefore |OQ|=\sqrt{1+k^2}$，

$\therefore \frac{|AB|\cdot|AC|}{|OP|\cdot|OQ|}=\frac{\frac{k^2+1}{k^2}}{\frac{2\sqrt{k^2+1}}{k^2}\cdot\sqrt{1+k^2}}=\frac{1}{2}$，故$\frac{|AB|\cdot|AC|}{|OP|\cdot|OQ|}$的值为$\frac{1}{2}$　　………7 分

（3）设$P(x_0,\ y_0)$，$D(0,b)$，$E(0,c)$，

直线PD的方程为$(y_0-b)x-x_0y+x_0b=0$，

又圆心$(1,0)$到PD的距离为 1，

即$\frac{|y_0-b+x_0b|}{\sqrt{(y_0-b)^2+x_0^2}}=1$，

整理得$(x_0-2)b^2+2y_0b-x_0=0$，

同理可得$(x_0-2)c^2+2y_0c-x_0=0$，

所以，可知b，c是方程$(x_0-2)x^2+2y_0x-x_0=0$的两根，

所以$b+c=\dfrac{-2y_0}{x_0-2}$，$bc=\dfrac{-x_0}{x_0-2}$，　　　　………9 分

依题意$bc<0$，即$x_0>2$，

则$(c-b)^2=\dfrac{4x_0^2+4y_0^2-8x_0}{(x_0-2)^2}$，

因为$y_0^2=2x_0$，

所以$|b-c|=|\dfrac{2x_0}{x_0-2}|$，

所以$S=\dfrac{1}{2}|b-c|\cdot|x_0|=(x_0-2)+\dfrac{4}{x_0-2}+4\geq 8$，

当$x_0=4$时上式取等号，

所以ΔPDE面积的最小值为 8　　　　………12 分

22．解：（1）定义域$(0,+\infty)$，$f'(x)=\dfrac{1}{x}-a=\dfrac{1-ax}{x}$，

当$a>0$时，令$1-ax=0$，解得$x=\dfrac{1}{a}$，

所以当$x\in(0,\dfrac{1}{a})$时，$f'(x)>0$，$f(x)$在$(0,\dfrac{1}{a})$上单调递增，

当$x\in(\dfrac{1}{a},+\infty)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$在$(\dfrac{1}{a},+\infty)$单调递减，

综上所述：当$a>0$时，$f(x)$的增区间为$(0,\dfrac{1}{a})$，$f(x)$的减区间为$(\dfrac{1}{a},+\infty)$．………4 分

（2）当$a=1$时，$f(x)=\ln x-x+b$，故$\ln x-x+b-kx+x\ln x+1\geq 0$恒成立转化为

$k\leq(\dfrac{\ln x}{x}+\ln x-1+\dfrac{b+1}{x})_{\min}$，其中$x\in[1,e]$，

设 $g(x)=\frac{\ln x}{x}+\ln x-1+\frac{b+1}{x}$，则 $g'(x)=-\frac{\ln x-x+b}{x^2}$，即 $g'(x)=-\frac{f(x)}{x^2}$，

由（1）可得 $f(x)$ 在 $x\in[1,e]$ 上单调递减， 所以 $f(x)_{\max}=f(1)=b-1$,

$f(x)_{\min}=f(\mathrm{e})=b+1-e$，即 $f(x)\in[b+1-e,b-1]$ ……6 分

下面讨论 $f(x)$ 在 $x\in[1,e]$ 上的零点：

① 若 $b-1\le 0$，即 $0\le b\le 1$，

此时 $f(x)\le 0$，$g'(x)\ge 0$，$g(x)$ 在 $x\in[1,e]$ 上单调递增，

故 $k\le g(x)_{\min}=g(1)=b$，即 $k-2b\le b-2b=-b\le 0$;

② 若 $b+1-e\ge 0$，即 $e-1\le b\le 2$，

此时 $f(x)\ge 0$，$g'(x)\le 0$，$g(x)$ 在 $x\in[1,e]$ 上单调递减，故 $k\le g(x)_{\min}=g(e)=\frac{b+2}{e}$，

所以 $k-2b\le\frac{b+2}{e}-2b=(\frac{1}{e}-2)b+\frac{2}{e}\le(\frac{1}{e}-2)\times(\mathrm{e}-1)+\frac{2}{e}=3+\frac{1}{e}-2e<0$； …9 分

③ 若 $1<b<e-1$，

此时 $f'(x)=\frac{1}{x}-1\le 0(x\in[1,\mathrm{e}])$，$f(x)$ 单调递减，

又 $f(1)=b-1>0$，$f(\mathrm{e})=1-e+b<0$， 故 $\exists x_0\in(1,\mathrm{e})$，使得 $f(x_0)=0$

所以 $g(x)$ 在 $x\in(1,x_0)$ 上单调递减，在 (x_0,e) 上单调递增，

故 $k\le g(x)_{\min}=g(x_0)=\frac{f(x_0)}{x_0}+\ln x_0+\frac{1}{x_0}=\ln x_0+\frac{1}{x_0}$

又 $f(x_0)=\ln x_0-x_0+b=0$，所以：$k-2b\le\ln x_0+\frac{1}{x_0}-2b=3\ln x_0-2x_0+\frac{1}{x_0}$，

令 $h(x)=3\ln x+\frac{1}{x}-2x$，则 $h'(x)=\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}-2=-(\frac{1}{x}-1)(\frac{1}{x}-2)$， $x\in[1,\mathrm{e}]$

易证 $h'(x)<0$，$h(x)$ 在 $(1,\mathrm{e})$ 上单调递减，故 $k-2b<h(1)=-1$，

综上所述，$k-2b$ 的最大值为 0 …………12 分

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq。**

微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索