

## 2022 届高三年级江西智学联盟体第一次联考 文科数学参考答案

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	D	B	C	A	C	B	D	C	A	B

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分。

13.  $a_n = 3 \times 2^{n-1} - 1$     14.  $\frac{4}{15}$     15.  $\frac{4}{c^3}$     16.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. 解:(1)由  $(c-b)\sin C = a\sin A - (b+2c)\sin B$ ,

得  $(c-b)c = a^2 - (b+2c)b$ , ..... 3 分

即  $c^2 + b^2 - a^2 = -bc$ ,  $2bcc\cos A = -bc$ ,  $\cos A = -\frac{1}{2}$ ,

故  $A = 120^\circ$ ; ..... 6 分

(2)由  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{b^2 + c^2 - 9}{2bc} \geq \frac{2bc - 9}{2bc}$ , 解得  $bc \leq 3$ , ..... 9 分

故  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}bc \leq \frac{3\sqrt{3}}{4}$ , 当且仅当  $b=c$  时取等号,

即  $\triangle ABC$  面积的最大值为  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ . ..... 12 分

18. (1)证明:连接  $BC_1$  交  $B_1C$  于  $E$  点,连接  $DE$ .

因为在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, $E$  是  $BC_1$  中点,

又因为  $D$  是  $AB$  的中点,所以  $DE \parallel AC_1$ ,

$\because AC_1 \notin$  平面  $CDB_1, DE \subset$  平面  $CDB_1$ ,

所以  $AC_1 \parallel$  平面  $CDB_1$ ; ..... 5 分

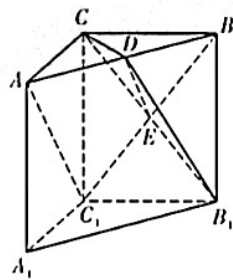
(2)解:因为  $AC = BC = 3, AB = 3\sqrt{2}$ ,

$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$ , 则  $AC \perp BC$ ,

$D$  是  $AB$  的中点,所以  $AD = CD = BD = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ , ..... 8 分

因为  $AA_1 = 6$ , 所以  $B_1D = \sqrt{BB_1^2 + BD^2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}, B_1C = \sqrt{CD^2 + B_1D^2} = 3\sqrt{5}$ .

则  $S_{\triangle CB_1D} = \frac{1}{2}CD \cdot B_1D = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{9\sqrt{2}}{2} = \frac{27}{4}$ .



$\therefore V_{D-CC_1N_1} = \frac{1}{3} S_{\triangle CC_1N_1} \cdot \frac{AC}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ . ..... 10分

设点  $C_1$  到平面  $CDB_1$  的距离为  $h$ , 根据  $V_{C_1-CDB_1} = V_{D-CC_1N_1}$ ,

可得  $\frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\triangle CDB_1} = \frac{1}{3} \times h \times \frac{27}{4} = \frac{9}{2} \Rightarrow h = 2$ .

所以点  $C_1$  到平面  $CDB_1$  的距离是 2. .... 12分

19. 解: (1)  $\bar{x} = 1 \times \frac{30}{1000} + 3 \times \frac{60}{1000} + 5 \times \frac{130}{1000} + 7 \times \frac{280}{1000} + 9 \times \frac{260}{1000} + 11 \times \frac{160}{1000} + 13 \times \frac{60}{1000} + 15 \times \frac{20}{1000} = 8$ .

即 1000 名患者潜伏期的平均数为 8. .... 5分

(2) 抽取的短潜伏者的人数为  $400 \times \frac{30+60+130+280}{1000} = 200$ ,

长潜伏者的人数为  $400 - 200 = 200$ . .... 8分

列联表如下:

	短潜伏者	长潜伏者	合计
60岁及以上	100	150	250
60岁以下	100	50	150
合计	200	200	400

$K^2 = \frac{400 \times (100 \times 50 - 150 \times 100)^2}{250 \times 150 \times 200 \times 200} = \frac{80}{3} \approx 26.7 > 10.828$ .

故有 99.9% 的把握认为潜伏期长短与患者年龄有关. .... 12分

20. 解: (1)  $f'(x) = \frac{2}{x} \ln x - 1 + \frac{m}{x} = \frac{2 \ln x - x + m}{x}$ ,

令  $g(x) = 2 \ln x - x + m, (x > 0), g'(x) = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x}$ . .... 3分

故  $g(x)$  在  $(0, 2)$  上递增, 在  $(2, +\infty)$  上递减;

故  $g(x)_{\max} = g(2) = 2 \ln 2 + m - 2 > 0 \Rightarrow m > 2 - 2 \ln 2$ ,

又  $g(0^+) \rightarrow -\infty, g(+\infty) \rightarrow -\infty$ , 故实数的取值范围是  $m \in (2 - 2 \ln 2, +\infty)$ . .... 5分

(2) 法一: 先证:  $\frac{x_1 - x_2}{\ln x_1 - \ln x_2} > \sqrt{x_1 x_2}$ , 不妨令  $x_1 > x_2$ .

即证:  $\ln x_1 - \ln x_2 < \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_1 x_2}} = \sqrt{\frac{x_1}{x_2}} - \sqrt{\frac{x_2}{x_1}}$ .

再令  $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}} = t$ , 即证:  $\ln t^2 < t - \frac{1}{t} (t > 1)$ .

令  $F(t) = 2 \ln t - t + \frac{1}{t}, (t > 1), F'(t) = \frac{2}{t} - 1 - \frac{1}{t^2} = \frac{-t^2 + 2t - 1}{t^2} \leq 0$ . 易得  $F(t)$  为减函数.

故  $F(t) < F(1) = 0$ , 即  $\ln t^2 < t - \frac{1}{t}$ , 故  $\frac{x_1 - x_2}{\ln x_1 - \ln x_2} > \sqrt{x_1 x_2}$  得证. .... 9分

由  $\begin{cases} 2\ln x_1 = x_1 - m \\ 2\ln x_2 = x_2 - m \end{cases}$ , 两式相减, 得  $\frac{x_1 - x_2}{\ln x_1 - \ln x_2} = 2 > \sqrt{x_1 x_2}$ , 即  $x_1 x_2 < 4$ . ..... 12分

法二: 由(1)知  $g(x)$  在  $(0, 2)$  上递增, 在  $(2, +\infty)$  上递减; 且  $g(x_1) = g(x_2) = 0$ .

不妨设  $x_1 < 2 < x_2$ , 则:  $g(x_1) - g\left(\frac{4}{x_2}\right) = -g\left(\frac{4}{x_2}\right) = -\left[2\ln\left(\frac{4}{x_2}\right) - \left(\frac{4}{x_2}\right) + m\right] = \left(\frac{4}{x_2}\right) -$

$2\ln\left(\frac{4}{x_2}\right) + 2\ln x_2 - x_2 = \frac{4}{x_2} - 4\ln 2 + 4\ln x_2 - x_2$ , ..... 8分

令  $h(x) = \frac{4}{x} - 4\ln 2 + 4\ln x - x, x > 2$ , 则  $h'(x) = -\frac{4}{x^2} + \frac{4}{x} - 1 = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x^2} < 0$ ,

故  $h(x)$  在  $(2, +\infty)$  上递减,  $h(x) < h(2) = 2 - 4\ln 2 + 4\ln 2 - 2 = 0$ , 即  $g(x_1) < g\left(\frac{4}{x_2}\right)$ .

又  $x_1 \cdot \frac{4}{x_2} \in (0, 2)$ , 故  $x_1 < \frac{4}{x_2}$ , 即  $x_1 x_2 < 4$ . ..... 12分

21. 解: (1) 由  $\frac{c}{a} = \frac{1}{2}, a + c = 3$ , 解得:  $a = 2, c = 1, b^2 = 3$ .

故椭圆  $E$  的方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ . ..... 4分

(2) 设线段  $AB$  的斜率为  $k$ , 当  $k$  不存在时, 易知:  $|AB| = \frac{2b^2}{a} = 3$ , 与题设矛盾; ..... 5分

故  $k$  存在, 可设  $AB$  的方程为:  $y = k(x - 1)$ , 代入  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ ,

得  $3x^2 + 4k^2(x - 1)^2 = 12$ . 整理得  $(3 + 4k^2)x^2 - 8k^2x + 4k^2 - 12 = 0$ .

所以  $x_1 + x_2 = \frac{8k^2}{3 + 4k^2}, x_1 x_2 = \frac{4k^2 - 12}{3 + 4k^2}$ , ..... 7分

$$\begin{aligned} |AB|^2 &= (1 + k^2)[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] = (1 + k^2) \left[ \left( \frac{8k^2}{3 + 4k^2} \right)^2 - 4 \times \frac{4k^2 - 12}{3 + 4k^2} \right] \\ &= \frac{9 \times 16(k^2 + 1)^2}{(4k^2 + 3)^2} = \frac{16^2}{5^2}. \end{aligned}$$

解得  $k^2 = 3$ . ..... 10分

当  $k = \sqrt{3}$  时, 设线段  $AB$  中点为  $G(x_0, y_0)$ , 则

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4k^2}{3 + 4k^2} = \frac{4}{5}, y_0 = k(x_0 - 1) = -\frac{\sqrt{3}}{5},$$

则  $G\left(\frac{4}{5}, -\frac{\sqrt{3}}{5}\right)$ , 则  $AB$  垂直平分线  $l': y + \frac{\sqrt{3}}{5} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\left(x - \frac{4}{5}\right)$ ,

令  $y = 0$ , 得:  $x = \frac{1}{5}$ , 即  $H\left(\frac{1}{5}, 0\right)$ .

当  $k = -\sqrt{3}$  时, 同理, 可得  $H\left(\frac{1}{5}, 0\right)$ .

故  $|FH| = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ . ..... 12分

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22. 解:(1)由  $\rho = 6\sin\theta + 8\cos\theta$ , 得  $x^2 + y^2 = 6y + 8x$ , 即  $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$ .

即曲线  $C$  的直角坐标方程为  $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$ .

由直线  $l$  的参数方程消去参数  $t$ , 可得普通方程为  $4x + 3y - 7 = 0$ . ..... 4 分

(2)易知点  $P(4, -3)$  在直线  $l$  上, 则直线  $l$  的参数方程可化为  $\begin{cases} x = 4 - \frac{3}{5}t' \\ y = -3 + \frac{4}{5}t' \end{cases}$  ( $t'$  为参数),

..... 6 分

将其代入曲线  $C$  的直角坐标方程可得:  $\frac{9t'^2}{25} + \left(\frac{4}{5}t' - 6\right)^2 = 25$ , 即  $t'^2 - \frac{48}{5}t' + 11 = 0$ .

所以  $t'_1 + t'_2 = \frac{48}{5}$ ,  $t'_1 t'_2 = 11$ . ..... 8 分

由于  $P(4, -3)$  在圆  $C$  外,

所以  $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|} = \frac{1}{|t'_1|} + \frac{1}{|t'_2|} = \frac{|t'_1| + |t'_2|}{|t'_1 t'_2|} = \frac{|t'_1 + t'_2|}{|t'_1 t'_2|} = \frac{48}{55}$ . ..... 10 分

23. 解:(1)当  $m = -1$  时,  $f(x) = |2x + 1| + |2x + 2| = \begin{cases} 4x + 3, & x > -\frac{1}{2} \\ 1, & -1 \leq x \leq -\frac{1}{2} \\ -4x - 3, & x < -1 \end{cases}$

当  $x > -\frac{1}{2}$  时, 由  $f(x) > 9$  得  $x > \frac{3}{2}$ , 故  $x > \frac{3}{2}$ ;

当  $x < -1$  时, 由  $f(x) > 9$  得  $x < -3$ , 故  $x < -3$ ;

即不等式  $f(x) > 9$  的解集为:  $(-\infty, -3) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ ; ..... 4 分

(2)  $f(x) = |2x - m| + |2x + 2| \geq |(2x + 2) - (2x - m)| = |m + 2|$ ,

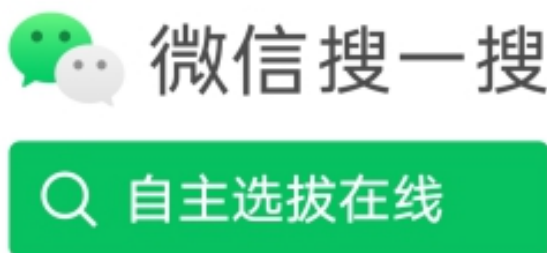
$\therefore |m + 2| < |2m - 3|$ , 则  $m^2 + 4m + 4 < 4m^2 - 12m + 9$ ,

解得  $m > 5$  或  $m < \frac{1}{3}$ , 故  $a$  的取值范围是  $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (5, +\infty)$ . ..... 10 分

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》