2022～2023学年新乡市高二期末(下)测试

数　　学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分，共150分。考试时间120分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z=1+\mathrm{i}$，则 $\frac{\bar{z}}{z}=$

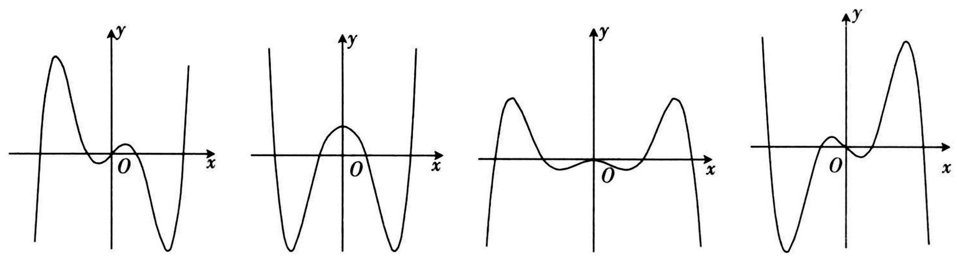
A. $-2\mathrm{i}$　　B. i　　C. $-\mathrm{i}$　　D. $1-\mathrm{i}$

2. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{x|x>-1\}$，$N=\{x|-2<x<3\}$，则 $\{x|x\leqslant-2\}=$

A. $\complement_U(M\cap N)$　　B. $\complement_U(M\cup N)$

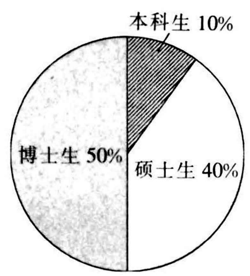
C. $M\cap(\complement_U N)$　　D. $N\cup(\complement_U M)$

3. 函数 $f(x)=\frac{3^x-3^{-x}}{2}\cdot\cos 2x$ 的部分图象大致为



A　　B　　C　　D

4. 某高校现有400名教师，他们的学历情况如图所示，由于该高校今年学生人数急剧增长，所以今年计划招聘一批新教师，其中博士生80名，硕士生若干名，不再招聘本科生，且使得招聘后硕士生的比例下降了4%，招聘后全校教师举行植树活动，树苗共1500棵，若树苗均按学历的比例进行分配，则该高校本科生教师共分得树苗的棵数为



A. 100　　B. 120

C. 200　　D. 240

5. 若 $a=\log_3 0.3$，$b=\sin\frac{3\pi}{5}$，$c=5^{0.1}$，则

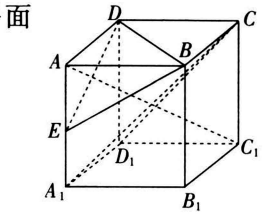
A. $b<a<c$　　B. $c<a<b$　　C. $a<b<c$　　D. $a<c<b$

6. 设 $0<x<\frac{\pi}{2}$，则"$x\cos x<1$"是"$x<1$"的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $A_1B_1C_1D_1$ 为正方形，$AC_1\perp$ 平面 BDE，E 为 AA_1 的中点，则下列结论错误的是



A. $AC_1\perp BD$

B. $AC_1\perp A_1C$

C. A_1C∥平面 BDE

D. 平面 $A_1D_1C\perp$ 平面 BDE

8. 弘扬国学经典，传承中华文化，国学乃我中华民族五千年留下的智慧精髓，其中"五经"是国学经典著作，"五经"指《诗经》《尚书》《礼记》《周易》《春秋》. 小明准备学习"五经"，现安排连续四天进行学习且每天学习一种，每天学习的书都不一样，其中《诗经》与《礼记》不能安排在相邻两天学习，《周易》不能安排在第一天学习，则不同安排的方式有

A. 32种　　B. 48种　　C. 56种　　D. 68种

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. 已知直线 $l:4x+3y+6=0$ 与圆 $C:(x-1)^2+y^2=9$ 相交于 E,F 两点，则

A. 圆心 C 到直线 l 的距离为1　　B. 圆心 C 到直线 l 的距离为2

C. $|EF|=\sqrt{5}$　　D. $|EF|=2\sqrt{5}$

10. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{6})$，下列说法正确的是

A. $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$

B. $f(x)$ 的极值点为 $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$

C. $f(x)$ 的图象可由函数 $y=\frac{1}{2}\sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到

D. 若 $f(x_1)=f(x_2)$，则 $x_1=x_2+k\pi(k\in\mathbf{Z})$

11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点 $F_2(\sqrt{3},0)$ 到渐近线的距离为1，P 为 C 上一点，下列说法正确的是

A. C 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

B. $|PF_2|$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 若 A,B 为 C 的左、右顶点，P 与 A,B 不重合，则直线 PA,PB 的斜率之积为 $\frac{1}{2}$

D. 设 C 的左焦点为 F_1，若△PF_1F_2 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\angle F_1PF_2=\frac{2\pi}{3}$

12. 若关于 x 的不等式 $x\ln x+(2-x)\ln(2-x)\geqslant m^2-2m$ 对任意 $x\in(0,2)$ 恒成立，则整数 m 的取值可能为

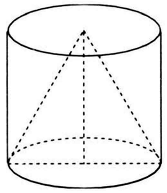
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,1)$，$\boldsymbol{b}=(1-m,m+1)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $m=$＿＿▲＿＿.

14. 已知 $\cos(\alpha-\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$，则 $\cos(\frac{\pi}{3}+2\alpha)=$ ____▲____.

15. 如图，某圆柱与圆锥共底等高，圆柱侧面的展开图恰好为正方形，则圆柱母线与圆锥母线所成角的正切值为____▲____.



16. 已知抛物线 $y^2=4x$ 上存在两点 A,B（A,B 异于坐标原点 O），使得 $\angle AOB=90°$，直线 AB 与 x 轴交于 M 点，将直线 AB 绕着 M 点逆时针旋转 $90°$ 与该抛物线交于 C,D 两点，则四边形 $ACBD$ 面积的最小值为____▲____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $2a_2-a_3=1$，$2a_2+a_3+2=a_6$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $b_n=\frac{1}{(a_n+3)(a_{n+1}+3)}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，若 $T_m\leqslant\frac{1}{18}$，求 m 的最大值.

18.（12 分）

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别是 a,b,c，向量 $\boldsymbol{m}=(a+b+c,\sqrt{3}b)$，$\boldsymbol{n}=(a+b-c,-\sqrt{3}a)$，且 $\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$.

(1)求角 C 的大小；

(2)若 $\cos B=\frac{\sqrt{21}}{7}$，$b=8$，$D$ 为边 BC 上一点，且 $AD=7$，若 $\triangle ABD$，$\triangle ACD$ 的面积分别为 S_1,S_2，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.

19.（12 分）

投壶是中国古代士大夫宴饮时做的一种投掷游戏，也是一种礼仪，在战国时期较为盛行，尤其是在唐朝，得到了发扬光大. 投壶是把箭向壶里投，投中多的为胜. 某校开展"健康体育节"活动，其间甲、乙两人轮流进行定点投壶比赛（每人各投一次为一轮，且不受先后顺序影响），在相同的条件下，甲、乙两人每轮在同一位置，每人投一次. 若两人有一人投中，投中者得 2 分，未投中者得 -2 分；若两人都投中，两人均得 1 分；若两人都未投中，两人均得 0 分. 设甲每次投中的概率为 $\frac{1}{3}$，乙每次投中的概率为 $\frac{2}{5}$，且各次投壶互不影响.

(1)用 P_i 表示经过第 i 轮投壶累计得分后甲得分等于乙得分的概率，求 P_1 与 P_2；

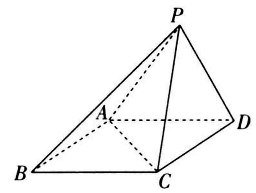
(2)经过 2 轮投壶，记甲、乙的得分之和为 X，求 X 的分布列和数学期望.

20.（12 分）

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为 2 的菱形，$\triangle PAD$ 为等边三角形.

(1)若 $PC\perp AD$，证明：$AC=CD$.

(2)若 $PC=3$，$AC=2$，求平面 PAB 与平面 PAD 夹角的余弦值.



21.（12 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，离心率为 $\frac{1}{2}$，且椭圆 E 上的点到焦点的距离的最大值为 3.

(1)求椭圆 E 的方程.

(2)设 A,B 是椭圆 E 上关于 x 轴对称的不同两点，P 在椭圆 E 上，且点 P 异于 A,B 两点，O 为原点，直线 AP 交 x 轴于点 M，直线 BP 交 x 轴于点 N，试问 $|OM|\cdot|ON|$ 是否为定值？若为定值，求出这个定值；若不是定值，请说明理由.

22.（12 分）

已知函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx(a\neq0)$，且 $6a+b=0$，$f(1)=4a$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2)若 $x\in[0,3]$，函数 $F(x)=f(x)-xe^{-x}$ 有三个零点 x_1,x_2,x_3，且 $x_1<x_2<x_3$，试比较 $x_1+x_2+x_3$ 与 2 的大小，并说明理由.