高三理科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本试卷主要命题范围：集合、常用逻辑用语、函数、导数及其应用。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设命题 p：$\forall x>0, x^2>0$，则 $\neg p$ 为

A. $\exists x_0\leqslant 0, x_0^2\leqslant 0$　　B. $\forall x\leqslant 0, x^2>0$

C. $\forall x>0, x^2\leqslant 0$　　D. $\exists x_0>0, x_0^2\leqslant 0$

2. 已知集合 $A=\{x|x^2-x-6<0\}$，$B=\{x|0<x<1\}$，则 $A\cap(\complement_R B)=$

A. $\{x|-2<x\leqslant 0\}$　　B. $\{x|-2<x\leqslant 0$，或 $1\leqslant x<3\}$

C. $\{x|1\leqslant x<3\}$　　D. $\{x|-2<x<0$，或 $1<x<3\}$

3. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[1,3]$，则函数 $g(x)=\dfrac{f(2x-1)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域为

A. $(1,2]$　　B. $(1,5]$　　C. $[1,2]$　　D. $[1,5]$

4. 我们知道，人们对声音有不同的感觉，这与声音的强度有关系. 声音的强度常用 I（单位：瓦/米²，即 W/m^2）表示，但在实际测量时，声音的强度水平常用 L（单位：分贝）表示，它们满足换算公式：$L=10\lg\dfrac{I}{I_0}$（$L\geqslant 0$，其中 $I_0=1\times 10^{-12}\ W/m^2$ 是人们能听到的最小声音的强度，是听觉的开端）. 若使某小区内公共场所声音的强度水平降低 10 分贝，则声音的强度应变为原来的

A. $\dfrac{1}{5}$　　B. $\dfrac{1}{100}$　　C. $\dfrac{1}{10}$　　D. $\dfrac{1}{20}$

5. 已知命题 p：$\exists x_0>0, \ln x_0<0$；命题 q：$\forall x\in\mathbf{R}, e^x>1$，则下列命题为真命题的是

A. $\neg p\vee q$　　B. $p\wedge\neg q$　　C. $p\wedge q$　　D. $\neg(p\vee q)$

6. 甲、乙、丙、丁四位学生中，其中有一位做了一件好事，但不知道是哪一位学生. 老师对甲、乙、丙、丁四人进行询问，四人的回答如下：甲：我没做；乙：是甲做的；丙：不是我做的；丁：是乙做的. 如果其中只有一个人说了真话，那么做好事的人是

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

7. “$a=1$”是“函数 $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}-ax)$ 为奇函数”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

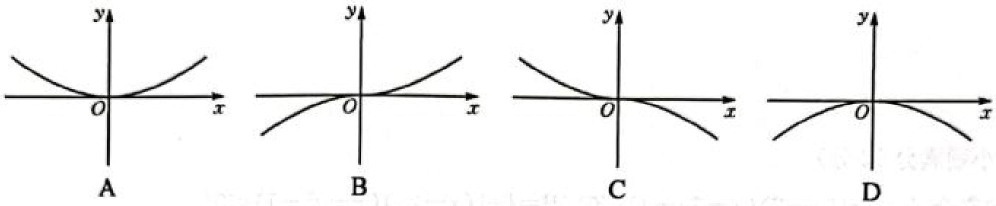
C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 若 $a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$，$b=\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$，$c=\log_{\frac{3}{5}}\frac{1}{2}$，则下列结论正确的是

A. $b>c>a$　　B. $c>a>b$

C. $a>b>c$　　D. $c>b>a$

9. 函数 $f(x)=\frac{x(2^x-1)}{2(2^x+1)}$ 的图象大致为



10. 牛奶保鲜时间因储藏温度的不同而不同. 当牛奶放在 0 ℃的冰箱中，保鲜时间为 192 h；而放在 22 ℃的厨房中，保鲜时间则为 48 h. 假定保鲜时间 y(单位：h)与储藏温度 x(单位：℃)之间的关系为 $y=k\cdot a^x$(k 为常数，$k>0$，$a>0$，$a\neq1$)，则牛奶储藏在 33 ℃环境下的保鲜时间为

A. 12 h.　　B. 16 h　　C. 18 h　　D. 24 h

11. 若函数 $f(x)=\begin{cases}|2^x-1|, x<2,\\ \frac{3}{x-1}, x\geqslant 2,\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f^2(x)+(1-a)f(x)-a=0$ 恰有两个不同实数根，则实数 a 的取值范围为

A. $(0,3)$　　B. $[1,3)$

C. $(1,3)$　　D. $[1,3]$

12. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足：对任意 $x\in\mathbf{R}$，$f(x)-f'(x)<0$ 恒成立，其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数，则不等式 $e^x f(x+1)>e^4 f(2x-3)$ 的解集为

A. $(4,+\infty)$　　B. $(-1,4)$

C. $(-\infty,3)$　　D. $(-\infty,4)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若函数 $f(x)=x\cos x$ 的导函数为 $f'(x)$，则 $f'(0)=$________.

14. 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足：①对于任意的 $x,y\in\mathbf{R}$，都有 $f(xy)=-f(x)f(y)$；②$f(x)$ 为奇函数. 则函数 $f(x)$ 的一个解析式可以是________.

15. 已知 $f(x)$ 为定义在 $[-1,1]$ 上的偶函数，且在 $[-1,0]$ 上单调递减，则满足不等式 $f(a)<f(2a-1)$ 的 a 的取值范围是________.(用区间表示)

16. 已知 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上以 3 为周期的奇函数，则有以下结论：

①$f(-3)=0$；②$f(1)=f(2)$；③$f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{3}{2},0\right)$ 对称；④$f\left(\frac{15}{2}\right)=0$. 其中所有正确结论的序号是________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

已知 p：函数 $f(x)=ax^2+2x+1$ 有零点；q：$\forall x\in(-\infty,2]$，$x^2-2x-a+4>0$.

(1)若 q 为真，求实数 a 的取值范围；

(2)若 $p\vee q$ 为真，$p\wedge q$ 为假，求实数 a 的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

已知集合 $A=\{x\mid(x-2)(x-3a-1)<0\}$，$B=\{x\mid(x-2a)(x-a^2-1)<0\}$.

(1)当 $a=2$ 时，求 $A\cap B$；

(2)当 $a=1$ 时，判定 A 与 B 之间的关系；

(3)若 $B\subseteq A$，求实数 a 的取值范围.

19.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^x$.

(1)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

(2)当 $x>-2$ 时，求证：$f(x)>\ln(x+2)$.

20.(本小题满分 12 分)

2021 年新冠肺炎仍在世界好多国家肆虐，并且出现了传染性更强的“德尔塔”变异毒株、“拉姆达”变异毒株，尽管我国抗疫取得了很大的成绩，疫情也得到了很好的遏制，但由于整个国际环境的影响，时而也会出现一些散发病例，故而抗疫形势依然艰巨，日常防护依然不能有丝毫放松．在日常防护中，口罩是必不可少的防护用品．某口罩生产厂家为保障抗疫需求，调整了口罩生产规模．已知该厂生产口罩的固定成本为 200 万元，每生产 x 万箱，需另投入成本 $p(x)$ 万元，当年产量不足 90 万箱时，$p(x)=\frac{1}{2}x^2+40x$；当年产量不低于 90 万箱时，$p(x)=100x+8\ln x+\frac{760}{x}-2\,180$，若每万箱口罩售价 100 万元，通过市场分析，该口罩厂生产的口罩当年可以全部销售完．

(1)求年利润 y(万元)关于年产量 x(万箱)的函数关系式；

(2)求年产量为多少万箱时，该口罩生产厂家所获得年利润最大．(注：$\ln 95\approx4.55$)

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln(e^{2x}+1)+ax(a\in\mathbf{R})$为偶函数．

(1)求 a 的值；

(2)设函数 $g(x)=e^{f(x)+x}+me^x$，是否存在实数 m，使得函数 $g(x)$在区间$[1,2]$上的最小值为 $1-4e^2$？若存在，求出 m 的值；若不存在，请说明理由．

22.(本小题满分 12 分)

对于函数 $f(x)$，若 $f(x_0)=x_0$，则称 x_0 为 $f(x)$的不动点．设 $f(x)=x^3+ax^2+bx+3$．

(1)当 $a=0$ 时，

(ⅰ)求 $f(x)$的极值点；

(ⅱ)若存在 x_0 既是 $f(x)$的极值点，也是 $f(x)$的不动点，求 b 的值．

(2)判断是否存在实数 a,b，使得 $f(x)$有两个极值点，且这两个极值点均为 $f(x)$的不动点？判断并说明理由．

高三理科数学参考答案、提示及评分细则

1. D　全称命题的否定为特称命题，变化规则为变量词，否结论. 故选 D.

2. B　因为 $A=\{x|x^2-x-6<0\}=\{x|-2<x<3\}$，$B=\{x|0<x<1\}$，所以 $\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x\leqslant 0,\text{或 } x\geqslant 1\}$，所以 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x|-2<x\leqslant 0,\text{或 } 1\leqslant x<3\}$. 故选 B.

3. A　由题意，得 $\begin{cases}1\leqslant 2x-1\leqslant 3,\\ x-1>0,\end{cases}$ 解得 $1<x\leqslant 2$，所以 $g(x)$ 的定义域为 $(1,2]$. 故选 A.

4. C　设该小区内公共场所声音的强度水平为 L_1、L_2，相应声音的强度为 I_1、I_2，由题意，得 $L_1-L_2=10$，即 $10\lg\frac{I_1}{I_0}-10\lg\frac{I_2}{I_0}=10$，解得 $I_2=\frac{1}{10}I_1$. 故选 C.

5. B　由题意知 p 为真命题，q 为假命题，所以 $p\wedge\neg q$ 为真命题. 故选 B.

6. C　由题意知甲、乙说法矛盾，故其中必然有一个为真一个为假，假设甲的话是真的，则乙、丙、丁的话都是假的，相当于甲：我没做；乙：不是甲做的；丙：是我做的；丁：不是乙做的，符合题意，若甲的话为假，则乙、丙都是真话，不合题意，故是丙做的. 故选 C.

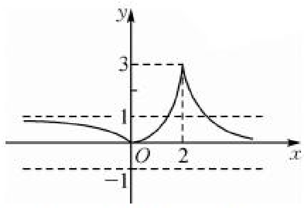
7. A　由 $a=1$，可得 $f(x)$ 为奇函数；由 $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}-ax)$ 是奇函数，可得 $a=\pm 1$，所以“$a=1$”是“$f(x)$ 为奇函数”的充分不必要条件. 故选 A.

8. D　考虑介值 $d=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$，根据指数函数的单调性，得 $1=\left(\frac{1}{2}\right)^0>\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}>\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{5}}$，即 $1>d>a$；根据幂函数的单调性，得 $1=1^{\frac{1}{2}}>\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{2}}>\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$，即 $1>b>d$；根据对数函数的单调性，得 $c=\log_{\frac{3}{5}}\frac{1}{2}>\log_{\frac{3}{5}}\frac{3}{5}=1$，所以 $c>1>b>d>a$. 故选 D.

9. A　因为 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(-x)=\frac{-x(2^{-x}-1)}{2(2^{-x}+1)}=\frac{-x(1-2^x)}{2(1+2^x)}=\frac{x(2^x-1)}{2(2^x+1)}=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数，可排除 B 和 C；又 $f(1)=\frac{1}{6}>0$，可排除 D. 故选 A.

10. D　由题意，得 $\begin{cases}k\cdot a^0=192,\\ k\cdot a^{22}=48,\end{cases}$ 解得 $k=192$，$a=\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{22}}$，所以 $y=192\times\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{x}{22}}$，于是，当 $x=33$ ℃时，$y=192\times\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{33}{22}}=24(\mathrm{h})$. 故选 D.

11. B　作出 $f(x)$ 的图象如下图：



$f^2(x)+(1-a)f(x)-a=0$ 可化为 $[f(x)+1][f(x)-a]=0$，解得 $f(x)=-1$ 或 $f(x)=a$. 由图可知 $f(x)=-1$ 无解，故问题等价于 $f(x)=a$ 有两个不相等实数根，由图象可得 $1\leqslant a<3$. 故选 B.

12. D　设 $g(x)=\frac{f(x)}{e^x}$，$g'(x)=\frac{f'(x)-f(x)}{e^x}$，因为对任意 $x\in\mathbf{R}$，$f(x)-f'(x)<0$，所以 $g'(x)>0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，所以 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，$e^x f(x+1)>e^3 f(2x-3)$ 等价于 $\frac{f(x+1)}{e^{x+1}}>\frac{f(2x-3)}{e^{2x-3}}$，即 $g(x+1)>g(2x-3)$，又 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，所以 $x+1>2x-3$，解得 $x<4$，所以原不等式的解集是 $(-\infty,4)$. 故选 D.

13. 1　因为 $f'(x)=\cos x-x\sin x$，所以 $f'(0)=\cos 0-0\times\sin 0=1$.

14. $f(x)=-x$（答案不唯一，符合条件即可）　如 $f(x)=-x$、$f(x)=-x^3$ 等都是奇函数，且满足函数方程 $f(xy)=-f(x)f(y)$.

15. $\left[0,\frac{1}{3}\right)$　因为 $f(x)$ 为定义在 $[-1,1]$ 上的偶函数，且在 $[-1,0]$ 上单调递减，所以 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增，所以 $-1\leqslant a\leqslant 1$，$-1\leqslant 2a-1\leqslant 1$，$|a|<|2a-1|$，所以 $0\leqslant a<\frac{1}{3}$.

16. ①③④　由 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,得 $f(0)=0$,所以 $f(-3)=-f(3)=-f(0)=0$,则①正确;$f(1)=f(1-3)=f(-2)=-f(2)$,则②错误;由 $f(3+x)=f(x)$,得 $f(3-x)=f(-x)=-f(x)$,则③正确;由 $f\left(3-\frac{3}{2}\right)=-f\left(\frac{3}{2}\right)$,得 $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$,所以 $f\left(\frac{15}{2}\right)=f\left(6+\frac{3}{2}\right)=f\left(\frac{3}{2}\right)=0$,则④正确.

17. 解:(1)若 q 为真,则 $x^2-2x-a+4>0$ 对任意的 $x\in(-\infty,2]$ 恒成立,

分离参数 a,得 $a<x^2-2x+4$. ………… 1 分

设 $g(x)=x^2-2x+4$, $x\in(-\infty,2]$,则只需 $a<g(x)_{\min}$. ………… 2 分

而 $g(x)=(x-1)^2+3$,则当 $x=1\in(-\infty,2]$时,$g(x)_{\min}=g(1)=3$. ………… 3 分

所以 $a<3$,

故实数 a 的取值范围为$(-\infty,3)$. ………… 4 分

(2)因为 $p\vee q$ 为真,$p\wedge q$ 为假,所以 p 与 q 一真一假. ………… 5 分

若 p 为真,则 $a=0$ 或 $\begin{cases}a\neq 0,\\ \Delta\geqslant 0,\end{cases}$ 解得 $a\leqslant 1$; ………… 6 分

当 p 真 q 假时,$\begin{cases}a\leqslant 1,\\ a\geqslant 3,\end{cases}$ 此时无解; ………… 7 分

当 p 假 q 真时,$\begin{cases}a>1,\\ a<3,\end{cases}$ 解得 $1<a<3$. ………… 9 分

综上,实数 a 的取值范围为$(1,3)$. ………… 10 分

18. 解:(1)当 $a=2$ 时,$A=\{x|(x-2)(x-7)<0\}=\{x|2<x<7\}$, ………… 1 分

$B=\{x|(x-4)(x-5)<0\}=\{x|4<x<5\}$, ………… 2 分

则 $A\cap B=\{x|4<x<5\}$. ………… 3 分

(2)当 $a=1$ 时,$A=\{x|(x-2)(x-4)<0\}=\{x|2<x<4\}$, ………… 4 分

$B=\{x|(x-2)^2<0\}=\varnothing$, ………… 5 分

所以 $B\subsetneqq A$. ………… 6 分

注:$B\subseteq A$ 也正确,不扣分.

(3)①当 $a\neq 1$ 时,集合 B 不是空集,考虑到此时 $a^2+1>2a$,则 $B=\{x|2a<x<a^2+1\}$,

当 $3a+1<2$,即 $a<\frac{1}{3}$时,$A=\{x|3a+1<x<2\}$,

由 $B\subseteq A$,得$\begin{cases}3a+1\leqslant 2a,\\ a^2+1\leqslant 2,\end{cases}$ 解得 $a=-1$,适合 $a<\frac{1}{3}$,

此时 $a=-1$. ………… 8 分

当 $3a+1=2$,即 $a=\frac{1}{3}$时, $A=\{x|(x-2)^2<0\}=\varnothing$,不符合 $B\subseteq A$. ………… 9 分

当 $3a+1>2$,即 $a>\frac{1}{3}$时, $A=\{x|2<x<3a+1\}$,$B=\{x|2a<x<a^2+1\}$,

由 $B\subseteq A$,得$\begin{cases}2a\geqslant 2,\\ a^2+1\leqslant 3a+1,\end{cases}$ 解得 $1\leqslant a\leqslant 3$,所以 $1<a\leqslant 3$; ………… 10 分

②当 $a=1$ 时,$B=\varnothing$,显然 $B\subseteq A$ 成立. ………… 11 分

综上,实数 a 的取值范围是$[1,3]\cup\{-1\}$. ………… 12 分

19. (1)解:由 $f(x)=e^x$,得 $f(0)=1$,$f'(x)=e^x$, ………… 1 分

所以 $f'(0)=1$, ………… 2 分

所以曲线 $y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程为 $y-1=x-0$,

即所求切线方程为 $x-y+1=0$. ………… 4 分

(2)证明:法一:设 $g(x)=f(x)-(x+1)=e^x-x-1(x>-2)$,则 $g'(x)=e^x-1$, ………… 5 分

所以当$-2<x<0$ 时,$g'(x)<0$;当 $x>0$ 时,$g'(x)>0$,

所以 $g(x)$在$(-2,0)$上单调递减,在$(0,+\infty)$上单调递增, ………… 7 分

所以 $x=0$ 是 $g(x)$的极小值点,也是 $g(x)$的最小值点,且 $g(x)_{\min}=g(0)=0$,

故 $f(x)\geqslant x+1$(当且仅当 $x=0$ 时取等号). ………… 8 分

设 $h(x)=x+1-\ln(x+2)(x>-2)$，则 $h'(x)=1-\frac{1}{x+2}=\frac{x+1}{x+2}$， …………………… 9分

所以当 $-2<x<-1$ 时，$h'(x)<0$；当 $x>-1$ 时，$h'(x)>0$，

所以 $h(x)$在$(-2,-1)$上为减函数，在$(-1,+\infty)$上为增函数， …………………… 10分

所以 $x=-1$ 是 $h(x)$的极小值点，也是 $h(x)$的最小值点，且 $h(x)_{\min}=h(-1)=0$，

故 $x+1\geqslant\ln(x+2)$（当且仅当 $x=-1$ 时取等号）． …………………… 11分

综上，当 $x>-2$ 时，$f(x)>\ln(x+2)$． …………………… 12分

法二：设 $g(x)=e^x-\ln(x+2)(x>-2)$， …………………… 5分

则 $g'(x)=e^x-\frac{1}{x+2}$，令 $h(x)=e^x-\frac{1}{x+2}$，则 $h'(x)=e^x+\frac{1}{(x+2)^2}>0$．

所以 $g'(x)$在$(-2,+\infty)$上单调递增， …………………… 6分

又 $g'(-1)=\frac{1}{e}-1<0$，$g'(0)=\frac{1}{2}>0$． …………………… 7分

则存在 $x_0\in(-1,0)$，使得 $g'(x_0)=e^{x_0}-\frac{1}{x_0+2}=0$，即 $e^{x_0}=\frac{1}{x_0+2}$，则 $x_0=-\ln(x_0+2)$． …………………… 9分

所以当 $x\in(-2,x_0)$时，$g'(x)<0$；当 $x\in(x_0,+\infty)$时，$g'(x)>0$，

所以 $g(x)$在$(-2,x_0)$上单调递减，在$(x_0,+\infty)$上单调递增， …………………… 10分

所以 $g(x)$在 $x=x_0$ 处有极小值也是最小值，且最小值为 $g(x_0)=e^{x_0}-\ln(x_0+2)=\frac{1}{x_0+2}+x_0=\frac{1}{x_0+2}+(x_0+2)-2>2-2=0$．

所以 $g(x)>0$，即 $e^x-\ln(x+2)>0$．

综上，当 $x>-2$ 时，$f(x)>\ln(x+2)$． …………………… 12分

20．解：(1)当 $0<x<90$ 时，$y=100x-\left(\frac{1}{2}x^2+40x\right)-200=-\frac{1}{2}x^2+60x-200$； …………………… 2分

当 $x\geqslant90$ 时，$y=100x-\left(100x+8\ln x+\frac{760}{x}-2\ 180\right)-200=1\ 980-8\ln x-\frac{760}{x}$， …………………… 4分

所以 $y=\begin{cases}-\frac{1}{2}x^2+60x-200, & 0<x<90,\\ 1\ 980-8\ln x-\frac{760}{x}, & x\geqslant90.\end{cases}$ …………………… 6分

(2)当 $0<x<90$ 时，

$y=-\frac{1}{2}x^2+60x-200=-\frac{1}{2}(x-60)^2+1\ 600$， …………………… 8分

所以当 $x=60$ 时，y 取最大值，最大值为 1 600 万元； …………………… 9分

当 $x\geqslant90$ 时，$y=1\ 980-8\ln x-\frac{760}{x}$，$y'=-\frac{8}{x}+\frac{760}{x^2}=\frac{760-8x}{x^2}$．

当 $90\leqslant x<95$ 时，$y'>0$，当 $x>95$ 时，$y'<0$，所以 $y=1\ 980-8\ln x-\frac{760}{x}$在$[90,95)$上单调递增，在$(95,+\infty)$上单调递减，所以当 $x=95$ 时，y 取得最大值，且 $y_{\max}=1\ 935.6$ 万元． …………………… 11分

综上所述，当年产量为 95 万箱时，该口罩生产厂所获得年利润最大，年最大利润为 1 935.6 万元． …………………… 12分

21．解：(1)由题意知函数 $f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$， …………………… 1分

因为 $f(x)$为偶函数，所以 $f(-x)=f(x)$对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立．

即 $\ln(e^{-2x}+1)-ax=\ln(e^{2x}+1)+ax$，

即 $\ln(e^{2x}+1)-(2+a)x=\ln(e^{2x}+1)+ax$． …………………… 3分

即$(2a+2)x=0$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立．

所以 $2a+2=0$，解得 $a=-1$． …………………… 5分

(2)由(1)知，$f(x)=\ln(e^{2x}+1)-x$，则 $g(x)=e^{2x}+m\cdot e^x+1$，$x\in[1,2]$， …………………… 6分

令 $t=e^x$，$t\in[e,e^2]$，则 $h(t)=t^2+mt+1$，$t\in[e,e^2]$，其对称轴为 $t=-\frac{m}{2}$， …………………… 7分

①当 $-\frac{m}{2}\geqslant e^2$，即 $m\leqslant-2e^2$ 时，$h(t)$在$[e,e^2]$上单调递减，所以 $h(t)_{\min}=h(e^2)=e^4+me^2+1$，

由 $e^4+me^2+1=1-4e^2$，解得 $m=-e^2-4$，不满足 $m\leqslant-2e^2$，

此时不存在符合题意的 m 值． …………………… 8分

②当 $e<-\frac{m}{2}<e^2$，即 $-2e^2<m<-2e$ 时，$h(t)$ 在 $\left[e,-\frac{m}{2}\right]$ 上单调递减，在 $\left[-\frac{m}{2},e^2\right]$ 上单调递增，

所以 $h(t)_{\min}=h\left(-\frac{m}{2}\right)=-\frac{m^2}{4}+1$，

由 $-\frac{m^2}{4}+1=1-4e^2$，解得 $m=-4e$，或 $m=4e$，又 $-2e^2<m<-2e$，

所以 $m=-4e$. …………………………………………………………………… 10 分

③当 $-\frac{m}{2}\leqslant e$，即 $m\geqslant -2e$ 时，$h(t)$ 在 $[e,e^2]$ 上单调递增，所以 $h(t)_{\min}=h(e)=e^2+me+1$，

由 $e^2+me+1=1-4e^2$，解得 $m=-5e$，不满足 $m\geqslant -2e$，

此时不存在符合题意的 m 值. …………………………………………………… 11 分

综上所述，存在 $m=-4e$，使得函数 $g(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最小值为 $1-4e^2$. ………………… 12 分

22. 解：(1)当 $a=0$ 时，$f(x)=x^3+bx+3$，$f'(x)=3x^2+b$. …………………………………… 1 分

（ⅰ）①当 $b\geqslant 0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增，无极值点. ………………………… 2 分

②当 $b<0$ 时，由 $f'(x)=0$，得 $x=\sqrt{-\frac{b}{3}}$ 或 $x=-\sqrt{-\frac{b}{3}}$.

当 $x\in\left(-\infty,-\sqrt{-\frac{b}{3}}\right)\cup\left(\sqrt{-\frac{b}{3}},+\infty\right)$ 时，$f'(x)>0$；当 $x\in\left(-\sqrt{-\frac{b}{3}},\sqrt{-\frac{b}{3}}\right)$ 时，$f'(x)<0$.

故 $f(x)$ 在 $\left(-\infty,-\sqrt{-\frac{b}{3}}\right)$，$\left(\sqrt{-\frac{b}{3}},+\infty\right)$ 上单调递增，在 $\left(-\sqrt{-\frac{b}{3}},\sqrt{-\frac{b}{3}}\right)$ 上单调递减. ……………… 4 分

所以 $x=-\sqrt{-\frac{b}{3}}$ 是 $f(x)$ 的极大值点；$x=\sqrt{-\frac{b}{3}}$ 是 $f(x)$ 的极小值点. ……………………… 5 分

（ⅱ）因为 $x=x_0$ 是 $f(x)$ 的极值点，也是 $f(x)$ 的不动点，

所以 $\begin{cases}f'(x_0)=0,\\ f(x_0)=x_0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}3x_0^2+b=0,\\ x_0^3+bx_0+3=x_0,\end{cases}$ 其中 $b<0$. ………………………………………………… 7 分

消去 b，得 $2x_0^3+x_0-3=0$，即 $(x_0-1)(2x_0^2+2x_0+3)=0$.

因为 $2x_0^2+2x_0+3>0$，所以 $x_0=1$，

从而 $b=-3$. ………………………………………………………………………… 9 分

(2)不存在满足题设的 a,b，证明如下：

法一：假设存在满足题设的 a,b. 设 x_1,x_2 为 $f(x)$ 的两个极值点，且为 $f(x)$ 的不动点，并不妨设 $x_1<x_2$. 由于 $f'(x)=3x^2+2ax+b$，所以 x_1,x_2 为方程 $3x^2+2ax+b=0$ 的两个根. …………………………… 10 分

当 $x\in(x_1,x_2)$ 时，$f'(x)<0$，可知 $f(x)$ 在 (x_1,x_2) 上单调递减，故 $f(x_1)>f(x_2)$. ………………… 11 分

又 x_1,x_2 为 $f(x)$ 的不动点，所以 $f(x_1)=x_1<x_2=f(x_2)$，即 $f(x_1)<f(x_2)$，矛盾.

所以不存在满足题设的 a,b. ………………………………………………………… 12 分

法二：假设存在满足题设的 a,b. 设 $x_1,x_2(x_1<x_2)$ 为 $f(x)$ 的两个极值点，且为 $f(x)$ 的不动点，

则 $f'(x)=3x^2+2ax+b$ 有两个不等的实根 x_1,x_2，必有 $\Delta=4a^2-12b>0$，即 $a^2>3b$.

又由韦达定理，得 $x_1+x_2=-\frac{2a}{3}$，$x_1x_2=\frac{b}{3}$.

由 x_1,x_2 是 $f(x)$ 的两个不动点，得 $\begin{cases}f(x_1)=x_1,\\ f(x_2)=x_2,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x_1^3+ax_1^2+(b-1)x_1+3=0,\\ x_2^3+ax_2^2+(b-1)x_2+3=0.\end{cases}$

相减并整理，得 $(x_1-x_2)[(x_1+x_2)^2-x_1x_2+a(x_1+x_2)+b-1]=0$.

由 $x_1<x_2$，得 $(x_1+x_2)^2-x_1x_2+a(x_1+x_2)+b-1=0$.

即 $\left(-\frac{2a}{3}\right)^2-\frac{b}{3}+a\cdot\left(-\frac{2a}{3}\right)+b-1=0$，亦即 $2a^2-6b+9=0$.

事实上，由 $a^2>3b$，得 $2a^2-6b+9=2(a^2-3b)+9>9$，产生矛盾.

故不存在实数 a,b，使得 $f(x)$ 有两个极值点且这两个极值点均为 $f(x)$ 的不动点. ……………

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。