机密 ★ 考试结束前

温州市普通高中2023届高三第三次适应性考试

数学试题卷

2023.5

本试卷共6页，22小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、准考证号填写在答题卷上。将条形码横贴在答题卷右上角"条形码粘贴处"。

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卷上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试题卷上。

3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卷各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

4. 考生必须保持答题卷的整洁，不要折叠、不要弄破。

选择题部分（共60分）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 设全集$U=\{x\in\mathbf{N}\mid x\le 5\}$，集合$A=\{1,2,3\},B=\{2,3,4\}$，则$\complement_U(A\cup B)=$（ ▲ ）

A. $\{1,5\}$　　B. $\{0,5\}$　　C. $\{1,2,3,4\}$　　D. $\{0,1,4,5\}$

2. 已知直线$l_1:x+y=0,\ \ l_2:ax+by+1=0$，若$l_1\perp l_2$，则$a+b=$（ ▲ ）

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

3. 某公司计划租地建仓库，已知每月土地费用与仓库到车站的距离成反比，每月货物的运输费用与仓库到车站的距离成正比．经测算，若在距离车站10km处建仓库，则每月的土地费用与运输费用分别为2万元和8万元．要使两项费用之和最小，仓库和车站的距离为（ ▲ ）

A. 4 km　　B. 5 km　　C. 6 km　　D. 7 km

4. "$\alpha>\frac{\pi}{2}$"是"$\alpha-\sin\alpha>\frac{\pi}{2}-1$"的（ ▲ ）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 已知数列$\{a_n\}$各项为正数，$\{b_n\}$满足$a_n^2=b_nb_{n+1}$，$a_n+a_{n+1}=2b_{n+1}$，则（ ▲ ）

A. $\{b_n\}$是等差数列　　B. $\{b_n\}$是等比数列

C. $\{\sqrt{b_n}\}$是等差数列　　D. $\{\sqrt{b_n}\}$是等比数列

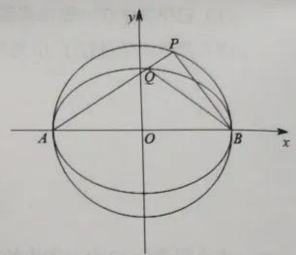
6. 四面体 $OABC$ 满足 $\angle AOB=\angle BOC=\angle COA=90^\circ, OA=1, OB=2, OC=3$，点 D 在棱 OC 上，且 $OC=3OD$，点 G 为 ΔABC 的重心，则点 G 到直线 AD 的距离为（ ▲ ）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

7. 如图，A,B 是椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右顶点，P 是 $\odot O:x^2+y^2=a^2$ 上不同于 A,B 的动点，线段 PA 与椭圆 C 交于点 Q，若 $\tan\angle PBA=3\tan\angle QBA$，则椭圆的离心率为（ ▲ ）

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$



第 7 题图

8. 已知函数 $f(x)=\left|\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}-a\right|$，存在实数 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 使得 $f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_{n-1})=f(x_n)$ 成立，若正整数 n 的最大值为 6，则 a 的取值范围为（ ▲ ）

A. $\left[\dfrac{3}{2},\dfrac{5}{3}\right)$　　B. $\left(-\dfrac{3}{2},-\dfrac{7}{5}\right]$　　C. $\left[\dfrac{7}{5},\dfrac{3}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{3}{2},-\dfrac{7}{5}\right]$　　D. $\left[\dfrac{3}{2},\dfrac{5}{3}\right)\cup\left(-\dfrac{5}{3},-\dfrac{3}{2}\right]$

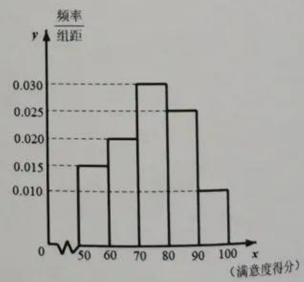
二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 已知复数 z_1,z_2，下列命题正确的是（ ▲ ）

A. $|z_1z_2|=|z_1||z_2|$　　B. 若 $|z_1|=|z_2|$，则 $z_1=z_2$

C. $z_1\overline{z_1}=|z_1|^2$　　D. 若 $z_1^{\,2}=\overline{z_1}^{\,2}$，则 z_1 为实数

10. 近年来，网络消费新业态、新应用不断涌现，消费场景也随之加速拓展，某报社开展了网络交易消费者满意度调查，某县人口约为 50 万人，从该县随机选取 5000 人进行问卷调查，根据满意度得分分成以下 5 组：$[50,60),[60,70),\cdots,[90,100]$，统计结果如图所示.由频率分布直方图可认为满意度得分 X（单位:分）近似地服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，且



第 10 题图

$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)\approx 0.6826,\ P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)\approx 0.9544$，

$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)\approx 0.9974$，其中 μ 近似为样本平均数，σ 近似为样本的标准差 s，并已求得 $s=12$．则（ ▲ ）

A．由直方图可估计样本的平均数约为74.5

B．由直方图可估计样本的中位数约为75

C．由正态分布可估计全县 $X\geq 98.5$ 的人数约为2.3万人

D．由正态分布可估计全县 $62.5\leq X<98.5$ 的人数约为40.9万人

11．已知函数 $f(x)=x^3+ax+\frac{1}{4}$，$(a<0)$，其中 $A_i(x_i,y_i),i=0,1,2,3$ 是其图象上四个不重合的点，直线 A_0A_3 为函数 $f(x)$ 在点 A_0 处的切线，则（ ▲ ）

A．函数 $f(x)$ 的图象关于 $\left(0,\frac{1}{4}\right)$ 中心对称

B．函数 $f(x)$ 的极大值有可能小于零

C．对任意的 $x_1>x_0>0$，直线 A_0A_3 的斜率恒大于直线 A_0A_1 的斜率

D．若 A_1,A_2,A_3 三点共线，则 $x_1+x_2=2x_0$．

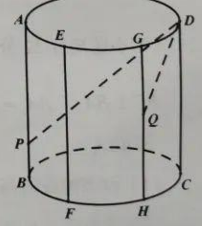
12．如图，圆柱的轴截面 $ABCD$ 是边长为2的正方形，F,H 为圆柱底面圆弧 $\overparen{BC}$ 的两个三等分点，EF,GH 为圆柱的母线，点 P,Q 分别为线段 AB,GH 上的动点，经过点 D,P,Q 的平面 α 与线段 EF 交于点 R，以下结论正确的是（ ▲ ）

A．$QR\,/\!/\,PD$

B．若点 R 与点 F 重合，则直线 PQ 过定点

C．若平面 α 与平面 BCF 所成角为 θ，则 $\tan\theta$ 的最大值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

D．若 P,Q 分别为线段 AB,GH 的中点，则平面 α 与圆柱侧面的公共点到平面 BCF 距离的最小值为 $\frac{1}{2}$



第12题图

非选择题部分（共 90 分）

三、填空题：本大题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分．把答案填在题中的横线上．

13．在平行四边形 $ABCD$ 中， 若 $\overrightarrow{AB}=(1,3)$，$\overrightarrow{AC}=(2,4)$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=$________．

14．$\left(x\log_4 3+\dfrac{\log_3 2}{x}\right)^4$ 展开式的常数项为________．（用最简分数表示）

15．已知$\triangle ABC$ 内有一点 P，满足 $\angle PAB=\angle PBC=30^\circ, AB=2, \sin\angle ABC=\dfrac{3}{5}$，则 $PB=$________．

16．一位飞镖运动员向一个目标投掷三次，记事件 $A_i=$“第 i 次命中目标”（$i=1,2,3$），$P(A_1)=\dfrac{1}{8}$，

$P(A_{i+1}\mid A_i)=2P(A_i), P(A_{i+1}\mid \overline{A_i})=\dfrac{1}{8}$（$i=1,2$），则 $P(A_3)=$________．

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分 10 分）已知函数 $f(x)=\sin(\omega x-\dfrac{\pi}{4})$ 在区间 $[0,\dfrac{3\pi}{2}]$ 上恰有 3 个零点，其中 ω 为正整数．

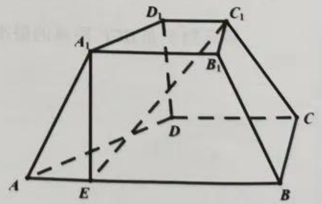
（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位得到函数 $g(x)$ 的图象，求函数 $F(x)=\dfrac{g(x)}{f(x)}$ 的单调区间．

18．（本小题满分 12 分）如图，已知四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $\dfrac{7\sqrt{3}}{16}$，且满足 $DC\parallel AB$，$BC\perp BA$，$AA_1=A_1B_1=BB_1=BC=CD=1$，$AB=2$，E 为棱 AB 上的一点且 $C_1E\parallel$ 平面 ADD_1A_1．

（1）设该棱台的高为 h，求证：$h=A_1E$；

（2）求直线 C_1E 与平面 BCC_1B_1 所成角的正弦值．



第 18 题图

19.（本小题满分 12 分）某校开展“学习二十大，永远跟党走”网络知识竞赛．每人可参加多轮答题活动，每轮答题情况互不影响.每轮比赛共有两组题，每组都有两道题，只有第一组的两道题均答对，方可进行第二组答题，否则本轮答题结束.已知甲同学第一组每道题答对的概率均为$\frac{3}{4}$，第二组每道题答对的概率均为$\frac{1}{2}$，两组题至少答对 3 题才可获得一枚纪念章.

（1）记甲同学在一轮比赛答对的题目数为X，请写出X的分布列，并求$E(X)$；

（2）若甲同学进行了 10 轮答题，试问获得多少枚纪念章的概率最大.

20.（本小题满分 12 分）图中的数阵满足：每一行从左到右成等差数列，每一列从上到下成等比数列，且公比均为实数q，$a_{1,1}>0$，$a_{1,3}=5$，$a_{2,2}=-6$，$a_{4,2}^2=a_{7,5}$.

（1）设$b_n=a_{n,n}$，求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（2）设$S_n=a_{1,1}+a_{2,1}+\cdots+a_{n,1}$，是否存在实数$\lambda$，使$a_{n,1}\le\lambda S_n$恒成立，若存在，求出$\lambda$的所有值，若不存在，请说明理由.

$$\begin{array}{cccccc}
a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \dots & a_{1,n} & \dots \\
a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \dots & a_{2,n} & \dots \\
a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & \dots & a_{3,n} & \dots \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
a_{n,1} & a_{n,2} & a_{n,3} & \dots & a_{n,n} & \dots \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots
\end{array}$$

第 20 题图

21.（本小题满分 12 分）已知抛物线 $C_1: y^2=4x-4$ 与双曲线 $C_2: \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4-a^2}=1(1<a<2)$ 相交于两点 A,B，F 是 C_2 的右焦点，直线 AF 分别交 C_1，C_2 于 C,D（不同于 A,B 点），直线 BC,BD 分别交 x 轴于 P，Q 两点.

（1）设 $A(x_1,y_1),C(x_2,y_2)$，求证：y_1y_2 是定值；

（2）求 $\frac{|FQ|}{|FP|}$ 的取值范围.

22.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=\frac{\cos x-x}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.

（1）证明：函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有且只有一个零点；

（2）当 $x\in(0,\pi)$ 时，求函数 $f(x)$ 的最小值；

（3）设 $g_i(x)=k_ix+b$，$i=1,2$，若对任意的 $x\in\left[\frac{\pi}{2},+\infty\right)$，$g_1(x)\le f(x)\le g_2(x)$ 恒成立，且不等式两端等号均能取到，求 k_1+k_2 的最大值.