

绝密★启用前

2022—2023 学年第二学期高一期末调研考试

数 学

考生注意：

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 复数 $z = \frac{5i^3}{1-2i}$ 在复平面内所对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 数据 71, 73, 79, 83, 89, 90, 96, 98 的 25% 分位数为

- A. 73 B. 75 C. 76 D. 79

3. 某地气象部门统计了前三年 6 月份各天的最高气温数据,得到下面的频数分布表:

最高气温(°C)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)
天数	5	7	24	35	19

则可以估计该地区今年 6 月份的某天最高气温小于 30 °C 的概率为

- A. 0.8 B. 0.6 C. 0.4 D. 0.2

4. 已知向量 $\mathbf{a} = (-2, 4)$, $\mathbf{b} = (-1, 1)$, 则 \mathbf{a} 在 \mathbf{b} 上的投影向量为

- A. $(\frac{3}{5}, -\frac{6}{5})$ B. $(-\frac{3}{5}, \frac{6}{5})$ C. (3, -3) D. (-3, 3)

5. 已知圆锥的底面半径是 2, 体积为 $\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$, 则它的侧面展开图的圆心角为

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{3\pi}{2}$

6. 在梯形 ABCD 中, $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MD}$, 则 $\overrightarrow{CD} =$

- A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{CM} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BM}$ B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{CM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BM}$
C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{CM} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BM}$ D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{CM} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BM}$

座位号

考场号

考生号

姓名

班级

学校

线

订

装

7. 已知在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 3, AD = AA_1 = 2$, 点 M, N 分别是 BC, BB_1 的中点, 则异面直线 D_1M, DN 所成角的余弦值为
- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{\sqrt{35}}{14}$ C. $\frac{9}{14}$ D. $\frac{6}{7}$

8. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\sin A + \sin(A + C) = 2\sin C$, 则
- A. $\sin C$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$ B. $\sin C$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C. $\cos C$ 的最小值为 0 D. $\cos C$ 的最大值为 $\frac{1}{2}$

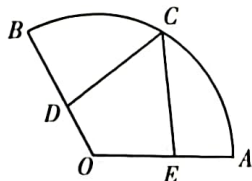
二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知复数 z 的共轭复数为 \bar{z} , 则
- A. $|z| = |\bar{z}|$ B. $z - \bar{z}$ 一定是虚数
- C. $z + \bar{z}$ 一定是实数 D. $z^2 \geq 0$
10. 从 1 ~ 9 这 9 个整数中随机取 1 个数, 记 M, N 是此试验中的两个事件, 且满足 $P(M) = \frac{1}{3}$,

$P(N) = \frac{2}{3}$, 则下列说法正确的是

- A. M 与 N 是对立事件 B. 若 $M \subseteq N$, 则 $P(MN) = \frac{1}{3}$
- C. 若 $P(M\bar{N}) = \frac{1}{9}$, 则 M 与 N 相互独立 D. 若 $P(M \cup N) = 1$, 则 M 与 N 互斥
11. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 所对的边, 且 $b = 3, A = 2B$, 则下列说法正确的是
- A. 若 $c < b$, 则 $\triangle ABC$ 是钝角三角形
- B. $\triangle ABC$ 可能是顶角为钝角的等腰三角形
- C. 若 $a = 3\sqrt{3}$, 则 $C = \frac{\pi}{2}$
- D. 若 $c = 1$, 则 $a = 2\sqrt{3}$

12. 如图所示, 扇形 OAB 的半径 $OA = 4, \angle AOB = \frac{2\pi}{3}$, C 是弧 AB 的中点, 点 D, E 是线段 OB, OA 上的动点且满足 $|\vec{OD}| = |\vec{AE}|$, 则 $\vec{CD} \cdot \vec{CE}$ 的值可以是



- A. 6 B. 8 C. $2\sqrt{10}$ D. $3\sqrt{10}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知平面向量 $a = (1, 2), b = (-2, 1), c = (2, t)$, 若 $(a + 2b) \perp c$, 则 $t =$ _____.

14. 设一组样本数据 $1, 2, 2, a, b, 5, 6, 8$ 的方差为 5 , 则数据 $4, 7, 7, 3a + 1, 3b + 1, 16, 19, 25$ 的方差是_____.
15. 小王逛书店, 他买甲书和买乙书相互独立, 若小王买甲书不买乙书的概率为 $\frac{1}{6}$, 甲和乙两本书都买的概率为 $\frac{1}{2}$, 则小王买乙书的概率为_____.
16. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 平面 $ABC \perp$ 平面 PAB , $AC \perp BC$, 点 D 是 AB 的中点, $PD \perp PB$, $PB = PD = 2$, 则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为_____.

四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

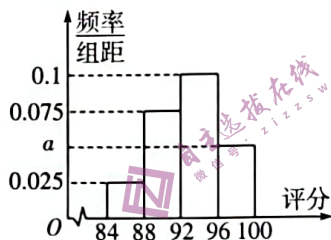
已知复数 $z_1 = t + (t^2 - 1)i$, $z_2 = \sin \theta + (2\cos \theta + 1)i$, 其中 $t \in \mathbf{R}$, $\theta \in [0, \pi]$.

(I) 若 $z_1, z_2 \in \mathbf{R}$ 且 $z_1 > z_2$, 求 t 的值;

(II) 若 $z_1 = z_2$, 求 θ .

18. (12 分)

某型号新能源汽车近期升级一项新技术, 现随机抽取了 100 名该技术的体验用户对该技术进行评分(满分 100 分), 所有评分数据按照 $[84, 88)$, $[88, 92)$, $[92, 96)$, $[96, 100]$ 进行分组得到了如图所示的频率分布直方图.



(I) 求 a 的值, 并根据频率分布直方图, 估计对该技术的评分的中位数;

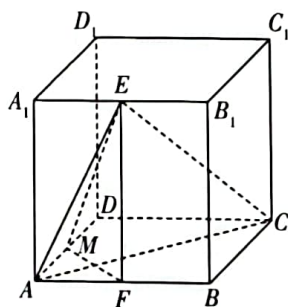
(II) 现从评分在 $[84, 88)$, $[96, 100]$ 内的体验用户中按人数比例用分层随机抽样的方法抽取 6 人, 再从这 6 人中随机抽取 2 人作进一步的问卷调查, 求这 2 人中至少有一人评分在 $[84, 88)$ 内的概率.

19. (12 分)

如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, M 分别是 A_1B_1, AB, AD 的中点.

(I) 求平面 AEC 截正方体所得截面面积;

(II) 证明: 平面 $AEC \perp$ 平面 MEF .

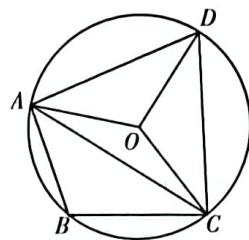


20. (12分)

如图所示, 四边形 $ABCD$ 的外接圆为圆 O , $BC = 2$, $AC = 3$, $\tan B = -2\sqrt{2}$.

(I) 求 $\sin \angle ACB$;

(II) 若 $\angle COD = \angle AOD$, 求 AD 的长.

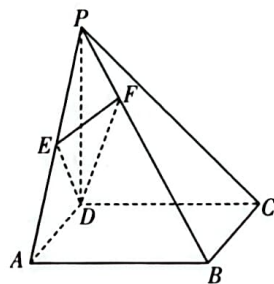


21. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PD = AB = 3AD = 3$.

(I) 求点 A 到平面 PBC 的距离.

(II) 若 E 是 PA 的中点, F 是 PB 上靠近点 P 的三等分点, 棱 PB 上是否存在一点 G 使 $CG \parallel$ 平面 DEF ? 证明你的结论并求 BG 的长.



22. (12分)

某商场为鼓励大家消费, 举行摸奖活动, 规则如下: 凭购物小票一张, 每满 58 元摸奖一次, 从装有除颜色外完全相同的 1 个红球和 4 个白球的箱子中一次性随机摸出两个小球, 若两球中含有红球, 则为中奖, 否则为不中奖. 每次摸奖完毕后, 把小球放回箱子中. 甲、乙共有购物小票一张, 购物金额为 m 元, 两人商量, 先由一人摸奖, 若中奖, 则继续摸奖, 若不中奖, 就由对方接着摸奖, 并通过掷一枚质地均匀的硬币决定第一次由谁摸奖.

(I) 若 $m = 60$, 求这两人中奖的概率;

(II) 若 $m = 240$, 求第一次由甲摸奖, 最后一次也是甲摸奖的概率.