

2022~2023 学年度高一年级 5 月月考·数学试题

参考答案、提示及评分细则

1. A 由图知 α 与 β 交于 m , n 在 α 内, m 与 n 交于点 A , 则正确的符号语言应是: $\alpha \cap \beta = m, n \subset \alpha, m \cap n = A$. 故选 A.
2. C 邯郸市今年“五一”前后的气温, 通过观察获取数据; 判断某种新药是否有效, 通过试验获取数据; “山西新闻联播”的收视率, 通过调查获取数据; 近年来我市普通高中入学人数, 通过查询获得数据. 故选 C.
3. A 在 $\triangle ABC$ 中, $a^2 + b^2 = c^2 + \sqrt{3}ab$, 可得 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{\sqrt{3}ab}{2ab} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 由于 $0^\circ < C < 180^\circ$, 故 $C = 30^\circ$. 故选 A.
4. C 把成绩按从小到大的顺序排列为: 56, 70, 72, 78, 79, 80, 81, 83, 84, 86, 88, 90, 91, 94, 因为 $14 \times 70\% = 9.8$, 所以这 14 人成绩的第 70 百分位数是 86. 故选 C.
5. B $l \not\subset \alpha \Leftrightarrow l // \alpha$ 或 l 与 α 相交, 故“ $l \not\subset \alpha$ ”是“ $l // \alpha$ ”的必要不充分条件. 故选 B.
6. D 由图可知, 猪肉, 鸡蛋, 鲜果, 禽肉, 粮食, 食用油这 6 种食品中, 粮食价格同比涨幅最小, 所以 A 错误; 因为 $34.4\% < 5 \times 8.5\%$, 所以 B 错误; 去年 4 月鲜菜价格要比今年 4 月高, 所以 C 错误; 因为 $\frac{1}{7} \times (-21.2\% + 7.6\% + 3\% + 8.5\% + 9.6\% + 10.4\% + 34.4\%) > \frac{1}{7} \times [(-22\%) + 7\% + 3\% + 8\% + 9\% + 10\% + 34\%] = \frac{1}{7} \times 49\% = 7\%$, 所以 D 正确. 故选 D.
7. D 因为平面 α 与平面 β 的夹角为 80° , 则过点 P 与平面 α, β 所成角都是 $\frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$ 和 $\frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$ 的直线各有一条 m, n , 若过点 P 与平面 α, β 所成角都是 30° , 则在 m, n 的两侧各有一条, 所以共 $2 \times 2 = 4$ 条. 故选 D.
8. C 将四面体 $SABC$ 补成正方体 $SDBG-EAFC$, 连接 DE 交 AS 于点 M , 连接 FG 交 BC 于点 N , 连接 MN , 则 M, N 分别为 DE, BC 的中点, 因为 $BD // CE$ 且 $BD = CE$, 故四边形 $BDEC$ 为平行四边形, 则 $BC // DE$ 且 $BC = DE$, 又因为 M, N 分别为 DE, BC 的中点, 所以 $DM // BN$ 且 $DM = BN$, 故四边形 $BDMN$ 为平行四边形, 故 $MN // BD$ 且 $MN = BD = SG = 5\sqrt{2}$, 因为 $BD \perp$ 平面 $SDAE$, $AS \subset$ 平面 $SDAE$, 所以 $BD \perp AS$, 即 $MN \perp AS$, 同理可得 $MN \perp BC$, 故 P 到 BC 的距离最小值为 $MN = 5\sqrt{2}$. 故选 C.
9. AD 由题意知 $z = \frac{2+i}{3-i} = \frac{(2+i)(3+i)}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$, 故 A 正确; $\bar{z} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ 与 z 都是虚数不能比较大小, B 错误; $|z| = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, C 错误; $\frac{2z^2}{1+i} = \frac{i}{1+i} = \frac{i(1-i)}{2} = \frac{1}{2}(1+i) = z$, D 正确. 故选 AD.
10. ACD 对于 A 选项, $\alpha // \beta, \beta // \gamma$, 则 $\alpha // \gamma$, 故 A 正确; 对于 B 选项, 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 α 与 β 的位置关系是平行或相交, 故 B 错误; 对于 C 选项, 若 $m \perp \alpha, n \perp \alpha$, 则根据线面垂直的性质得 n 与 m 的位置关系是平行, 故 C 正确; 对于 D 选项, $\alpha // \beta, n \subset \alpha$, 根据面面平行, 可证得线面平行, 即 $n // \beta$, 故 D 正确. 故选 ACD.
11. BC 对于选项 A, B, C, 设样本 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的均值为 $\bar{x}$, 方差为 s^2 , 极差为 M , 中位数为 q , 则 $a\bar{x} = 4, a^2s^2 = 4, 4s^2 = 4$, 所以 $s^2 = 1, a = \pm 2$, 当 $a = 2$ 时, 样本 $p_1: 2x_1, 2x_2, \dots, 2x_n$; 样本 $p_2: 2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_n - 1$, 可得样本 p_1 的平均数为 $2\bar{x} = 4$, 样本 p_2 的平均数为 $2\bar{x} - 1 = 3$, 样本 p_1 和样本 p_2 的极差相等, 方差也相等, 故 B, C 正确; 选项 D, 设样本 p_1 的中位数为 $2q$, 则样本 p_2 的中位数为 $2q - 1$, 故 D 错误. 同理可得, 当 $a = -2$ 时, B, C 正确, A, D 错误. 故选 BC.
12. AC $a = (m, n) \Leftrightarrow a = me_1 + ne_2, b = (s, t) \Leftrightarrow b = se_1 + te_2$. 对于 A, $a = b$ 即 $me_1 + ne_2 = se_1 + te_2$, 则 $m =$

【高一年级 5 月月考·数学试题参考答案 第 1 页(共 4 页)】

231686Z

纸
Z S W

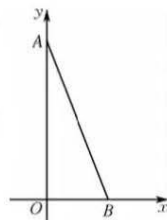
纸
Z S W

$s, n=t$, A 正确; 对于 B, $a^2 = (e_1 + e_2)^2 = e_1^2 + 2e_1 \cdot e_2 + e_2^2 = 1 + 2\cos \frac{\pi}{3} + 1 = 3$, 即 $|a| = \sqrt{3}$, B 错误; 对于 C, 由 $a = (m, n), b = (s, t)$, 得 $a + b = me_1 + ne_2 + se_1 + te_2 = (m+s)e_1 + (n+t)e_2 = (m+s, n+t)$, C 正确; 对于 D, 若 $a = (1, 2), b = (2, 1)$, 则 $a = e_1 + 2e_2, b = 2e_1 + e_2, |a| = |b| = \sqrt{5+4\cos \alpha} = \sqrt{7}, a \cdot b = (e_1 + 2e_2) \cdot (2e_1 + e_2) = 2e_1^2 + 5e_1 \cdot e_2 + 2e_2^2 = 4 + 5\cos \alpha = \frac{13}{2}$. 由 $a \cdot b = |a| |b| \cos \theta$, 可得 $\cos \theta = \frac{\frac{13}{2}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{13}{14}$, 即 $\theta \neq \frac{\pi}{6}$, D 不正确. 故选 AC.

13. $\sqrt{34}$ 因为 $a = (m, 1), b = (-4, 3+m), a \perp b$, 所以 $-4m + 3 + m = 0$, 得 $m = 1$. 所以 $a + b = (-3, 5)$, 所以 $|a + b| = \sqrt{(-3)^2 + 5^2} = \sqrt{34}$.

14. $4 + 2\sqrt{2}$ 由题意, $O'B' = 1$, 则 $O'A' = \sqrt{2}$, 故原图形中 $OA = 2\sqrt{2}, OB = 1, AB = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 1^2} = 3$, 周长为 $4 + 2\sqrt{2}$.

15. 1.966 由题意可得, 总的平均数为 3, 方差为 $s^2 = \frac{800}{2\,000} \times [1 + (2.7 - 3)^2] + \frac{600}{2\,000} \times [2 + (3.1 - 3)^2] + \frac{600}{2\,000} \times [3 + (3.3 - 3)^2] = 1.966$.

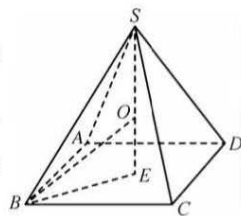


16. $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{8}{3}$ 如图所示, 当球心 O 在四棱锥内部时, 设底面中心为 E , 连接 SE, BO, BE ,

因为四棱锥 $S-ABCD$ 的外接球的表面积为 9π , 可得外接球半径 $R = \frac{3}{2}$. 在

$Rt\triangle OBE$ 中, $R^2 = OE^2 + BE^2$, 即 $(\frac{3}{2})^2 = (SE - \frac{3}{2})^2 + (\sqrt{2})^2$, 解得 $SE = 2$ 或 1

(舍去); 当球心 O 在四棱锥外部时, 同理可得 $SE = 1$ 或 2 (舍去), 所以四棱锥 $S-ABCD$ 的体积为 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{8}{3}$.



17. 解: (1) $\bar{x} = \frac{1}{10} (50 + 50 + 55 + 60 + 70 + 80 + 80 + 80 + 85 + 90) = 70$,

$s_1^2 = \frac{1}{10} (2 \times 20^2 + 15^2 + 10^2 + 0^2 + 3 \times 10^2 + 15^2 + 20^2) = 205$, 4 分

$\bar{y} = \frac{1}{10} (45 + 55 + 60 + 60 + 70 + 80 + 75 + 80 + 80 + 95) = 70$,

$s_2^2 = \frac{1}{10} (25^2 + 15^2 + 2 \times 10^2 + 0^2 + 3 \times 10^2 + 5^2 + 25^2) = 200$, 8 分

(2) 由 $\bar{x} = \bar{y} = 70$ 可得 A, B 两个品种平均产量相等,

又 $s_1^2 > s_2^2$, 则 B 品种产量较稳定, 故选择 B 品种. 10 分

18. 解: (1) 由题意,

在 $\triangle ABC$ 中, $\frac{\sqrt{3}}{3} c \sin B = a - b \cos C$,

$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}, A + B + C = \pi$,

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3} \sin C \sin B = \sin A - \sin B \cos C$, 2 分

即 $\frac{\sqrt{3}}{3} \sin C \sin B = \sin(B + C) - \sin B \cos C$,

$\therefore \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \sin B - \cos B\right) \sin C = 0$, 4 分

$\therefore \sin C \neq 0, 0 < B < \pi$,

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3} \sin B - \cos B = 0$, 可得 $\tan B = \sqrt{3}$, 解得 $B = \frac{\pi}{3}$, 6 分

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理, 得 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \frac{\pi}{3} = a^2 + c^2 - ac = (a+c)^2 - 2ac - ac = (a+c)^2 - 3ac$, 9 分

$\therefore \triangle ABC$ 的周长为 6, $b = 2$, $\therefore a + c = 4$.

则 $3ac = (a+c)^2 - b^2 = 4^2 - 2^2 = 12$, $ac = 4$, 11 分

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{\sqrt{3}}{4} ac = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 = \sqrt{3}$, $\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ 12 分

19. 证明: (1) 连接 AB_1 , 设 $AB_1 \cap A_1B = N$, 连接 MN 2 分

$\therefore M$ 是 B_1C_1 的中点, N 是 AB_1 的中点, $\therefore MN \parallel AC_1$, 3 分

$\therefore AC_1 \not\subset$ 平面 A_1BM , $MN \subset$ 平面 A_1BM , $\therefore AC_1 \parallel$ 平面 A_1BM 5 分

(2) $\therefore$ 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$,

$\therefore BB_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1$.

又 $A_1M \subset$ 平面 $A_1B_1C_1$,

$\therefore BB_1 \perp A_1M$ 7 分

$\therefore$ 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$,

$\therefore \triangle A_1B_1C_1$ 为正三角形,

又 M 为 B_1C_1 中点,

$\therefore A_1M \perp B_1C_1$, 9 分

$\therefore BB_1 \cap B_1C_1 = B_1$, $BB_1, B_1C_1 \subset$ 平面 BB_1C_1C ,

$\therefore A_1M \perp$ 平面 BB_1C_1C 10 分

又 $A_1M \subset$ 平面 A_1BM ,

$\therefore$ 平面 $A_1BM \perp$ 平面 BB_1C_1C 12 分

20. 解: (1) 由 $10 \times 0.010 + 0.015 + 0.015 + m + 0.025 + 0.005 = 1$, 得 $m = 0.030$ 2 分

(2) 平均数为 $\bar{x} = 45 \times 0.1 + 55 \times 0.15 + 65 \times 0.15 + 75 \times 0.3 + 85 \times 0.25 + 95 \times 0.05 = 71$,

因为 $0.1 + 0.15 + 0.15 = 0.4 < 0.5$, $0.1 + 0.15 + 0.15 + 0.3 = 0.7 > 0.5$,

所以中位数在第 4 组, 设中位数为 n , 则 $0.1 + 0.15 + 0.15 + 0.03(n - 70) = 0.5$,

解得 $n = \frac{220}{3} \approx 73.33$.

所以可以估计该厂所生产的工艺品的质量指标值的平均数为 71, 中位数为 73.33. 8 分

(3) 由频率分布直方图可知 100 个工艺品中一等品有 75 个, 二等品有 25 个,

该厂生产的 10 000 件工艺品中一等品有 $10\,000 \times \frac{75}{100} = 7\,500$ 个, 二等品有 $10\,000 - 7\,500 = 2\,500$ 个,

所以一等品有 7 500 个, 二等品有 2 500 个, 12 分

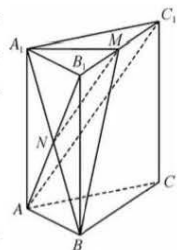
21. (1) 证明: 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理可知 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times \cos 60^\circ = 3$,

可得 $AC = \sqrt{3}$,

由 $AC^2 + BC^2 = AB^2$, 得 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $AC \perp BC$ 4 分

又平面 $PBC \perp$ 平面 $ABCD$,

且平面 $PBC \cap$ 平面 $ABCD = BC$,



且 $AC \subset \text{平面 } ABCD$,

所以 $AC \perp \text{平面 } PBC$ 6 分

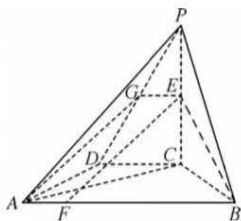
(2) 解: 如图, 取棱 PD 中点为 G , 连接 EB, EG, AG , 则四边形 $ABEG$ 即为所求截面, 理由如下: 7 分

因为 E 为 PC 的中点, 所以 $EG \parallel DC$,

又 $AB \parallel DC$, 9 分

所以 $EG \parallel AF$ 10 分

即 A, B, E, G 四点共面, 故四边形 $ABEG$ 即为所求截面. 12 分



22. 解: (1) 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理, 得 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = 1 + 4 - 2 \times 1 \times 2 \times (-\frac{1}{2}) = 7$.

..... 2 分

取 AC 中点 N , 连接 DN, MN , $\because AD = CD, AD \perp CD, N$ 为 AC 的中点,

$\therefore DN \perp AC, DN = \frac{1}{2} AC$ 3 分

则 $\triangle ACD$ 的面积 $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times AC \times DN = \frac{1}{4} AC^2 = \frac{7}{4}$ 4 分

(2) 设 $\angle ABC = \alpha, \angle BAC = \beta$,

$\because M, N$ 分别为边 BC, AC 的中点,

$\therefore MN \parallel AB, MN = \frac{1}{2} AB = 1, \angle MNC = \angle BAC = \beta$ 5 分

在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理, 得 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \alpha = 5 - 4 \cos \alpha$ 6 分

由正弦定理 $\frac{AC}{\sin \alpha} = \frac{BC}{\sin \beta}$,

得 $\sin \beta = \frac{BC \cdot \sin \alpha}{AC} = \frac{\sin \alpha}{AC}$ 8 分

在 $\triangle MDN$ 中, $\cos \angle MND = \cos (\angle MNC + \angle CND) = \cos (\beta + \frac{\pi}{2}) = -\sin \beta$,

..... 9 分

由余弦定理, 得 $DM^2 = MN^2 + DN^2 - 2MN \cdot DN \cdot \cos \angle MND$

$= 1 + \frac{1}{4} AC^2 + 2 \times 1 \times \frac{1}{2} AC \times \sin \beta$

$= 1 + \frac{1}{4} \times (5 - 4 \cos \alpha) + 2 \times 1 \times \frac{1}{2} AC \times \frac{\sin \alpha}{AC}$

$= \frac{9}{4} - \cos \alpha + \sin \alpha$ 10 分

令 $t = -\cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \sin (\alpha - \frac{\pi}{4})$,

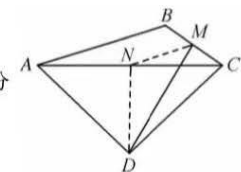
$\because 0 < \alpha < \pi, \therefore -\frac{\pi}{4} < \alpha - \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{4}, \therefore t \in (-1, \sqrt{2}]$, 则 $DM = \sqrt{\frac{9}{4} + t}, t \in (-1, \sqrt{2}]$.

令 $f(t) = \sqrt{\frac{9}{4} + t}$, 易知 $f(t)$ 在 $(-1, \sqrt{2}]$ 上单调递增,

$\therefore$ 当 $t = \sqrt{2}$ 时, $f(t)$ 的最大值为 $f(\sqrt{2})$,

$f(\sqrt{2}) = \sqrt{\frac{9}{4} + \sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8 + 4\sqrt{2} + 1}{4}} = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{2} + 1}{2}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2} + 1}{2}$.

$\therefore DM$ 长度的最大值为 $\frac{2\sqrt{2} + 1}{2}$ 12 分



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

