

考号

姓名

班级

学校

题
答
要
不
内
线
封
密

高三数学试卷(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

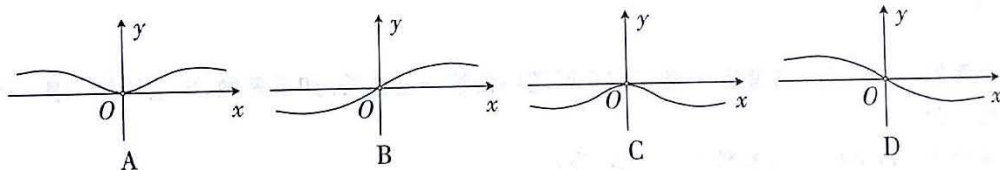
1. 复数 $z=(3+2i)(2-i)$ 在复平面内对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 已知集合 $A=\{x|\ln(x-2)<0\}$, $B=\{x|5-2x>0\}$, 则 $A\cap B=$

- A. $\{x|2<x<\frac{5}{2}\}$ B. $\{x|\frac{5}{2}<x<3\}$ C. $\{x|1<x<\frac{5}{2}\}$ D. $\{x|1<x<2\}$

3. 函数 $f(x)=\frac{x^2}{2^x-2^{-x}}$ 的部分图象大致为



4. 已知向量 $a=(3,4)$, $b=(8,m)$, 且 $|a+b|=|a-b|$, 则 $|b|=$

- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

5. $(x^3-\frac{1}{x})^{10}$ 的展开式中含 x^2 项的系数是

- A. -120 B. 120 C. -45 D. 45

6. 转子发动机采用三角转子旋转运动来控制压缩和排放. 如图 1, 三角转子的外形是有三条侧棱的曲面棱柱, 且侧棱垂直于底面, 底面是以正三角形的三个顶点为圆心, 正三角形的边长为半径画圆构成的曲面三角形(如图 2), 正三角形的顶点称为曲面三角形的顶点, 侧棱长为曲面棱柱的高, 记该曲面棱柱的底面积为 S , 高为 h . 已知曲面棱柱的体积 $V=Sh$, 如图 1 所示的曲面棱柱的体积为 $9(\pi-\sqrt{3})$, $h=2$, 则 $AB=$

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 6



图 1

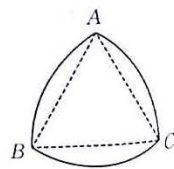


图 2

【高三数学 第 1 页(共 4 页)理科】

7. 九连环是我国从古至今广为流传的一种益智游戏,它由九个铁丝圆环相连成串.在某种玩法中,用 a_n 表示解下 $n(n \leq 9, n \in \mathbb{N}_+)$ 个圆环所需要移动的最少次数,数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, 且

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n - 1, & n \text{ 为奇数,} \\ 2a_n + 2, & n \text{ 为偶数,} \end{cases} \text{ 则 } a_5 + a_8 =$$

- A. 287 B. 272 C. 158 D. 143

8. 某校大一新生 A, B, C, D 欲加入该校的文学社、书法社、羽毛球社. 已知这 4 名大一新生每人只加入了 1 个社团, 则这 4 名大一新生恰好加入其中 2 个社团的不同情况有

- A. 21 种 B. 30 种 C. 42 种 D. 60 种

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右顶点为 M, 以 M 为圆心, 双曲线 C 的半焦距为半径的圆与双曲线 C 的一条渐近线相交于 A, B 两点. 若 $\angle AMB = \frac{2\pi}{3}$, 则双曲线 C 的离心率为

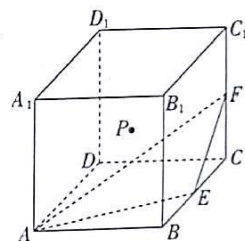
- A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

10. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(1+x) = 2f(x-1)$, 当 $0 \leq x < 2$ 时, $f(x) = x^2 - 3x$, 若对任意的 $x \in (-\infty, m]$, 都有 $f(x) \geq -8$, 则 m 的最大值是

- A. 4 B. 5
C. 6 D. 7

11. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是棱 BC, CC_1 的中点, 点 P 在正方形 ABB_1A_1 内, 若 $AB=2$, $A_1P \parallel$ 平面 AEF, 则 DP 的最小值是

- A. 2
B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$
C. $2\sqrt{2}$
D. 3



12. 已知 $a = \sqrt[3]{e}$, $b = \ln 3$, $c = \frac{4}{3}$, 则

- A. $a > c > b$ B. $c > a > b$ C. $a > b > c$ D. $c > b > a$

第 II 卷

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 某校高三年级进行了一次高考模拟测试, 这次测试的数学成绩 $X \sim N(90, \sigma^2)$, 且 $P(X < 60) = 0.1$, 规定这次测试的数学成绩高于 120 分为优秀. 若该校有 1200 名高三学生参加测试, 则数学成绩为优秀的人数是 \blacktriangle .

14. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 + a_4 + a_5 = 12$, $a_4 + a_5 + a_6 = 18$, 则 $\{a_n\}$ 的公差是 \blacktriangle .

15. 已知函数 $f(x) = \tan 2x$ 与 $g(x) = \sin(x - \frac{\pi}{6})$ 的图象在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的交点个数为 m, 直线 $x + y = 2$ 与 $f(x)$ 的图象在区间 $[0, \pi]$ 上的交点的个数为 n, 则 $m + n = \blacktriangle$.

16. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F, 过点 F 的直线 l 与抛物线 C 相交于 A, B 两点, 分别过 A, B 两点作抛物线 C 的准线的垂线, 垂足分别为 D, E, 若 $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{4} S_{\text{四边形 ABED}} =$

$4\sqrt{2}$, 则 $p = \blacktriangle$.

【 D 高三数学 第 2 页 (共 4 页) 理科 D 】

三、解答题:共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题, 考生根据要求作答.

2

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

通过市场调查, 现得到某种产品的资金投入 x (单位: 百万元) 与获得的利润 y (单位: 百万元) 的数据, 如下表所示:

资金投入 x	2	4	5	6	8
利润 y	3	4	6	5	7

- (1) 求样本 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, 5)$ 的相关系数 (精确到 0.01);
- (2) 根据上表提供的数据, 用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归直线方程;
- (3) 现投入资金 1 千万元, 求获得利润的估计值.

$$\text{附: 相关系数 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \sqrt{2} \approx 1.414,$$

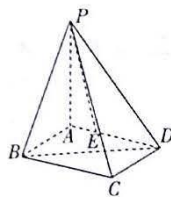
对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最

$$\text{小二乘估计分别为 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

18. (12 分)

如图, 在底面为矩形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$.

- (1) 证明: 平面 $PAD \perp$ 平面 PCD .
- (2) 若 $PA=AD=3, AB=1, E$ 在棱 AD 上, 且 $AD=3AE$, 求 PE 与平面 PBD 所成角的正弦值.



19. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a = 2\sqrt{2}, \sqrt{2}c \sin(A + \frac{\pi}{4}) = b$.

- (1) 求角 C ;
- (2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, D 为 AB 边的中点, 求线段 CD 长的取值范围.

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $P(2, 0)$ 是椭圆 C 上一点.

(1) 求椭圆 C 的标准方程.

(2) 过点 $(6, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B (异于点 P) 两点, 直线 PA, PB 的斜率分别是 k_1, k_2 , 试问 $k_1 k_2$ 是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.

21. (12分)

定义: 若函数 $y = f(x)$ 在定义域内存在实数 x_0 , 使得 $f(x_0 + k) = f(x_0) + f(k)$ 成立, 其中 k 为大于 0 的常数, 则称点 (x_0, k) 为函数 $f(x)$ 的 k 级“平移点”.

(1) 判断函数 $g(x) = x \ln(x+1)$ 的 2 级“平移点”的个数, 并求出 2 级“平移点”;

(2) 若函数 $h(x) = ax^2 + x \ln x$ 在 $[1, +\infty)$ 上存在 1 级“平移点”, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 M 的方程为 $y = \sqrt{-x^2 + 4x}$, 曲线 N 的方程为 $xy = 9$. 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系.

(1) 求曲线 M, N 的极坐标方程;

(2) 若射线 $l: \theta = \theta_0 (\rho \geq 0, 0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2})$ 与曲线 M 交于点 A (异于极点), 与曲线 N 交于点 B , 且

$$|OA| \cdot |OB| = 12, \text{ 求 } \theta_0.$$

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x - a - 1| + |x - 2a|$.

(1) 证明: 存在 $a \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x) \geq 1$ 恒成立.

(2) 当 $x \in [2a, 4]$ 时, $f(x) \leq x + a$, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

