



绝密★启用前  
2020—2021 学年度上学期高三年级七调考试  
理数试卷

绝密★启用前

2020—2021 学年度上学期高三年级七调考试  
理数试卷

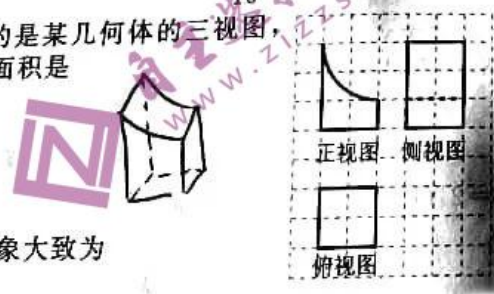
本试卷共 4 页, 23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。  
注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、考号等填写在试题卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答: 用签字笔直接写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答: 先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内, 写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束一定时间后, 通过扫描二维码查看讲解试题的视频。

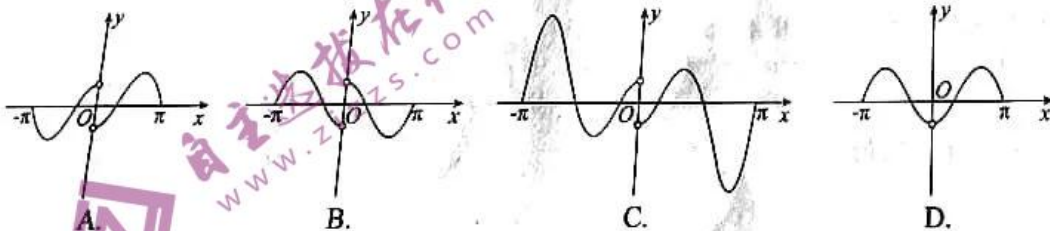
第 I 卷

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 复数  $z_1 = 2 + i$ , 若复数  $z_1, z_2$  在复平面内对应的点关于虚轴对称, 则  $\frac{z_1}{z_2}$  的虚部为  
A.  $-\frac{3}{5}$       B.  $\frac{3}{5}$       C.  $-\frac{4}{5}$       D.  $\frac{4}{5}$
2. 已知集合  $A = \{y | y = 2^x + 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{x | y = \ln(6 - x), x \in \mathbf{N}^*\}$ , 集合  $C = A \cap B$ , 则集合 C 的子集的个数为  
A. 4      B. 8      C. 16      D. 32
3. 已知随机变量 X 服从正态分布  $N(0, 1)$ , 随机变量 Y 服从正态分布  $N(1, 1)$ , 且  $P(X > 1) = 0.1587$ , 则  $P(1 < Y < 2) =$   
A. 0.1587      B. 0.3413      C. 0.8413      D. 0.6587
4. 已知正项等比数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1 = 1$ , 前 n 项和为  $S_n$ , 且  $S_1, S_2, S_3 - 2$  成等差数列, 则  $a_n =$   
A. 8      B.  $\frac{1}{8}$       C. 16      D.  $\frac{1}{16}$
5. 如图, 小方格是边长为 1 的正方形, 图中粗线画出的是某几何体的三视图, 正视图中的曲线为四分之一圆弧, 则该几何体的表面积是  
A. 36      B. 32      C. 28      D. 24



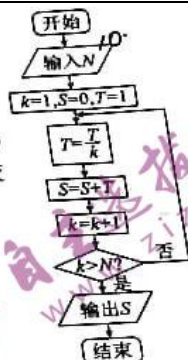
函数  $f(x) = (x - \frac{1}{x}) \sin|x|$  在  $[-\pi, 0) \cup (0, \pi]$  的图象大致为





7. 执行如图所示的程序框图, 如果输入的  $N=10$ , 那么输出的  $S=$

- A.  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10}$
- B.  $1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{10!}$
- C.  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{11}$
- D.  $1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{11!}$



8. 已知点  $M(-3, -2)$ , 抛物线  $x^2=4y$ ,  $F$  为抛物线的焦点,  $l$  为抛物线的准线,  $P$  为抛物线上一点, 过  $P$  作  $PQ \perp l$ , 点  $Q$  为垂足, 过  $P$  作  $FQ$  的垂线  $l_1$ ,  $l_1$  与  $l$  交于点  $R$ , 则  $|QR| + |MR|$  的最小值为

- A.  $1 + \sqrt{13}$
- B.  $\sqrt{13}$
- C.  $\sqrt{10}$
- D.  $3\sqrt{2}$

9. 设实数  $x, y$  满足不等式组  $\begin{cases} x-y+4 \geq 0, \\ 3x+y \leq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$  若  $z=ax+y$  的最大值为 1, 则  $a=$

- A.  $-\frac{1}{4}$
- B.  $\frac{1}{4}$
- C. 2
- D. -2

10. 分子间作用力只存在于分子与分子之间或惰性气体原子间的作用力, 在一定条件下两个原子接近, 则彼此因静电作用产生极化, 从而导致有相互作用力, 称范德瓦尔斯相互作用. 今有两个惰性气体原子, 原子核正电荷的电荷量为  $q$ , 这两个相距  $R$  的惰性气体原子组成体系的能量中有静电相互作用能  $U$ . 其计算式为  $U = kq^2 \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R+x_1-x_2} - \frac{1}{R+x_1} - \frac{1}{R-x_2} \right)$ , 其中,  $k$  为静电常量,  $x_1, x_2$  分别表示两个原子的负电中心相对各自原子核的位移. 已知  $R+x_1-x_2 = R(1 + \frac{x_1-x_2}{R})$ ,  $R_1+x_1 = R(1 + \frac{x_1}{R})$ ,  $R-x_2 = R(1 - \frac{x_2}{R})$ , 且  $(1+x)^{-1} \approx 1-x+x^2$ ,

则  $U$  的近似值为

- A.  $\frac{kq^2 x_1 x_2}{R^3}$
- B.  $\frac{kq^2 x_1 x_2}{R^3}$
- C.  $\frac{2kq^2 x_1 x_2}{R^3}$
- D.  $-\frac{2kq^2 x_1 x_2}{R^3}$

11. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_1$  的直线  $MN$  与  $C$  的左支交于  $M, N$  两点, 若  $(\vec{F_2 F_1} + \vec{F_2 M}) \cdot \vec{M F_1} = 0, |\vec{F_2 N}| = 2|\vec{F_2 M}|$ , 则  $C$  的渐近线方程为

- A.  $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$
- B.  $y = \pm \sqrt{3}x$
- C.  $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$
- D.  $y = \pm \sqrt{2}x$

12. 若  $\min\{a, b\} = \begin{cases} a, & a \leq b, \\ b, & a > b, \end{cases} f(x) = \sin x + \cos x, g(x) = \sin x - \cos x, h(x) = \min\{f(x), g(x)\}$ , 关于函数  $h(x)$  的以下结论:

- ①  $T = \pi$ ;
- ② 对称轴方程为  $x = \frac{2k+1}{2}\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;
- ③ 值域为  $[-\sqrt{2}, 1]$ ;
- ④ 在区间  $(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$  上单调递减.

其中所有正确结论的序号是

- A. ①②
- B. ②③
- C. ①③④
- D. ②③④

## 第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22~23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分.

13. 已知向量  $a = (-1, 2), b = (3, 4)$ , 若向量  $c$  与  $a$  共线, 且  $c$  在  $b$  方向上的投影为  $\sqrt{5}$ , 则  $|c| =$  5.

14. 国际高峰论坛组委会要从 6 个国内媒体团和 3 个国外媒体团中选出 3 个媒体团进行提问, 要求这三个媒体团中既有国内媒体团又有国外媒体团, 且国内媒体团不能连续提问, 则不同的提问方式的种数为 198.



15. 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ . 若  $a_1 = 1, S_1 = 35$ , 且  $\frac{2S_n}{n} = \frac{S_{n-1}}{n-1} + \frac{S_{n+1}}{n+1}$  ( $n \geq 2$  且  $n \in \mathbb{N}^*$ ), 则  $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{10} a_{11}}$  的值为 \_\_\_\_\_.

16. 已知正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1, 以顶点  $A$  为球心,  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  为半径作一个球, 则球面与正方体的表面相交所得到的曲线的长等于 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别是  $a, b, c$ , 且  $b+c = a \cos B + \sqrt{3} a \sin B$ .

(1) 求角  $A$ ;

(2) 若  $a = 2\sqrt{3}$ , 求  $\triangle ABC$  的面积的最大值.

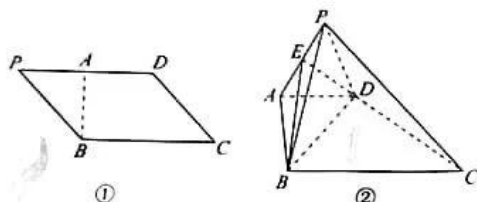


18. (本小题满分 12 分)

如图①, 平行四边形  $PBCD$  中,  $A$  为  $PD$  的中点,  $PD = 2, PB = \sqrt{2}, \angle P = 45^\circ$ , 连接  $AB$ , 将  $\triangle PAB$  沿  $AB$  折起, 得到四棱锥  $P-ABCD$ , 如图②, 点  $E$  在线段  $PA$  上, 若  $PC \parallel$  平面  $BDE$ .

(1) 求证:  $PE = 2AE$ ;

(2) 若二面角  $P-AB-C$  的平面角为  $60^\circ$ , 求平面  $PBC$  与平面  $PCD$  所成锐二面角的余弦值.



(本小题满分 12 分)

已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的焦距为  $2\sqrt{7}$ , 其中一条渐近线的倾斜角为  $\theta$ , 且  $\tan \theta = \frac{1}{2}$ .

以双曲线  $C$  的实轴为长轴, 虚轴为短轴的椭圆记为  $E$ .

(1) 求椭圆  $E$  的方程;

(2) 设点  $A$  是椭圆  $E$  的左顶点,  $P, Q$  为椭圆  $E$  上异于点  $A$  的两动点, 若直线  $AP, AQ$  的斜率为  $-\frac{1}{4}$ , 问直线  $PQ$  是否恒过定点? 若恒过定点, 求出该点坐标; 若不恒过定点, 说明理由.

(本小题满分 12 分)

函数  $f(x) = x^2 - mx - m \ln x$ , 其中  $m > 0$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的极值;

(2) 若  $g(x) = f(x) + mx$ , 若  $g(x) > \frac{1}{x}$  在  $(1, +\infty)$  上恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.

成为世界冠军, 铸就了响彻中华的女排精神. 女排精神的具体表现为: 顽强拼搏, 同甘共苦, 团结战斗, 刻苦钻研, 勇攀高峰. 女排精神对激励和促进作用, 给予全国人民巨大的鼓舞.

第三七期 · 理综 第 3 页 (共 4 页)



动,一段时间后,学生的身体素质明显提高,将该大学近5个月体重超重的人数进行统计,得到如下表格:

月份 $x$	1	2	3	4	5
体重超重的人数 $y$	640	540	420	300	200

若该大学体重超重人数  $y$  与月份变量  $x$  (月份变量  $x$  依次为 1, 2, 3, 4, 5, ...) 具有线性相关关系, 请预测从第几月份开始该大学体重超重的人数降至 10 人以下?

(2) 在某次排球训练课上, 球恰由 A 队员控制, 此后排球仅在 A 队员、B 队员和 C 队员三人之间传递. 已知每当球由 A 队员控制时, 传给 B 队员的概率为  $\frac{1}{2}$ , 传给 C 队员的概率为  $\frac{1}{2}$ ; 每当球由 B 队员控制时, 传给 A 队员的概率为  $\frac{2}{3}$ , 传给 C 队员的概率为  $\frac{1}{3}$ ; 每当球由 C 队员控制时, 传给 A 队员的概率为  $\frac{2}{3}$ , 传给 B 队员的概率为  $\frac{1}{3}$ . 记  $a_n, b_n, c_n$  为经过  $n$  次传球后球分别恰由 A 队员、B 队员、C 队员控制的概率.

(i) 若  $n=3$ , B 队员控制球的次数为  $X$ , 求  $E(X)$ ;

(ii) 若  $a_n = \frac{2}{3}b_{n-1} + \frac{2}{3}c_{n-1}, b_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{1}{3}c_{n-1}, c_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{1}{3}b_{n-1}, n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$ . 证明:

数列  $\{a_n - \frac{2}{5}\}$  为等比数列, 并判断经过 200 次传球后 A 队员控制球的概率与  $\frac{2}{5}$  的大小.

附 1: 回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  中, 斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:  $\hat{b} =$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

附 2: 参考数据:  $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 5180, \sum_{i=1}^5 x_i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55.$

请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \cos \varphi, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3} \sin \varphi \end{cases}$  ( $\varphi$  为参数). 圆  $C_2$  的方程为  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ , 以原点  $O$  为极点,  $x$  轴的非负半轴为极轴, 且取相等的长度单位建立极坐标系, 射线  $l$  的极坐标方程为  $\theta = \theta_0$  ( $\rho \geq 0$ ).

(1) 求曲线  $C_1$  和  $C_2$  的极坐标方程;

(2) 当  $0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$  时, 若射线  $l$  与曲线  $C_1$  和圆  $C_2$  分别交于异于点  $O$  的  $M, N$  两点, 且  $|ON| = 2|OM|$ , 求  $\triangle MC_2N$  的面积.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = |x+a| + |x-b| + c$ , 其中  $a > 0, b > 0, c > 0$ .

(1) 当  $a=b=c=1$  时, 求不等式  $f(x) > 4$  的解集;

(2) 若  $f(x)$  的最小值为 3, 求证:  $\frac{b^2}{a} + \frac{c^2}{b} + \frac{a^2}{c} \geq 3$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（<http://www.zizzs.com/>）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》