

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $A = \{x | \frac{3-x}{x} \geq 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 < 4\}$ , 则  $A \cap B =$

- A.  $(0, 3]$                       B.  $(-2, 0)$                       C.  $[0, 2)$                       D.  $(0, 2)$

2. 已知复数  $z = 1 + 2i + \frac{1+2i}{2-i}$ , 则  $z$  的虚部为

- A. 1                                  B. 3                                  C. -1                                  D. 2

3. 已知  $\sin(\theta - \pi) = \frac{4}{5}$ , 且  $\theta < 0$ , 则  $\sin 2\theta =$

- A.  $\frac{24}{25}$                                   B.  $\frac{12}{25}$                                   C.  $-\frac{24}{25}$                                   D.  $-\frac{12}{25}$

4. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0, \\ x + y - 3 \leq 0, \\ x - 3y + 1 \leq 0, \end{cases}$  则目标函数  $z = 2x + y$  的最大值为

- A. 5                                      B. 4                                      C. 3                                      D. 2

5. 某班统计某次数学测验的平均分与方差(成绩不完全相同), 计算完后才发现有位同学的分数录入了两次, 只好重算一次. 已知第一次计算所得平均分和方差分别为  $\bar{x}, s^2$ , 第二次计算所得平均分和方差分别为  $\bar{x}_1, s_1^2$ , 若此同学的得分恰好为  $x$ , 则

- A.  $\bar{x} = \bar{x}_1, s^2 = s_1^2$                       B.  $\bar{x} = \bar{x}_1, s^2 < s_1^2$   
C.  $\bar{x} = \bar{x}_1, s^2 > s_1^2$                       D.  $\bar{x} < \bar{x}_1, s^2 = s_1^2$

6. 甲、乙、丙做同一道题“已知  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面,  $m, n, l$  是三条不同的直线, 且满足  $m \subset \alpha, n \subset \beta, \alpha \cap \beta = l, \dots$ ,”甲说:“ $\alpha \perp \beta$ ”, 乙说:“ $m \perp n$ ”, 丙说:“ $n \parallel l$ ”, 如果三人说的均是正确的, 以下判断正确的是

- A.  $m \parallel l$   
B.  $n \perp \alpha$   
C. 直线  $m, l$  不一定垂直  
D. 直线  $m, n$  为异面直线

7. 在锐角  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $b = a \cos C + 2a \cos A$ , 则  $a =$

- A.  $\frac{1}{4}$                                       B.  $\frac{1}{2}$                                       C. 1                                      D. 2





8. 双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_1$  的直线与双曲线  $C$  的右支在第一象限的交点为  $A$ , 与  $y$  轴的交点为  $B$ , 且  $B$  为  $AF_1$  的中点, 若  $\triangle ABF_2$  的周长为  $6a$ , 则双曲线  $C$  的渐近线方程为

- A.  $y = \pm\sqrt{3}x$                       B.  $y = \pm\sqrt{2}x$   
C.  $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$                       D.  $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$

9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \lg x, & x \geq 1, \\ -\lg(2-x), & x < 1, \end{cases}$  则

- A.  $f(x)$  存在最小值  
B.  $f(x)$  在  $[1, +\infty)$  上是增函数, 在  $(-\infty, 1)$  上是减函数  
C.  $f(x)$  的图象关于点  $(1, 0)$  对称  
D.  $f(x)$  的图象关于直线  $x=1$  对称

10. 已知定义在  $[0, \frac{3\pi}{4}]$  上的函数  $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{3})$  ( $\omega > 0$ ) 有且仅有三个零点,  $f(0) + f(\frac{3\pi}{4}) = 0$ , 则  $\omega$  的值为

- A.  $\frac{11}{3}$  或 3                      B.  $\frac{32}{9}$  或 3  
C.  $\frac{32}{9}$  或 4                      D.  $\frac{11}{3}$  或 4

11. 在四面体  $ABCD$  中,  $AB=AD=BD=2, BC=\sqrt{2}, CD=\sqrt{2}, AC=\sqrt{3}$ , 则该四面体的外接球表面积为

- A.  $3\pi$                       B.  $6\pi$                       C.  $12\pi$                       D.  $12\pi$

12. 若关于  $x$  的方程  $\frac{\ln x}{x} + \frac{x}{\ln x + x} + m = 0$  有三个不相等的实数解  $x_1, x_2, x_3$ , 且  $x_1 < x_2 < x_3$ ,

则  $(1 - \frac{\ln x_1}{x_1}) \sqrt{(1 - \frac{\ln x_2}{x_2})(1 - \frac{\ln x_3}{x_3})}$  的取值范围为

- A.  $(1 - \frac{2}{e^2 + e}, 1 + \frac{2}{e^2 + e})$                       B.  $(1 - \frac{2}{e^2 + e}, 1)$   
C.  $(\frac{2}{e^2 + e}, 1)$                       D.  $(0, \frac{2}{e^2 + e})$

## 第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 若“ $\exists x \in \mathbb{R}, e^x \leq m$ ”为假命题, 则实数  $m$  的取值范围是            ▲

14. 在菱形  $ABCD$  中,  $|AC|=2$ , 点  $M$  为线段  $BD$  上一点, 则  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AM} =$             ▲.

15. 某足球比赛共有 8 支球队参赛, 其中有 2 支种子队, 以抽签的方式将这 8 支球队平均分为两组, 2 支种子队不在同一组的概率为            ▲.

16. 已知点  $M(-2, 2)$  和抛物线  $C: y^2 = 8x$ , 过  $C$  的焦点且斜率为  $k$  的直线与  $C$  交于  $A, B$  两点. 若  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ , 则  $k =$             ▲.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(一)必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知正项等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $3a_3 = 4a_1 + 4a_2$ ， $S_5 = 126$ 。

(1)求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

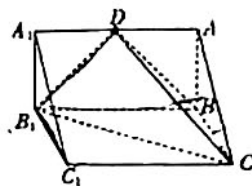
(2)若  $b_n = \frac{2}{\log_2 a_{2n-1} \cdot \log_2 a_{2n+1}}$ ，求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ 。

18. (12 分)

如图，在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中，平面  $BCC_1B_1 \perp$  平面  $A_1ABB_1$ ， $D$  为棱  $AA_1$  的中点， $BB_1 = 2AB = 2$ 。

(1)证明： $B_1D \perp$  平面  $BDC$ 。

(2)若二面角  $A-CC_1-B$  为  $45^\circ$ ，求二面角  $D-B_1C-B$  的余弦值。



19. (12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左焦点和右顶点分别  $F, A$ ， $P$  是椭圆  $C$  上一点， $PF \perp x$  轴，直线  $PA$  的斜率为  $-\frac{1}{2}$ 。

(1)求椭圆  $C$  的离心率；

(2)若直线  $PA$  与  $y$  轴交于点  $E(0, 1)$ ，过  $E$  的直线  $l$  与椭圆  $C$  交于  $M, N$  两点， $\overrightarrow{EM} + 3\overrightarrow{EN} = \mathbf{0}$ ，求直线  $l$  的方程。

20. (12分)

有一种双人游戏,游戏规则如下:每人各分得一个装有4个球(2个白球和2个黑球)的布袋,并轮流到对方袋中摸出1球;若摸出的是白球,则放回对方的袋中,若摸出的是黑球,则放入自己袋中,两人各摸取一次算为一轮.

(1)求第一轮比赛后先摸球的人的袋中黑球个数  $X$  的分布列与期望;

(2)小李和小张准备玩这种游戏,约定最多玩3轮,每轮游戏由小李先摸球,并且规定每轮结束后,一方袋中若有4个黑球,则获胜并结束游戏,否则进行下一轮摸球游戏,求小李获胜的概率.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = \ln(x+a)$ .

(1)当  $a=1$  时,求曲线  $y=f(x)$  在  $x=0$  处的切线方程.

(2)证明:当  $0 < a \leq 1$  时,对一切  $x \in [0, +\infty)$ , 都有  $3xf(x) < 2e^x$  成立.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系  $xOy$  中,曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x=1+\sqrt{2}\cos\theta, \\ y=\sqrt{2}\sin\theta, \end{cases}$  ( $\theta$  为参数). 以坐标原点为极

点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系,直线  $l$  的极坐标方程为  $\theta=\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq \pi$ ).

(1)求曲线  $C$  的极坐标方程;

(2)已知直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点,若  $|OA| + |OB| = \sqrt{6}$ , 求直线  $l$  的直角坐标方程.

23. [选修4-5:不等式选讲](10分)

已知函数  $f(x) = 2|x-1| - x$ .

(1)求不等式  $f(x) < 2x-4$  的解集.

(2)已知函数  $f(x)$  的最小值为  $m$ , 且  $a, b, c$  都是正数,  $a+2b+c=-m$ , 证明:  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} \geq 4$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》