考试时间:2023 年 4 月 20 日 下午

2023 年河南省五市高三第二次联考

数学(理科)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分. 考试时间为 120 分钟,其中第Ⅱ卷 22 题,23 题为选考题,其它题为必考题. 考试结束后,将答题卡交回.

注意事项:

1. 答题前,考生必须将自己的姓名、准考证号码填写清楚,将条形码准确粘贴在条形码区域内.

2. 选择题必须用 2B 铅笔填涂;非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写,字体工整、笔迹清楚.

3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试题卷上答题无效.

4. 保持卡面清洁,不要折叠、不要弄破、不准使用涂改液、刮纸刀.

第Ⅰ卷 选择题(共 60 分)

一、选择题:本题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{y|y=x^2\}$,$B=\{x|y=\ln(2-x)\}$,则 $A\cap B=$

A. $[0,2)$　　B. $(0,2)$　　C. R　　D. $(0,+\infty)$

2. 已知 a 为实数,若复数 $z=a^2-3a-4+(a+1)i$ 为纯虚数,则复数 $a-ai$ 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,2\sqrt{3})$,若 $(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$,则 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影是

A. $\frac{3}{4}$　　B. $-\frac{3}{4}$　　C. $-\frac{4}{3}$　　D. $\frac{4}{3}$

4. 设椭圆 $\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}=1(m>0,n>0)$ 的离心率为 e,则"$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$"是"$m=4n$"的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 已知 $\alpha-\beta=\frac{\pi}{6}$,$\tan\alpha-\tan\beta=3$,则 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值为

A. $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 设 A,B 是两个随机事件,且 A 发生 B 必定发生,$0<P(A)<1$,$0<P(B)<1$,给出下列各式,其中正确的是

A. $P(A+B)=P(A)$　　B. $P(A|B)=\frac{P(B)}{P(A)}$

C. $P(A+B)=P(B)$　　D. $P(AB)=P(B)$

7. 安排 4 名男生和 3 名女生参与完成 3 项工作，要求必须每人参与一项，每项工作至少由 1 名男生和 1 名女生完成，则不同的安排方式种数为

A. 432　　B. 144　　C. 216　　D. 1296

8. 已知底面边长为 1 的正三棱柱既有外接球也有内切球，则与该三棱柱共底面的外接圆锥的轴截面面积的最小值是

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}+2}{3}$　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

9. 已知$\triangle ABC$中，内角 A,B,C 满足 $A+\sin C>\frac{\pi}{2}+\cos B$，则

A. $\cos 2C+\cos 2B<\cos 2A$　　B. $\frac{\sin C}{\cos B}+\frac{\sin B}{\cos C}\geqslant 2$

C. $b>a\cos C$　　D. $\sin^2 C+\sin^2 B<\sin^2 A$

10. 在当前市场经济条件下，私营个体商店中的商品，所标价格 a 与其实际价值之间，有时存在着相当大的差距. 对顾客而言，总是希望通过"讨价还价"来减少商品所标价格 a 与其实际价值的差距. 设顾客第 n 次的还价为 b_n，商家第 n 次的讨价为 c_n. 有一种"对半讨价还价"法如下：顾客第一次的还价为标价 a 的一半，即第一次还价 $b_1=\frac{a}{2}$，商家第一次的讨价为 b_1 与标价 a 的平均值，即 $c_1=\frac{a+b_1}{2}$；…；顾客第 n 次的还价为上一次商家的讨价 c_{n-1} 与顾客的还价 b_{n-1} 的平均值，即 $b_n=\frac{c_{n-1}+b_{n-1}}{2}$，商家第 n 次的讨价为上一次商家的讨价 c_{n-1} 与顾客这一次的还价 b_n 的平均值，即 $c_n=\frac{c_{n-1}+b_n}{2}$. 现有一件衣服标价 1200 元，若经过 n 次的"对半讨价还价"，b_n 与 c_n 相差不到 1 元，则 n 最小值为

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

11. 已知函数 $f(x)$是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数，且满足 $f(x+3)=f(x)$，当 $x\in\left[0,\frac{3}{2}\right]$时，$f(x)=x^2$，则关于 x 的方程 $f(x)=\left|\frac{9}{4}\cos(\frac{2\pi}{3}x)\right|$在$\left[-\frac{3}{4},\frac{15}{4}\right]$上所有实数解之和为

A. 9　　B. $\frac{21}{2}$　　C. $\frac{23}{2}$　　D. 7

12. 已知函数 $f(x)=a\sin\omega x+b\cos\omega x$，其中 $\omega>0$，若函数满足以下条件：

①函数 $f(x)$在区间$\left[\frac{3}{7}\pi,\frac{4}{7}\pi\right]$上是单调函数；②$f(x)\leqslant\left|f(\frac{\pi}{4})\right|$对任意 $x\in R$ 恒成立；

③经过点$(b,\sqrt{2}a)$的任意直线与函数 $y=f(x)$恒有交点，则 ω 的取值范围是

A. $(0,1]\cup[3,5]\cup\{7\}$　　B. $(0,1]\cup\left[\frac{7}{3},\frac{15}{4}\right]\cup\{7\}$

C. $(0,1]\cup\left[\frac{7}{3},\frac{15}{4}\right]$　　D. $(0,1)\cup\left[\frac{7}{3},\frac{15}{4}\right]$

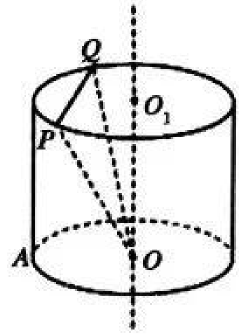
第Ⅱ卷　非选择题(共90分)

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填在答题卡的相应位置．

13. 已知$(a+x)(1+x)^5$的展开式中x^4的系数是20，则实数$a=$__________．

14. 已知$\lg a+b=-2, a^b=10$，则$a=$__________．

15. 如图，已知圆柱OO_1，A在圆O上，$AO=1$，$OO_1=\sqrt{2}$，P，Q在圆O_1上，且满足$PQ=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，则直线AO_1与平面OPQ所成角余弦的最小值是__________．



16. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右顶点分别为$A$、$B$，左焦点为$F$，$P$为$C$上一点，且$PF\perp x$轴，过点$A$的直线$l$与线段$PF$交于点$M$(异于$P$，$F$)，与$y$轴交于点$N$，直线$MB$与$y$轴交于点$H$，若$\overrightarrow{ON}=-3\overrightarrow{OH}$($O$为坐标原点)，则$C$的离心率为__________．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

(一)必考题：共60分．

17. (本小题满分12分)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{2}{3}$，且$2a_{n+1}-a_{n+1}a_n=1$，$n\in\mathbf{N}^*$．

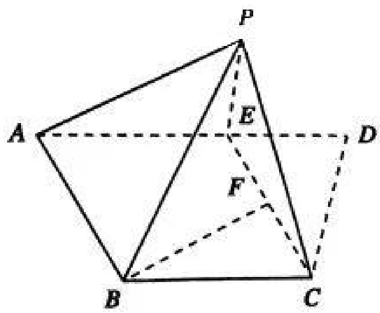
(1)证明：数列$\left\{\frac{1}{1-a_n}\right\}$是等差数列，并求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)记$T_n=a_1a_2a_3\cdots a_n$，$n\in\mathbf{N}^*$，$S_n=T_1^2+T_2^2+\cdots+T_n^2$．证明：$S_n>4(\frac{1}{3}-\frac{1}{n+3})$．

18. (本小题满分12分) 如图，平面四边形$ABCD$中，$BC// AD$，$\angle ADC=90^\circ$，$\angle ABC=120^\circ$，E是AD上的一点，$AB=BC=2DE$，F是EC的中点，以EC为折痕把$\triangle DEC$折起，使点D到达点P的位置，且$PC\perp BF$．

(1)证明：平面$PEC\perp$平面$ABCE$；

(2)求直线PC与平面PAB所成角的正弦值．



19. (本小题满分12分)某电台举办有奖知识竞答比赛，选手答题规则相同．对于每道题，若甲自己有把握答对，则选择独立答题．甲每道题自己有把握独立答对的概率为$\frac{1}{2}$；若甲自己没有把握答对，则在规定时间内连线亲友团寻求帮助，其亲友团每道题能答对的概率为p，假设每道题答对与否互不影响．

(1)当$p=\frac{1}{3}$时，若甲答了4道题，计甲答对题目的个数为随机变量X，求随机变量X的分布列和数学期望EX；

(2)乙答对每道题的概率为$\frac{3}{4}$(含亲友团),现甲乙两人各答两个问题,若甲答对题目的个数比乙答对题目的个数多的概率不低于$\frac{3}{16}$,求甲的亲友团每道题答对的概率p的最小值.

20.(本小题满分12分)已知抛物线$C:x^2=2py(p>0)$的焦点为F,直线$x=4$与x轴的交点为M,与C的交点为N,且$|NF|=\frac{5}{4}|MN|$.

(1)求C的方程;

(2)设过定点$(0,6)$的直线l与抛物线C交于P,Q两点,连接QF并延长交抛物线的准线于点R,当直线PR恰与抛物线相切时,求直线l的方程.

21.(本小题满分12分)已知函数$f(x)=\cos x-ax^2$,其中$a\in R$,$x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.

(1)当$a=-\frac{1}{2}$时,求函数$f(x)$的值域;

(2)若函数$f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上恰有两个极小值点$x_1$,$x_2$,求$a$的取值范围;并判断是否存在实数$a$,使得$f(x_2-x_1)=1+\frac{1}{9}(x_2-x_1)^2$成立?若存在,求出$a$的值;若不存在,请说明理由.

(二)选考题:共10分,请考生从第22,23两题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22.(本小题满分10分)**选修4—4:坐标系与参数方程**

在直角坐标系xOy中,曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=1+\cos\alpha\\y=1+\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$为参数).以坐标原点为极点,$x$轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,直线$l$的极坐标方程为$\rho\sin\theta-\sqrt{3}\rho\cos\theta+1=0$.

(1)求曲线C的普通方程和直线l的直角坐标方程;

(2)若点$P(0,-1)$,直线l与曲线C的交点为M,N,求$|PM|+|PN|$的值.

23.(本小题满分10分)**选修4—5:不等式选讲**

设a,b,c为正数,且$a+b+c=3$.

(1)证明:$a^2+b^2+c^2\geqslant 3$;

(2)若$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geqslant m$恒成立,求$m$的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。