

考号 _____ 班级 _____ 姓名 _____
 线 题
 订 答
 要 不
 装 内
 封 线
 封 弥
 弥

绝密★启用前

2022 届四省名校高三第一次大联考 文数

命题人:杨本铭

本试卷共 4 页,23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、考号等填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答:用签字笔直接写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域无效。
5. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{x}}\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $\{-1, 1\}$
 - B. $\{1, 2\}$
 - C. $\{0, 2\}$
 - D. $\{0, 1, 2\}$
2. 已知复数 $z = \frac{2}{1+i}$, 则 z 的虚部为
 - A. -1
 - B. $-i$
 - C. 1
 - D. $-2i$
3. 下列命题中是假命题的是
 - A. $\forall x \in \mathbf{R}, 2^x \geq 0$
 - B. $\forall x \in \mathbf{R}, x^3 + 1 > x$
 - C. $\exists x \in \mathbf{R}, \tan(x+1) = 2$
 - D. $\exists x \in \mathbf{R}, \sin x + \cos x = \frac{3}{2}$
4. 若向量 $a = (1, -3)$, $b = (-2, 6)$, 则
 - A. $a \perp b$
 - B. a 与 b 同向
 - C. a 与 b 反向
 - D. $|a| = 2|b|$
5. 某中学在一次对教师进行分学科“教育教学评价”调查中,高一年级 9 名数学教师好评率为 90%,高二年级 10 名数学教师好评率为 93%,高三年级 12 名数学教师好评率为 95%. 依此估计该中学高中部数学教师的好评率约为
 - A. 91%
 - B. 92%
 - C. 93%
 - D. 94%
6. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和是 S_n , 若 $a_2 < -a_{11} < a_1$, 则
 - A. $S_{11} > 0$ 且 $S_{12} < 0$
 - B. $S_{11} < 0$ 且 $S_{12} < 0$
 - C. $S_{11} > 0$ 且 $S_{12} > 0$
 - D. $S_{11} < 0$ 且 $S_{12} > 0$
7. 哥德巴赫猜想作为数论领域存在时间最久的未解难题之一,自 1742 年提出至今,已经困扰数学界长达三个世纪之久. 哥德巴赫猜想是“任一大于 2 的偶数都可写成两个质数的和”,如 $14 = 3 + 11$. 根据哥德巴赫猜想,拆分 22 的所有质数记为集合 A ,从 A 中随机选取两个不同的数,其差大于 8 的概率为
 - A. $\frac{1}{5}$
 - B. $\frac{2}{5}$
 - C. $\frac{3}{5}$
 - D. $\frac{4}{5}$

三、解答题:解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

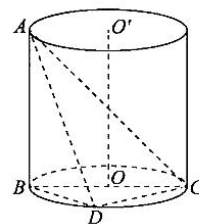
在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, b^2 = \frac{1}{3}ac, \sin A = 2\sin B$.

- (1)求 $\cos A$ 的值;
- (2)若 $c=3$,求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

18. (本小题满分 12 分)

如图, AB 是圆柱体 OO' 的一条母线, BC 为底面圆 O 的直径, D 是圆 O 上不与 B, C 重合的任意一点.

- (1)求证:平面 $ABD \perp$ 平面 ACD ;
- (2)已知 $AB=BC=10, CD=6$,将四面体 $ABCD$ 绕母线 AB 旋转一周,求 $\triangle ACD$ 三边旋转过程中所围成的几何体的体积.

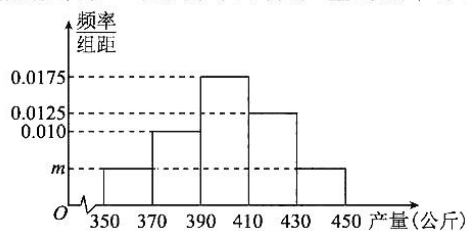


19. (本小题满分 12 分)

2021 年 2 月 25 日,中国向世界庄严宣告,中国脱贫攻坚战取得了全面胜利,现行标准下 9 899 万农村贫困人口全部脱贫,832 个贫困县全部摘帽,12.8 万个贫困村全部出列,区域性整体贫困得到解决,完成了消除绝对贫困的艰巨任务,困扰中华民族几千年的绝对贫困问题得到了历史性的解决!为了巩固脱贫成果,某农科所实地考察,研究发现某脱贫村适合种植 A、B 两种经济作物,可以通过种植这两种经济作物巩固脱贫成果.通过大量考察研究得到如下统计数据:经济作物 A 的亩产量约为 300 公斤,其收购价格处于上涨趋势,最近五年的价格如下表:

年份编号 x	1	2	3	4	5
年份	2017	2018	2019	2020	2021
单价 y (元/公斤)	18	20	23	25	29

经济作物 B 的收购价格始终为 25 元/公斤,其亩产量的频率分布直方图如下:



(1)若经济作物 A 的单价 y (单位:元/公斤)与年份编号 x 具有线性相关关系,请求出 y 关于 x 的回归直线方程,并估计 2022 年经济作物 A 的单价;

(2)用上述频率分布直方图估计经济作物 B 的平均亩产量(每组数据以区间的中点值为代表),若不考虑其他因素,试判断 2022 年该村应种植经济作物 A 还是经济作物 B? 并说明理由.

$$\text{附: } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

20. (本小题满分 12 分)

设椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $M(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 E 的标准方程;

(2) 设椭圆 E 的左、右顶点分别为 A, B , 过定点 $N(-1, 0)$ 的直线与椭圆 E 交于 C, D 两点 (与 A, B 不重合), 证明: 直线 AC, BD 的交点的横坐标为定值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2 - x - 1, a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a=0$ 时, 求曲线 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $(0, 3)$ 上有唯一的极值点 x_0 , 求 a 的取值范围, 并证明: $f(x_0) < 2\ln 2$.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos \alpha \\ y = 2\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以 O 为极点, x 轴

的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos(\theta - \frac{\pi}{4}) = 1$.

(1) 求圆 C 的普通方程及直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与圆 C 的交点为 A, B , 与 x 轴的交点为 P , 求 $|\frac{1}{|PA|} - \frac{1}{|PB|}|$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |2x-1| - |x+1| + 2a (a \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $a=0$ 时, 求不等式 $f(x) > 2$ 的解集;

(2) 若关于 x 的不等式 $f(x) + 3|x+1| \leq a^2$ 有实数解, 求 a 的取值范围.

弥 弥
封 封
线 线
内 内
装 装
不 不
要 要
订 订
答 答
题 题