绝密★考试结束前

2022 学年第二学期温州十校联合体期中联考

高二年级数学试题参考答案

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	A	C	B	D	B	D

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

题号	9	10	11	12
答案	ABC	CD	BCD	AB

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在题中的横线上。

13. -8；　　14. -0.6；　　15. $[\frac{11}{6},\frac{7}{3})$　　16. $\frac{3}{2}$

二、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（1）$f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\cos^2 x$--------------1 分

$$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}=\sin(2x+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$$ --------4 分

（注：正余弦二倍角公式，辅助角公式，一个运算正确得 1 分）

令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}$　---------5 分

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{6}],(k\in Z)$ -------------6 分

（2）因为 $-\frac{\pi}{8}\le x\le\frac{\pi}{2}$　　得：$-\frac{\pi}{12}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{7\pi}{6}$　-------------7 分

所以 $-\frac{1}{2}\le\sin(2x+\frac{\pi}{6})\le 1$ -------------9 分

（注：上述不等式两侧，计算正确一侧，得 1 分）

所以函数 $f(x)$ 的值域为 $[0,\frac{3}{2}]$ -------------10 分

18.（1）由题意可得如下列联表：

方案/人数	恢复期长	恢复期短	合计
甲	10	45	55
乙	20	30	50
合计	30	75	105

零假设：“恢复期长短”与“治疗方案”无关

$$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{105(10\times30-45\times20)^2}{55\times50\times30\times75}=\frac{336}{55}\approx6.11>3.841$$ ----3 分

（注：数据正确代入 χ^2 公式，得 2 分）

有 95%的把握认为“恢复期长短”与“治疗方案”有关. ------------4 分

（2）由分层抽样得，抽取恢复期长的为 4 人，恢复期短的为 6 人-----------5 分

根据题意 X 可取 0，1，2，3

$P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$　　$P(X=1)=\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{60}{120}=\frac{1}{2}$

$P(X=2)=\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$　　$P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}$ ------------7 分

（注：四个概率计算，全部正确得 2 分；只要有一个计算正确，得 1 分）

可得 X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

$E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{30}=1.2$ --------------9 分

（注：分布列正确得 1 分，期望正确得 1 分）

（3）因为 $Y\sim N(5,1)$，所以 $\mu=5,\sigma=1$

又因为 $P(5-2<X<5+2)=0.9544$ -————11 分

所以 7 天后有大于 95%的把握恢复健康. -------------12 分

（注：直接得出正确结论，得 1 分）

19.（1）选择条件①：

由题意及正弦定理知$(b+c)^2=a^2+3bc$，$\therefore a^2=b^2+c^2-bc$，-------------- 2 分

$\therefore \cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}$-------------------3 分

$\because 0<A<\pi$，$\therefore A=\dfrac{\pi}{3}$-------------------4 分

选择条件②：因为$\cos^2\left(\dfrac{\pi}{2}+A\right)+\cos A=\dfrac{5}{4}$，所以$\sin^2 A+\cos A=\dfrac{5}{4}$，　---------1 分

即$1-\cos^2 A+\cos A=\dfrac{5}{4}$，-------------------2 分

解得$\cos A=\dfrac{1}{2}$，又$0<A<\pi$，---------------3 分

所以$A=\dfrac{\pi}{3}$-------------------4 分

（2）由$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$可得$b=\dfrac{\sin B}{\sin C}=\dfrac{\sin(\dfrac{\pi}{3}+C)}{\sin C}$---------------6 分

（注：正弦定理正确得 1 分，正确处理 B 角得 1 分）

$$b=\frac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos C+\dfrac{1}{2}\sin C}{\sin C}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\tan C}$$ -------------8 分

（注：两角和得正弦公式展开正确得 1 分）

因为$\triangle ABC$是锐角三角形，由（1）知$A=\dfrac{\pi}{3}$，$A+B+C=\pi$得到$B+C=\dfrac{2}{3}\pi$，

故$\begin{cases}0<C<\dfrac{\pi}{2}\\0<\dfrac{2\pi}{3}-C<\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$，解得$\dfrac{\pi}{6}<C<\dfrac{\pi}{2}$　　所以$\dfrac{1}{2}<b<2$------------10 分

（注：角 C 得不等式组书写正确，得 1 分）

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{4}b$，$S_{\Delta ABC}\in(\dfrac{\sqrt{3}}{8},\dfrac{\sqrt{3}}{2})$------------12 分

（注：面积公式书写正确得 1 分）

20.（1）取线段BC的中点M，连接AM.

$\because AC=AB$，$\therefore AM\perp BC$，----------1 分

$\because$平面$ABC\perp$平面A_1BC，平面$ABC\cap$平面$A_1BC=BC$

$\therefore AM\perp$ 平面 A_1BC，　$\therefore AM\perp A_1B$ ----------3 分

又 $\because A_1B\perp AB$，　$AB\cap A_1B=A$　　$\therefore A_1B\perp$ 平面 ABC --------4 分

$\therefore A_1B\perp AC$ ----------5 分

（2）方法一：等体积法

$$V_{C_1-A_1AB}=V_{C-A_1AB}=V_{A_1-ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}\cdot A_1B=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times A_1B=\sqrt{3}，$$

则 $A_1B=3$　----------7 分

设点 B 到平面 AA_1C_1C 的距离为 h.

$V_{B-A_1AC}=V_{A_1-ABC}$，即 $\frac{1}{3}S_{\Delta AA_1C}\times h=\sqrt{3}$，即 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\times h=\sqrt{3}$，

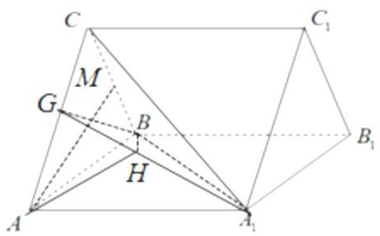
则 $h=\frac{3}{2}$　----------10 分

所以 $\sin\theta=\frac{h}{AB}=\frac{3}{4}$　　$\therefore$ 直线 AB 与平面 AA_1C_1C 所成角的正弦为 $\frac{3}{4}$.-------12 分

方法二：定义法

作 $BG\perp AC$，连接 A_1G.,

过 B 作 $BH\perp A_1G$ 于 H, 连接 AH.------7 分



$\because AC\perp A_1B$，$BG\cap A_1B=B$

$\therefore AC\perp$ 平面 BGA_1，

又 $\because AC\subset$ 平面 AA_1C

$\therefore$ 平面 $AA_1C_1C\perp$ 平面 A_1BG，平面 $AA_1C_1C\cap$ 平面 $A_1BG=AG$，$BH\subset$ 平面 A_1BG

$\therefore BH\perp$ 平面 AA_1C_1C

$\therefore\angle BAH$ 是直线 AB 与平面 AA_1C_1C 所成角----------10 分

在直角 ΔA_1BG 中，$A_1B=3$，　$BG=\sqrt{3}$，$\therefore BH=\frac{3}{2}$，

在 $Rt\Delta A_1BG$ 则 $\sin\angle BHA=\frac{BH}{BA}=\frac{3}{4}$

$\therefore$ 直线 AB 与平面 AA_1C_1C 所成角的正弦为 $\frac{3}{4}$.-------12 分

方法 3：向量法

①建立正确的空间直角坐标系，得 1 分　　②$\overrightarrow{AB}$ 向量的坐标正确，得 2 分

③平面 AA_1C_1C 法向量坐标正确，得 2 分　　④结果正确，得 2 分

21.（1）设该产品的质量指标值的第 70 百分位数为 m，

由频率直方图可知 $m=\frac{0.06}{0.36}\times10+45\approx46.7$　.--------------------- 4 分

（2）①先分析该产品质量指标值的平均数：

由频率分布直方图可知，产品质量指标值的平均数为

$\overline{m}=10\times0.02+20\times0.08+30\times0.22+40\times0.32+50\times0.36=39.2>35$

故满足认购条件①.---------------------8 分

②再分析该产品的单价平均利润值：

由频率分布直方图可知，新型机器生产的产品为一、二、三等品的概率估计值分别为：$0.36,0.54,0.1$，故 2000 件产品中，一、二、三等品的件数估计值为：$720,1080,200$ 件，则 2000 件产品的总利润为：

$w_1=720\times(10\times\frac{7}{8}+0\times\frac{1}{8})=6300$ 元-----------9 分

$w_2=1080\times(5\times\frac{3}{5}-2.5\times\frac{2}{5})=2160$ 元--------------10 分

$w_3=200\times(0\times\frac{2}{5}-5\times\frac{3}{5})=-600$　元-----------------11 分

$w=6300+2160-600=7860$ 元

故 2000 件产品的单件平均利润的估计值为 $7860\div2000=3.93<4$

故不满足认购条件②.

综上，该新型机器没有达到该企业的认购条件.---------------------12 分

（注：若按抽取的 200 件产品来计算平均利润，和上述评分标准一致）

22.（1）函数 $f(x)$ 在区间 $[-3,a]$ 单调递减，所以 $\begin{cases} f(-3)=a \\ f(a)=-3 \end{cases}$，

即 $\begin{cases} 9+6a+b=a \\ a^2-2a^2+b=-3 \end{cases}$----------------2 分

解得 $a=-2(a>-3), b=1$---------------------3 分

（2）（i）由题意可得，$h(x)=\begin{cases} g(x), f(x)\ge g(x) \\ f(x), f(x)<g(x) \end{cases}$，

若 $h(x)=g(x)$ 在 R 恒成立，则 $f(x)\ge g(x)$ 在 R 恒成立，

即 $x^2-(2a+1)x+a+b\ge 0$， ----------------- 5 分

$\Delta=4a^2+1-4b\le 0$， 所以 $b-a^2\ge\frac{1}{4}$，即证--------------6 分

（ii）方法 1：由题意可得，
当函数 $y=f(x)$ 与函数 $y=g(x)$ 的图像无交点或只有一个交点时，

方程 $y=h(x)=g(x)=a$ 只有一个实根，不符题意；

当函数 $y=f(x)$ 与函数 $y=g(x)$ 图像的两个不同交点位于对称轴 $x=a$ 的同一侧时，方程 $y=h(x)=a$ 只有一个实根，不符题意；--------------------- 7 分

以下求解，函数 $y=f(x)$ 与函数 $y=g(x)$ 图像的两个交点位于对称轴 $x=a$ 的两侧时，实数 a 的取值范围：

设函数 $y=f(x)$ 图像与函数 $y=g(x)$ 的图像交于 A,B 两点，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

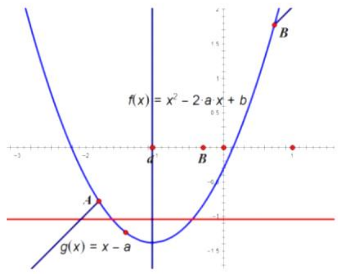
$\begin{cases} y=x^2-2ax+b \\ y=x-a \end{cases}$ 化简得 $x^2-(2a+1)x+a+b=0$，

$\begin{cases} \Delta=(2a+1)^2-4(a+b)>0 \\ (x_1-a)(x_2-a)=x_1x_2-a(x_1+x_2)+a^2<0 \end{cases}$，$\begin{cases} x_1+x_2=2a+1 \\ x_1\cdot x_2=a+b \end{cases}$

即 $\begin{cases} (2a+1)^2-4(a+b)>0 \\ a+b-a(2a+1)+a^2<0 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} a^2>b \\ a^2+\frac{1}{4}>b \end{cases}$，

所以 $\begin{cases} a^2>1 \\ a^2+\frac{1}{4}>1 \end{cases}$，$a>1$ 或 $a<-1$.---------------------9 分

6



$x_1=\dfrac{2a+1-\sqrt{4a^2+1-4b}}{2}, x_2=\dfrac{2a+1+\sqrt{4a^2+1-4b}}{2}$，

$y_A=x_A-a=\dfrac{2a+1-\sqrt{4a^2+1-4b}}{2}-a=\dfrac{1-\sqrt{4a^2+1-4b}}{2}$，

$f(x)=x^2-2ax+b=(x-a)^2+b-a^2$，

所以，$b-a^2<a<\dfrac{1-\sqrt{4a^2+1-4b}}{2}$， ----------------11 分

即$\begin{cases} b<a^2+a \\ \sqrt{4a^2+1-4b}<1-2a \end{cases}$，$\begin{cases} 0<a^2+a-1 \\ \sqrt{4a^2+1-4b}<1-2a \end{cases}$ 得$\begin{cases} a>1\text{或}a<-\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ \sqrt{4a^2+1-4b}<1-2a \end{cases}$，

当$a>1$时，$\sqrt{4a^2+1-4b}<1-2a$无解，

当 $\underline{\quad\sqrt{\ }\quad}$ 时，$\sqrt{4a^2+1-4b}<1-2a$，$4a^2+1-4b<(1-2a)^2, b>a$显然成立，所以 $\underline{\quad\sqrt{\ }\quad}$

综上所述， $\underline{\quad\sqrt{\ }\quad}$.---------------------12 分

评分标准说明（其他方法有同等步骤的相应给分）：

第（1）题有$\begin{cases} f(-3)=a \\ f(a)=-3 \end{cases}$就给 2 分，算对答案，给 1 分，共 3 分；

第（2）题（i），联立，得$\Delta\le 0$给 2 分，化简得出结论，给 1 分，共 3 分；

第（2）题（ii），分析得出两函数的交点交于对称轴的同一侧或无交点时是单调函数给 1 分，两交点处于对称轴的异侧且得出$a>1$或$a<-1$给 2 分，求出不等式 $b-a^2<a<\dfrac{1-\sqrt{4a^2+1-4b}}{2}$给 2 分，最后解出答案 $\underline{\quad\sqrt{\ }\quad}$ 给 1 分，共 6 分.

（ii）方法 2：

因为$h(x)=a$有三个零点，及$f(x), g(x)$的函数特征

所以 有一个根， 有两个不同的根，三根互不相同

---------------------8 分

7

令 $g(x)=x-a=a$，则 $x=2a$ ，则要求 $f(2a)=4a^2-4a^2+b>a$ 恒成立，$a<-1$ ①

---------------------9 分

令 $f(x)=x^2-2ax+b=a$ 有两个不同的根，即 $x^2-2ax+b-a=0$ 有两个不同的实数根

则 $\Delta=4a^2-4b+4a>0$ 恒成立，即 $a^2+a>b$，$a^2+a>1$，

所以 $a>\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 或 $a<\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ ② ----------------------10 分

设方程 $x^2-2ax+b-a=0$ 的两根为 x_1,x_2，不妨设 $x_1=\dfrac{2a+\sqrt{\Delta}}{2},x_2=\dfrac{2a-\sqrt{\Delta}}{2}$,

则要求 $\begin{cases}f(x_1)<g(x_1)\\f(x_2)<g(x_2)\end{cases}$ 恒成立，即 $\begin{cases}a<\dfrac{2a+\sqrt{\Delta}}{2}-a\\a<\dfrac{2a-\sqrt{\Delta}}{2}-a\end{cases}$，即 $a<\dfrac{2a-\sqrt{\Delta}}{2}-a$，$a<-1$ ③

----------------------11 分

由①②③可得：$a<-\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ ----------------------12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**浙江官方微信号：**zjgkjzb**。