

江西省赣抚吉十一校联盟体 2023 届高三联合考试(四月)文科数学试题
(本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题纸上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题纸上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题纸一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{x | \sqrt{x} < 2\}$, $N = \{x | -7 < x < 3\}$, 则 $M \cap N =$
- A. $\{x | x < 3\}$ B. $\{x | 0 \leq x < 3\}$
C. $\{x | -7 < x < 3\}$ D. $\{x | -7 < x < 4\}$

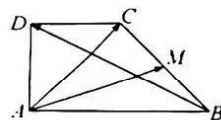
2. 已知复数 $z = 1 + \frac{1}{i}$, 则 $\bar{z}^2 - 1 =$
- A. $1 + 2i$ B. $1 - 2i$ C. $-1 - 2i$ D. $-1 + 2i$

3. 目前,甲型流感病毒在国内传播,据某市卫健委通报,该市流行的甲型流感病毒,以甲型 H1N1 亚型病毒为主,假如该市某小区共有 100 名感染者,其中有 10 名年轻人,60 名老年人,30 名儿童,现用分层抽样的方法从中随机抽取 20 人进行检测,则做检测的老年人人数为
- A. 6 B. 10 C. 12 D. 16

4. 已知点 $A(\sin 23^\circ, -\cos 23^\circ)$ 是角 α 终边上一点,若 $0^\circ < \alpha < 360^\circ$, 则 $\alpha =$
- A. 113° B. 157° C. 293° D. 337°

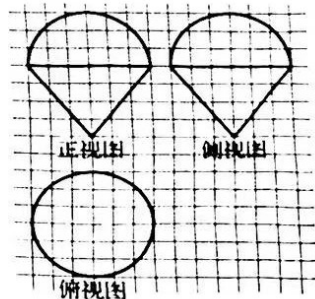
5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_6 = 9S_3 = 63$, 则 $a_1 a_2 a_3 =$
- A. 2 B. 4 C. 7 D. 8

6. 如图,在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, M 为 BC 的中点, $AB = 2CD$, $\angle BAD = 90^\circ$, 若 $\vec{AM} = \lambda \vec{AC} + \mu \vec{BD}$, 则 $\lambda + \mu =$



- A. $-\frac{1}{3}$ B. 0
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

7. 如图,网格纸上小正方形的边长为 1,其中粗线画出的是某几何体的三视图,则该几何体的表面积为

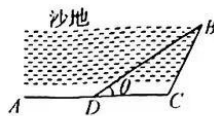


- A. 24π
B. 31π
C. 33π
D. 36π

8. 已知函数 $f(x) = \left| a^{x-1} - \frac{1}{a} \right| - 2$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 有两个零点, 则 a 的取值范围是

- A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$

9. 相传我国古代有这样一个故事: 一个身处他乡的小伙子得知父亲病重的消息, 便连夜赶回家, 他父亲弥留之际不停念叨“胡不归? 胡不归?”, 这就是流传千百年的“胡不归问题”. 如图, 假设小伙子处于 A 地, 家在 B



地, AC, BC 是驿道, 其他地方均为沙地, $\angle ACB = 120^\circ$, $AC = 4$, $BC = 2$, 小伙子在驿道, 沙地上行走的速度分别为 v_1, v_2 ($v_1 > v_2$), 若小伙子为了更快回到家中, 从 A 沿 AC 走到 D (D 在 AC 上), 再从 D 走沙地直线回家, 设 $\angle BDC = \theta$ ($0^\circ < \theta < 60^\circ$), 则此方案所用时间为

- A. $\frac{5}{v_1} + \frac{\sqrt{3}}{v_2 \sin \theta} - \frac{\sqrt{3}}{v_1 \tan \theta}$ B. $\frac{5}{v_1} + \frac{\sqrt{3}}{v_2 \cos \theta} - \frac{\sqrt{3}}{v_1 \sin \theta}$
C. $\frac{5}{v_1} + \frac{\sqrt{3}}{v_2 \tan \theta}$ D. $\frac{5}{v_1} + \frac{\sqrt{3}}{v_2 \sin \theta} - \frac{\sqrt{3}}{v_1 \cos \theta}$

10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2$, M, N 分别为 AD, BC 的中点, 该正方体的外接球为球 O, 则平面 A_1MN 截球 O 得到的截面圆的面积为

- A. $\frac{6\pi}{5}$ B. $\frac{7\pi}{5}$ C. $\frac{12\pi}{5}$ D. $\frac{14\pi}{5}$

11. 已知直线 $x = \frac{5\pi}{6}$, $x = \frac{4\pi}{3}$ 是函数 $f(x) = 4\sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 图像相邻的两条对称轴, 将 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后, 得到函数 $g(x)$ 的图像. 若 $g(x)$ 在 $(-m, m)$ 上恰有三个不同的零点, 则实数 m 的取值范围为

- A. $(\frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}]$ B. $(\frac{7\pi}{12}, \frac{13\pi}{12}]$ C. $(\frac{5\pi}{12}, \frac{13\pi}{12}]$ D. $(\frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}]$

12. 已知函数 $f(x)$ 是偶函数, 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 均有 $f(x) + f(8-x) = 6$, $f(8) = 4$, $f(-2) + f(2) = 5$, 则下列正确结论的序号为

- ① $f(0) = 2$;
② $f(x-4)$ 是奇函数;
③ 直线 $x = 8$ 是 $f(x)$ 图像的一条对称轴;
④ 记 $a_i = (-1)^i + 1, i \in \mathbf{N}^*$, 则 $\sum_{i=1}^{2019} a_i f(i) = 299$.

- A. ①②④ B. ①③④
C. ①④ D. ②③

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 曲线 $f(x) = \ln x - ax$ 在点 $x = e$ 处的切线与直线 $x + y = 0$ 垂直, 则 $a =$ _____.

14. 随着人们生活水平的提高, “自驾游”成为一种常见的旅游方式, 若甲、乙、丙、丁四个家庭计划游览 A, B 两地, 每个家庭从 A, B 两地中任选一个地区进行旅游, 则恰有 3 个家庭选择 A 地旅游的概率为 _____.

15. 已知圆 M 满足: 圆心 M 在直线 $y = 3x$ 上, x 轴或 y 轴被圆 M 所截得的弦长为 4, 则圆 M 的一个标准方程为 _____.

16. 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 以 C 的实轴为直径的圆记为 E , 过 F_1 作圆 E 的切线 F_1A , 切点为 A , 延长 F_1A 交 C 的右支于点 B , 线段 F_1B 的中点为 D , O 为坐标原点, 若 $\angle F_1BF_2$ 为钝角, $|OD| + |AD| = 2a$, 则 C 的离心率为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

已知在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 且 $T_n = n^2 a_n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = a_n a_{n+1}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 证明: $S_n < \frac{3}{4}$.

18. (12 分)

春节联欢晚会是我国在除夕晚上举办的大型欢庆晚会, 全国家家户户围坐在电视机前欣赏一年中最重要的晚会, 下表为某年观看春晚的人数百分比:

年龄 x (岁)	百分比
$x \leq 20$	10%
$20 < x \leq 30$	27%
$30 < x \leq 40$	17%
$40 < x \leq 50$	13%
$x > 50$	33%

假设统计人数为 200 人, 下表为分析年龄大于 30 的人和年龄不大于 30 的人对春晚是否满意的列联表:

	满意	不满意	合计
年龄不大于 30	50		
年龄大于 30		66	
合计			

(1) 请将列联表补充完整;

(2) 能否有 99% 的把握认为年龄大于 30 的人和年龄不大于 30 的人对春晚评价有差异.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

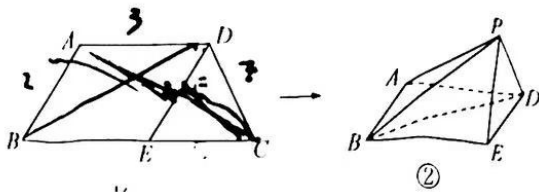
$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19. (12 分)

如图①, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = 3$, $BC = 5$, $\angle BCD = 60^\circ$, $\vec{BE} = \lambda \vec{BC} (0 < \lambda < 1)$, 现将 $\triangle CDE$ 沿 DE 翻折到 $\triangle PDE$ 的位置, 且平面 $PDE \perp$ 平面 $ADEB$, 如图②.

(1) 当 $\lambda = \frac{3}{5}$ 时, 求 AP ; 0

(2) 当三棱锥 $P-ABD$ 的体积为 $\frac{9\sqrt{7}}{14}$ 时, 求 λ 的值.



20. (12 分)

已知抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$, 过点 $P(4, 0)$ 作相互垂直的直线 l_1, l_2 , 且 l_1, l_2 与 E 分别相交于点 A, B 和 C, D , $OA \perp OB$, O 为坐标原点.

(1) 求 E 的方程;

(2) 记 AB, CD 的中点分别为 M, N , 求 $\triangle PMN$ 面积的最小值.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = 2x + 1 - ae^x (a \in \mathbf{R})$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的极值;

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 求实数 a 的取值范围, 并求证:

$$\sqrt{\frac{2x_2 + 1}{2x_1 + 1}} < \frac{e^{x_2} - e^{-x_1}}{x_2 + x_1}.$$

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{2t}{t^2 + 1}, \\ y = 1 - \frac{2}{t^2 + 1} \end{cases} (t \text{ 为参数})$. 以坐标原点 O 为极

点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $2\rho \cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = -1$.

(1) 求 C 的普通方程和 l 的直角坐标方程;

(2) l 与 C 交于 P, Q 两点, M 是 C 上不同于 P, Q 的一点, 若 $\triangle MPQ$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 求点 M 的直角坐标.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = 1 - |x - 2| + |2x - a|$.

(1) 当 $a = -2$ 时, 求不等式 $f(x) < \frac{1}{2}x + 2$ 的解集;

(2) 若 $\exists x \in [-1, 1]$, 使得不等式 $f(x) \leq x^2 + 2x + 3$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

弥 封 线 内 不 准 答 题

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线