2023年呼和浩特市高三年级第二次质量数据监测

文科数学

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、座位号涂写在答题卡上.本试卷满分150分，考试时间120分钟.

2. 回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.写在本试卷上无效.

3. 答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.

4. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷

一、选择题(本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|x(x-3)<0\}$，则 $A\cup(C_RB)=$

A. $\{x|x\leqslant 2$ 或 $x\geqslant 3\}$　B. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 0\}$　C. $\{x|2\leqslant x\leqslant 3\}$　D. $\{x|x\leqslant -2$ 或 $x\geqslant 3\}$

2. 已知复数 z 满足 $(2+i)z=2-4i$，则 z 的虚部为

A. $-2i$　B. $2i$　C. -2　D. 2

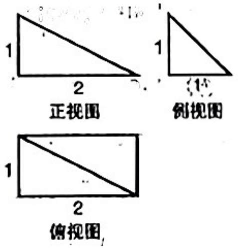
3. 若函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1, & x\leqslant 0\\ \log_3(x+3), & x>0\end{cases}$，则 $f(f(-2))=$

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前3项和为168，$a_2-a_5=42$，则 $a_6=$

A. 3　B. 6　C. 12　D. 14

5.《九章算术·商功》中记载："斜解立方，得两堑堵.斜解堑堵，其一为阳马，一为鳖臑，不易之率也."我们可以翻译为：取一长方体，分成两个一模一样的直三棱柱，称为"堑堵".再沿堑堵的一顶点与相对的棱剖开，得一个四棱锥和一个三棱锥，这个四棱锥称为"阳马"，这个三棱锥称为"鳖臑".某"阳马"的三视图如图所示，则它最长侧棱的值是

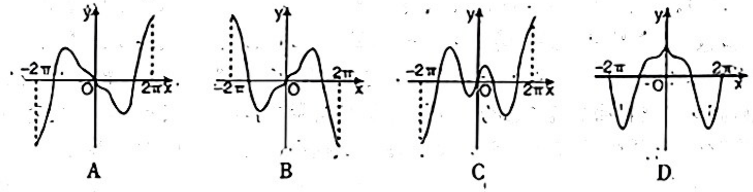


A. 1　B. 2　C. $\sqrt{5}$　D. $\sqrt{6}$

6. 已知向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(1,1)$，若 $\vec{c}=3\vec{a}+k\vec{b}$，且 $\vec{a}\perp\vec{c}$，则实数 $k=$

A. -5　B. 5　C. -3　D. 3

7. 函数 $f(x)=\dfrac{5\sin x}{e^{|x|}}+x\cos x$ 在 $[-2\pi,2\pi]$ 上的图象大致为



8. 若双曲线 $C_1: y^2-3x^2=\lambda(\lambda\neq 0)$ 的右焦点与抛物线 $C_2: y^2=8x$ 的焦点重合，则实数 $\lambda=$

A. ± 3　B. $-\sqrt{3}$　C. 3　D. -3

9. 我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果.哥德巴赫猜想的内容是：每个大于2的偶数都可以表示为两个素数的和，例如：$4=2+2$，$6=3+3$，$8=3+5$，那么在不超过12的素数中随机选取两个不同的数，其和为奇数的概率为

A. $\dfrac{3}{10}$　B. $\dfrac{2}{5}$　C. $\dfrac{1}{2}$　D. $\dfrac{3}{5}$

10. 已知 m、n 是两条不同的直线，α、β 是两个不同的平面，则下列说法正确的是

A. 若 $m\perp\alpha$，$\alpha\perp\beta$，则 $m/\!/\beta$　B. 若 $m/\!/\alpha$，$\alpha/\!/\beta$，则 $m/\!/\beta$

C. 若 $m\subset\alpha$，$n\subset\alpha$，$m/\!/\beta$，$n/\!/\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$　D. 若 $m\perp\alpha$，$m\perp\beta$，$n\perp\alpha$，则 $n\perp\beta$

11. 若函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$，$(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 的最小正周期为 π，且 $f(x)\leqslant f\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$，则下列说法错误的是

A. $f(x)$ 的一个零点为 $-\dfrac{\pi}{8}$　B. $f\left(x+\dfrac{\pi}{8}\right)$ 是偶函数

C. $f(x)$ 的一条对称轴为直线 $x=-\dfrac{3\pi}{8}$　D. $f(x)$ 在区间 $\left(\dfrac{3\pi}{8},\dfrac{7\pi}{8}\right)$ 上单调递增

12. "对任意 $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$k\sin x\cos x<x$"是"$k<1$"的

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分，第13题～21题为必考题，每个试题考生都必须做答；第22题～第23题为选考题，考生根据要求做答.

二、填空题(本题共4小题，每小题5分，共20分.把正确答案填在答题卡的相应位置.)

13. 已知一个椭圆的长轴长是短轴长的2倍，则该椭圆的离心率为________.

14. 有下列命题：

①若"$a+b\neq 5$，则 $a\neq 2$ 或 $b\neq 3$"是真命题；

②命题"$\forall x\in R, x^2+x-2>0$"的否定是"$\forall x\in R, x^2+x-2\leqslant 0$"；

③ $\forall x>0, x+\dfrac{1}{x}\geqslant a$ 为真命题，则 a 的最大值为2.

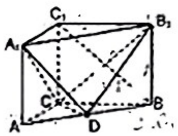
其中[illegible]

15. 一组数的 $p\%(p\in(0,100))$ 分位数指的是满足下列条件的一个数值:至少有 $p\%$ 的数据不大于该值,且至少有 $(100-p)\%$ 的数据不小于该值.直观来说,一组数的 $p\%$ 分位数指的是,将这组数按照从小到大的顺序排列后,处于 $p\%$ 位置的数.例如:中位数就是一个 50%分位数.2023 年 3 月,呼和浩特市为创建文明城市,随机从某小区抽取 10 位居民调查他们对自己目前生活状态的满意程度,该指标数越接近 10 表示满意程度越高.他们的满意度指标数分别是 8,4,5,6,9,8,9,7,10,10,则这组数据的 25%分位数是____.

16. 根据市场调查结果,预测某种家用商品从年初开始的 n 个月内累积的需求量 Sn(万件)近似地满足 $S_n=\frac{n}{90}(21n-n^2-5)(n=1,2,\cdots,12)$.按此预测,在本年度内需求量超过 1.5 万件的月份可能是________月.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.)

17.(12 分)如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AC=3$,$BC=AA_1=4$,$AB=5$,点 D 为 AB 的中点.



(Ⅰ)求证 $AC\perp BC_1$;

(Ⅱ)求三棱锥 A_1-CDB_1 的体积.

18.(12 分)近年来,我国新能源汽车技术水平不断进步、产品性能明显提升,产销规模连续六年位居世界首位.《新能源汽车产业发展规划(2021-2035 年)》提出,到 2025 年,新能源汽车新车销售量达到汽车新车销售总量的 20%左右,力争经过 15 年的持续努力,我国新能源汽车核心技术达到国际先进水平,质量品牌具备较强国际竞争力.某汽车城从某天开始连续的营业天数 x 与新能源汽车销售总量 y(单位:辆)的统计数据如表所示:

从某天开始连续的营业天数 x	10	20	30	40	50
新能源汽车销售总量 y	62	68	75	81	89

(Ⅰ)已知可用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系,请用相关系数 r 加以说明(结果精确到 0.001);

(Ⅱ)求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$,并预测该汽车城连续营业 130 天的汽车销售总量.

参考数据:$\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i=11920$,$\sum\limits_{i=1}^{5}y_i^2=28575$,$\sqrt{5}\approx2.236$.

参考公式:相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}y_i^2-n\bar{y}^2}}$

回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式为

$$\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\ \bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2},\ \hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$$

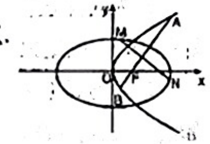
当 $|r|>0.75$ 时,两个变量之间具有很强的线性相关关系.

19.(12 分)在△ABC 中,内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知△ABC 外接圆的半径为 1,且 $b\sin B+c\sin C=(\frac{2\sqrt{3}}{3}b\sin C+a)\sin A$.

(Ⅰ)求角 A;

(Ⅱ)若 $AC=\sqrt{2}$,AD 是△ABC 的内角平分线,求 AD 的长度.

20.(12 分)已知抛物线 $T:y^2=2px(p>0)$ 和椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$,过抛物线 T 的焦点 F 的直线 l 交抛物线于 A,B 两点,线段 AB 的中垂线交椭圆 C 于 M,N 两点.



(Ⅰ)若 F 恰是椭圆 C 的焦点,求 p 的值;

(Ⅱ)若 $p\in N_+$,且 MN 恰好被 AB 平分,求△OAB 的面积.

21.(12 分)已知函数 $f(x)=e^x+ax^2-e$,$a\in R$.(注:$e=2.718281\cdots$是自然对数的底数)

(Ⅰ)当 $a=1$ 时,求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程;

(Ⅱ)若 $f(x)$ 只有一个极值点,求实数 a 的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题做答,如果多做,则按所做的第一题记分.做答时,用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑.

[选修 4-4 坐标系与参数方程]

22.(10 分)在直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=3+2\sqrt{2}\cos\alpha\\ y=2\sqrt{2}\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数).以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta-6\cos\theta=0$.

(Ⅰ)求曲线 C_1 的普通方程与曲线 C_2 的直角坐标方程;

(Ⅱ)设直线 l:$\begin{cases}x=3+\frac{1}{2}t\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$(t 为参数)与曲线 C_2,C_1 的交点从上到下依次为 P,M,N,Q,求 $|PM|+|NQ|$ 的值.

[选修 4-5 不等式选讲]

23.(10 分)已知函数 $f(x)=|2x+\frac{1}{2}|+|2x-\frac{1}{2}|$.

(Ⅰ)求不等式 $f(x)<3$ 的解集;

(Ⅱ)设 $f(x)$ 的最小值为 M,若正实数 a,b 满足 $\frac{2a}{a+2}+\frac{b}{b+1}=M$,证明:$a+b\geq\frac{3}{2}$.