

中学生标准学术能力诊断性测试 2022 年 9 月测试

文科数学试卷

本试卷共 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

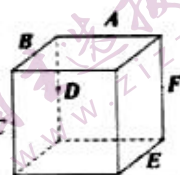
1. 已知 $A = \{-1, 0, 1, 3, 5\}$, $B = \{x | 2x - 3 < 0\}$, 则 $A \cap \complement_{\mathbb{R}} B =$
- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 1, 3\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{3, 5\}$
2. 设 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_1 + a_2 = 3$, $a_2 + a_3 = 6$, 则 $a_5 + a_6 =$
- A. 12 B. 24 C. 32 D. 48
3. 设 $a = 3^{-\frac{1}{2}}$, $b = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{3}}$, $c = \log_2 \frac{1}{3}$, 则
- A. $a < c < b$ B. $c < a < b$ C. $b < c < a$ D. $a < b < c$
4. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \geq -1 \\ x - y \geq 1 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$, 则 $z = x - 2y$ 的最小值为
- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2
5. 设 $f(x) = x^\alpha$ ($\alpha \in \{-1, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$), 则“函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(-1, 1)$ ”是“函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上递减”的
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C + \sin B \sin C$, 则 $\cos A =$
- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
7. 欧拉公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ 把自然对数的底数 e 、虚数单位 i 、三角函数联系在一起, 充分体现

了数学的和谐美. 若复数 z 满足 $(e^{\pi} + i) \cdot z = 1$, 则 z 的虚部为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1

8. 如图所示, 已知 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 分别是正方体所在棱的中点, 则下列直线中与直线 EF 相交的是

- A. 直线 AB B. 直线 BC
C. 直线 CD D. 直线 DA



(第8题图)

9. 已知 $P(A)$ 、 $P(B)$ 分别表示随机事件 A 、 B 发生的概率, 那么

$1 - P(AB)$ 是下列哪个事件的概率

- A. 事件 A 、 B 同时发生 B. 事件 A 、 B 至少有一个发生
C. 事件 A 、 B 都不发生 D. 事件 A 、 B 至多有一个发生

10. 已知函数 $y = f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数, 且当 $x < 0$ 时, $f(x) = x + \frac{a}{x} + 1$. 若函数 $y = f(x)$

在 $[1, +\infty)$ 上的最小值为 3, 则实数 a 的值为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 , 过 F_1 且斜率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 的直线与

双曲线 C 的右支交于点 A . 若 $|AF_2| = |F_1F_2|$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 3

12. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, 0 < \varphi < \pi)$, 若对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) \leq f\left(\frac{\pi}{4}\right)$, 则

函数 $y = f(x)$ 在区间 $\left(0, \frac{3\pi}{8}\right)$ 上的零点个数可以为

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 3$, $\overline{BD} = 2\overline{DC}$. 若 $\overline{AD} \cdot \overline{BC} = 4$, 则 $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 《九章算术》中将底面是直角三角形的直三棱柱称为“堑堵”. 已知某“堑堵”的三视图如图所示, 则该“堑堵”的体积为_____.



16. 已知点 P 、 Q 均在第一象限, 且点 P 在曲线 $xy = 3x^2 + 1$ 上, 点 Q 在曲线 $xy = 3y^2 + 1$, 则 $|PQ|$ 的最小值为_____.

三、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分) 为了了解患有某种疾病 A 与有某种生活习惯 B 是否相关, 某校学生社团在所在地区随机调查了 500 位居民, 结果如下:

	有生活习惯 B	无生活习惯 B
有疾病 A 病历	40	30
无疾病 A 病历	160	270

- (1) 估计该地区居民中, 有疾病 A 病历人的比例;
(2) 试判断能否有 99% 的把握认为患有疾病 A 与有生活习惯 B 相关?

附: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

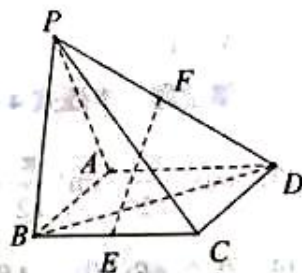
$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, 且对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 都有 $a_{n+2} = a_n + 2$.

- (1) 若 a_1, a_3, a_4 成等比数列, 求 a_2 的值;
(2) 设 $b_n = \frac{2}{a_{2n-1}a_{2n+1}}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. (12 分) 如图所示, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是平行四边形, E 、 F 分别是棱 BC 、 PD 的中点.

- (1) 求证: $EF \parallel$ 平面 PAB ;
(2) 若 $PA \perp AD$, $EF \perp AD$, $AP = AB = AD$, $\angle PAB = 60^\circ$,



(第19题图)

求二面角 $D-PB-A$ 的正切值.

20. (12分) 已知 A, B 分别为椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$ 的上、下顶点, F 是椭圆 Γ 的右焦点, C

是椭圆 Γ 上异于 A, B 的点, 点 D 在坐标平面内.

(1) 若 $\angle AFB = \frac{\pi}{3}$, 求椭圆 Γ 的标准方程;

(2) 若 $a = 2$, 且 $CA \perp AD, CB \perp BD$, 求四边形 $CADB$ 面积 S 的最大值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = a \cdot \frac{e^x}{x} - x + \ln x$.

(1) 若 $a = 1$, 求曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若存在实数 $k (k > 0)$, 使得对任意 $x_1 \in [k, +\infty)$, 总存在 $x_2 \in [k, +\infty)$, 满足 $f(x_1) < f(x_2)$, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题, 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时请写清题号.

22. (10分) [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴正

半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 Γ 的极坐标方程为 $\rho^2 - 2\rho \cos \theta - 1 = 0$.

(1) 将曲线 Γ 极坐标方程化为直角坐标方程;

(2) 设 $M(1, 0)$, 点 Q 为曲线 Γ 上的动点, 点 P 满足 $\overrightarrow{OP} = \lambda \overrightarrow{MQ} (\lambda > 0)$, 点 P 的轨迹为曲线 C , 若直线 l 与曲线 C 相切, 求实数 λ 的值.

23. (10分) [选修 4-5: 不等式选讲]

已知函数 $f(x) = |2x+1+a| + |x-a^2|$.

(1) 当 $a = 0$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 2$ 的解集;

(2) 若对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) \geq 2$, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线