炎德·英才大联考湖南师大附中2019届高考模拟卷(二)

数学(理科)参考答案

一、选择题

题　号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答　案	C	A	B	B	A	B	D	C	D	C	D	C

1. C

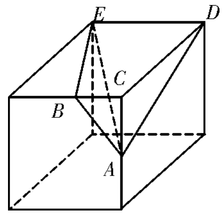
2. A

3. B 【解析】由 $a_1+a_8=a_4+a_5$，∴排除 A、C.
又 $a_1\cdot a_8=a_1(a_1+7d)=a_1^2+7a_1d$，
∴$a_4\cdot a_5=(a_1+3d)(a_1+4d)=a_1^2+7a_1d+12d^2>a_1\cdot a_8$，故选 B.

4. B 【解析】由题知$\frac{\pi\omega}{6}+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})\Rightarrow\omega=6k+2(k\in\mathbf{Z})$，故 $\omega_{\min}=2$.

5. A 【解析】支出在$[50,60)$元的频率为 $1-(0.1+0.24+0.36)=0.3$. ∴样本容量 $n=\frac{30}{0.3}=100$.

6. B 【解析】由题意可知几何体的形状如图，是长方体中截出的棱锥(底面是梯形，高为$\frac{1}{2}$，底面梯形下底边长为1，上底边长为$\frac{1}{2}$，高为1)的剩余部分，

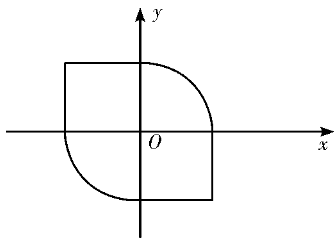


所以几何体的体积为：$1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{1}{2}\right)\times1=\frac{7}{8}$，故选 B.

7. D 【解析】在不超过20的素数中有2，3，5，7，11，13，17，19共8个，随机选取两个不同的数共有$C_8^2=28$种，随机选取两个不同的数，其和等于20有2种，故可得随机选取两个不同的数，其和等于20的概率$P=\frac{1}{14}$，故选 D.

8. C 【解析】当 $a<0$ 时，如取 $a=-4$，则 $f(x)=\frac{x}{x^2-4}$，其定义域为：$\{x|x\neq\pm2\}$，它是奇函数，图象是(3)，所以(3)是正确的；当 $a>0$ 时，如取 $a=1$，则 $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$，其定义域为 $\mathbf{R}$，它是奇函数，图象是(2)，所以(2)是正确的；当 $a=0$ 时，则 $f(x)=\frac{1}{x}$，其定义域为：$\{x|x\neq0\}$，它是奇函数，图象是(4)，所以(4)正确. 故选 C.

9. D 【解析】当 $xy\leqslant0$ 时，只需要满足 $x^2\leqslant1$，$y^2\leqslant1$ 即可；
当 $xy>0$ 时，对不等式两边平方整理得到 $x^2+y^2\leqslant1$，所以区域 M 如下图.



易知其面积为 $2+\frac{\pi}{2}$.

10. C 【解析】$\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}=x\left(\frac{5}{2},0\right)+y(0,5)=\left(\frac{5}{2}x,5y\right)$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=\left(-\frac{5}{2},5\right)$，

∵$\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{AB}$，∴$-\frac{25}{4}x+25y=0\Rightarrow x=4y$，①

又∵A,B,P 三点共线，∴$x+y=1$，②

由①②得 $x=\frac{4}{5}$，$y=\frac{1}{5}$. 故选 C.

11. D 【解析】把对角面 A_1BCD_1 绕 A_1B 旋转到与 $\triangle AA_1B$ 在同一平面上的位置，连接 AD_1，在 $\triangle AA_1D_1$ 中，$|AA_1|=1$，$|A_1D_1|=\sqrt{3}$，$\angle AA_1D_1=\angle AA_1B+90^\circ=150^\circ$，

则 $|AP|+|D_1P|$ 的最小值为：$AD_1=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2-2\times1\times\sqrt{3}\times\cos150^\circ}=\sqrt{7}$，故选 D.

12. C 【解析】由题意知 $f(a)=e^{a-a}-\ln(a+a)-1\geqslant0$，即 $0<a\leqslant\frac{1}{2}$.

①当 $0<a<\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=e^{x-a}-\ln(x+a)-1\geqslant[(x-a)+1]-[(x+a)-1]-1=-2a+1>0$ 不符合题意，舍去；

②当 $a=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=e^{x-\frac{1}{2}}-\ln\left(x+\frac{1}{2}\right)-1\geqslant\left[\left(x-\frac{1}{2}\right)+1\right]-\left[\left(x+\frac{1}{2}\right)-1\right]-1=0$ $\left(\text{当 } x=\frac{1}{2}\text{ 时取等号}\right)$. 则 $a=\frac{1}{2}$，故选 C.

二、填空题

13. 0

14. -20 【解析】$(x+y)^8$ 中，$T_{r+1}=C_8^rx^{8-r}y^r$，令 $r=7$，再令 $r=6$，得 x^2y^7 的系数为 $C_8^7-C_8^6=8-28=-20$.

15. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 【解析】设另一个焦点是 F_1，由双曲线的定义可知 $|PF_1|-|PF_2|=4$，$|PF_1|=6$，

$2a=8$，$a=4$，$c=2\sqrt{2}$，故 $e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

16. 4 【解析】设 $a_n=an+b$，$b_n=cn+d$，则 $a_nb_n=(an+b)(cn+d)=acn^2+(bc+ad)n+bd$，令 $c_n=a_nb_n$，则 $d_n=c_{n+1}-c_n=2acn+(ac+ad+bc)$ 构成一个等差数列，故由已给出的 $a_2b_2=4$，$a_3b_3=8$，$a_4b_4=16$，可求得 $m=4$.

三、解答题

17.【解析】设 $BC=a$，$AC=b$，$AB=c$，由 $2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|$，得 $2bc\cos A=bc$，所以 $\cos A=\frac{1}{2}$，

又 $A\in(0,\pi)$，因此 $A=\frac{\pi}{3}$. ……………………………………………………………… 2 分

(1)由 $2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$，即 $2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB})$，得 $3bc=c^2$，即 $3b=c$.

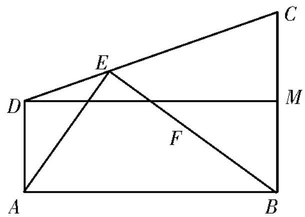
又因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{3\sqrt{3}}{4}b^2=3\sqrt{3}$，所以 $b=2$，即边 AC 的长为 2. ……………………… 7 分

(2)因为 E 为边 BC 的中点，所以 $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，

即 $\overrightarrow{AE}^2=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2=\frac{1}{4}(b^2+c^2+bc)$，……………………………………………… 9 分

又因为 $BC=\sqrt{3}$，所以由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A$，即 $b^2+c^2=a^2+bc=3+bc\geqslant2bc$，即 $bc\leqslant3$，所以 $\overrightarrow{AE}^2=\frac{1}{4}(3+2bc)\leqslant\frac{9}{4}$，$|\overrightarrow{AE}|\leqslant\frac{3}{2}$，当且仅当 $b=c$ 时取等号，所以线段 AE 长的最大值为 $\frac{3}{2}$. … 12 分

18.【解析】(1)在直角梯形 $ABCD$ 中，作于 $DM\perp BC$ 于 M，连接 AE，



则 $CM=2-1=1$，$CD=DE+CE=1+2=3$，

则 $DM=AB=2\sqrt{2}$，$\cos C=\frac{1}{3}$，……………………………… 2 分

则 $BE=\sqrt{4+4-2\times2\times2\times\frac{1}{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$\sin\angle CDM=\frac{1}{3}$，

则 $AE=\sqrt{1+1+2\times1\times1\times\frac{1}{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

$\therefore AE^2+BE^2=AB^2$，……………………………………………………………………… 4 分

故 $AE\perp BE$，且折叠后 AE 与 BE 位置关系不变，

又 $\because$ 平面 $BCE\perp$ 平面 $ABED$，且平面 $BCE\cap$ 平面 $ABED=BE$，

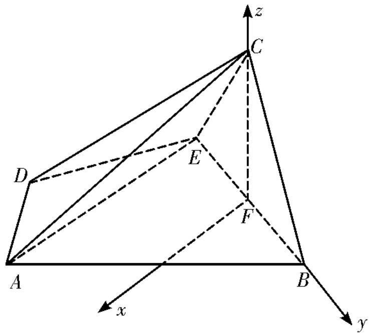
$\therefore AE\perp$ 平面 BCE，$\because AE\subset$ 平面 ACE，$\therefore$ 平面 $ACE\perp$ 平面 BCE. ……………………… 6 分

(2)∵在$\triangle BCE$中，$BC=CE=2$，F为BE的中点，∴$CF\perp BE$.

又∵平面$BCE\perp$平面$ABED$，且平面$BCE\cap$平面$ABED=BE$，

∴$CF\perp$平面$ABED$，……………………………………………………………… 7 分

故可以F为坐标原点建立如图所示的空间直角坐标系，



则$A\left(\frac{2\sqrt{6}}{3},-\frac{2\sqrt{3}}{3},0\right)$，$C\left(0,0,\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$，$E\left(0,-\frac{2\sqrt{3}}{3},0\right)$，

易求得平面ACE的法向量为$\boldsymbol{m}=(0,-\sqrt{2},1)$.

假设在AB上存在一点P使平面ACE与平面PCF所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，且$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$(\lambda\in\mathbf{R})$，

∵$B\left(0,\frac{2\sqrt{3}}{3},0\right)$，

∴$\overrightarrow{AB}=\left(-\frac{2\sqrt{6}}{3},\frac{4\sqrt{3}}{3},0\right)$，

故$\overrightarrow{AP}=\left(-\frac{2\sqrt{6}}{3}\lambda,\frac{4\sqrt{3}}{3}\lambda,0\right)$，

又$\overrightarrow{CA}=\left(\frac{2\sqrt{6}}{3},-\frac{2\sqrt{3}}{3},-\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$，

∴$\overrightarrow{CP}=\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}(1-\lambda),\frac{2\sqrt{3}}{3}(2\lambda-1),-\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$，

又$\overrightarrow{FC}=\left(0,0,\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$，

设平面PCF的法向量为$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，∴$\begin{cases}-\frac{2\sqrt{6}}{3}z=0,\\ \frac{2\sqrt{6}}{3}(1-\lambda)x+\frac{2\sqrt{3}}{3}(2\lambda-1)y-\frac{2\sqrt{6}}{3}z=0,\end{cases}$

令$x=2\lambda-1$得$\boldsymbol{n}=(2\lambda-1,\sqrt{2}(\lambda-1),0)$，

∴$|\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|2(\lambda-1)|}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{(2\lambda-1)^2+2(\lambda-1)^2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，……………………………… 11 分

解得$\lambda=\frac{1}{2}$，因此存在点P且P为线段AB中点时使得平面ACE与平面PCF所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$. ………………………………………………………………………… 12 分

19.【解析】(1)根据散点图判断，$y=c\cdot d^x$适宜作为扫码支付的人数y关于活动推出天数x的回归方程类型. ……………………………………………………………………………… 2 分

(2)∵$y=c\cdot d^x$，两边同时取常用对数得：$\lg y=\lg(c\cdot d^x)=\lg c+x\cdot\lg d$，

设$\lg y=v$，∴$v=\lg c+\lg d\cdot x$，…………………………………………………… 3 分

∵$\bar{x}=4$，$\bar{v}=1.54$，$\sum_{i=1}^{7}x_i^2=140$，

∴$\lg d=\frac{\sum_{i=1}^{7}x_iv_i-7\bar{x}\bar{v}}{\sum_{i=1}^{7}x_i^2-7\bar{x}^2}=\frac{50.12-7\times4\times1.54}{140-7\times4^2}=\frac{7}{28}=0.25$，…………………………… 5 分

把样本中心点$(4,1.54)$代入$v=\lg c+\lg d\cdot x$，得$\lg c=0.54$，

∴$\hat{v}=0.54+0.25x$，∴$\lg\hat{y}=0.54+0.25x$，…………………………………………… 6 分

∴y关于x的回归方程式：$\hat{y}=10^{0.54+0.25x}=10^{0.54}(10^{0.25})^x=3.47(10^{0.25})^x$，

把$x=8$代入上式：∴$\hat{y}=10^{0.54+0.25\times8}=10^{2.54}=10^2\times10^{0.54}=347$，

所以活动推出第8天使用扫码支付的人次为3470 . ………………………………………… 7 分

(3)记一名乘客乘车支付的费用为Z，则Z的取值可能为：2，1.8，1.6，1.4，

$P(Z=2)=0.1$，$P(Z=1.8)=0.3\times\frac{1}{2}=0.15$，

$P(Z=1.6)=0.6+0.3\times\frac{1}{3}=0.7$，$P(Z=1.4)=0.3\times\frac{1}{6}=0.05$，

所以一名乘客一次乘车的平均费用为：

$2\times0.1+1.8\times0.5+1.6\times0.7+1.4\times0.05=1.66$(元)，…………………………………… 10 分

由题意可知：$1.66\times1\times12\cdot n-0.66\times12\cdot n-80>0, n>\dfrac{20}{3}$，

所以 n 取 7，估计这批车大概需要 7 年才能开始盈利. …………………………………… 12 分

20.【解析】(1)由椭圆的离心率 $e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，得 $\dfrac{c^2}{a^2}=\dfrac{c^2}{b^2+c^2}=\dfrac{1}{2}$，得 $b=c$.

上顶点为 $(0,b)$，右焦点为 $(b,0)$，

以上顶点和右焦点为直径端点的圆的方程为 $\left(x-\dfrac{b}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{b}{2}\right)^2=\left(\dfrac{a}{2}\right)^2=\dfrac{b^2}{2}$，

$\therefore \dfrac{|b-2|}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}b$，即 $|b-2|=b$，得 $b=c=1, a=\sqrt{2}$，

$\therefore$椭圆的标准方程为 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$. …………………………………… 5 分

(2)椭圆 C 上不存在这样的点 Q，理由如下：设直线的方程为 $y=2x+t$，

设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，$P\left(x_3,\dfrac{5}{3}\right)$，$Q(x_4,y_4)$，$MN$ 的中点为 $D(x_0,y_0)$，

由 $\begin{cases}y=2x+t,\\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1,\end{cases}$ 消去 x，得 $9y^2-2ty+t^2-8=0$，

所以 $y_1+y_2=\dfrac{2t}{9}$，且 $\Delta=4t^2-36(t^2-8)>0$，…………………………………… 7 分

故 $y_0=\dfrac{y_1+y_2}{2}=\dfrac{t}{9}$，且 $-3<t<3$.

由 $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{NQ}$，得 $\left(x_1-x_3, y_1-\dfrac{5}{3}\right)=(x_4-x_2, y_4-y_2)$，

所以有 $y_1-\dfrac{5}{3}=y_4-y_2$，$y_4=y_1+y_2-\dfrac{5}{3}=\dfrac{2}{9}t-\dfrac{5}{3}$. …………………………………… 9 分

(也可由 $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{NQ}$ 知四边形 $PMQN$ 为平行四边形，而 D 为线段 MN 的中点，因此，D 也为线段 PQ 的中点，

所以 $y_0=\dfrac{\frac{5}{3}+y_4}{2}=\dfrac{t}{9}$，可得 $y_4=\dfrac{2t-15}{9}$.)

又 $-3<t<3$，所以 $-\dfrac{7}{3}<y_4<-1$， …………………………………… 11 分

与椭圆上点的纵坐标的取值范围是 $[-1,1]$ 矛盾. 故椭圆 C 上不存在这样的点 Q. ……………… 12 分

21.【解析】由题意得 $h'(x)=\dfrac{1}{x}+x+a=\dfrac{x^2+ax+1}{x}(x>0)$，令 $\Delta=a^2-4$，…………………… 1 分

①当 $\Delta=a^2-4\leqslant0$ 即 $-2\leqslant a\leqslant2$ 时，$h'(x)=\dfrac{x^2+ax+1}{x}\geqslant0$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上恒成立，此时 $h(x)$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上单调递增，极值点个数为 0；…………………………………… 2 分

②当 $a>2$ 时，$h'(x)=\dfrac{x^2+ax+1}{x}\geqslant0$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上恒成立，此时 $h(x)$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上单调递增，极值点个数为 0；…………………………………… 3 分

③当 $a<-2$ 时，$\Delta>0$，设 x_1, x_2 是 $x^2+ax+1=0$ 的两根，则 $x_1+x_2=-a>0$，$x_1x_2=1>0$，故 $x_1>0$，$x_2>0$，此时 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个极值点. …………………………………… 5 分

综上所述，当 $a<-2$ 时，$h(x)$ 有两个极值点，$a\geqslant-2$ 时，$h(x)$ 没有极值点. ……………… 6 分

(2)$\because f'(x)=\dfrac{1}{x}$，$\therefore f'(x_0)=\dfrac{1}{x_0}$，

$\therefore$切线 l 的方程为 $y-\ln x_0=\dfrac{1}{x_0}(x-x_0)$，即 $y=\dfrac{1}{x_0}x+\ln x_0-1$. …………………… 7 分

设直线 l 与曲线 $y=g(x)$ 相切于 (x_1,e^{x_1})，$\because g'(x)=e^x$，$\therefore e^{x_1}=\dfrac{1}{x_0}$ 即 $x_1=-\ln x_0$，

$\therefore g(x_1)=e^{x_1}=e^{-\ln x_0}=\dfrac{1}{x_0}$，

$\therefore$ 直线 l 的方程也为 $y-\dfrac{1}{x_0}=\dfrac{1}{x_0}(x+\ln x_0)$，即 $y=\dfrac{1}{x_0}x+\dfrac{\ln x_0}{x_0}+\dfrac{1}{x_0}$， ………………………………… 8 分

$\therefore \ln x_0-1=\dfrac{\ln x_0}{x_0}+\dfrac{1}{x_0}$，即 $\ln x_0=\dfrac{x_0+1}{x_0-1}$. ………………………………………………… 9 分

下证：在区间 $(1,+\infty)$ 上 x_0 存在且唯一. 设 $\varphi(x)=\ln x-\dfrac{x+1}{x-1}(x>1)$，

$\varphi'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{(x-1)-(x+1)}{(x-1)^2}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{(x-1)^2}>0$，则 $\varphi(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增. ……………… 10 分

又 $\varphi(\mathrm{e})=\ln \mathrm{e}-\dfrac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}=\dfrac{-2}{\mathrm{e}-1}<0$，$\varphi(\mathrm{e}^2)=\ln \mathrm{e}^2-\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{\mathrm{e}^2-1}=\dfrac{\mathrm{e}^2-3}{\mathrm{e}^2-1}>0$，

由零点存在性定理知：存在 $x_0\in(\mathrm{e},\mathrm{e}^2)$，使得 $\varphi(x_0)=0$，即 $\ln x_0=\dfrac{x_0+1}{x_0-1}$.

故在区间 $(1,+\infty)$ 上存在唯一的 x_0，使得直线 l 与曲线 $y=g(x)$ 相切. ………………………… 12 分

22.【解析】(1) 由 $\rho=4\cos\alpha$ 得 $\rho^2=4\rho\cos\alpha$ 将 $\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\cdot\cos\alpha=x$ 代入整理得

曲线 C_1 的普通方程为 $(x-2)^2+y^2=4$， …………………………………………………………… 2 分

设曲线 C_1 上的点为 (x',y')，变换后的点为 (x,y)，由题可知坐标变换为 $\begin{cases}x=x'-2,\\ y=\dfrac{1}{2}y',\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x'=x+2,\\ y'=2y,\end{cases}$ 代入曲

线 C_1 的普通方程，整理得曲线 C_2 的普通方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$， ……………………………………… 4 分

$\therefore$ 曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数). ……………………………………………… 5 分

(2) 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t,\\ y=\dfrac{1}{2}t+2\end{cases}$ (t 为参数)，直线 l 的直角坐标方程为 $x-\sqrt{3}y+2\sqrt{3}=0$，

设曲线 C_2 上的点为 $P(2\cos\theta,\sin\theta)$，$0\leqslant\theta\leqslant 2\pi$，则点 P 到直线 l 的距离为 $d=\dfrac{|2\cos\theta-\sqrt{3}\sin\theta+2\sqrt{3}|}{2}=$

$\dfrac{|\sqrt{7}\cos(\theta+\varphi)+2\sqrt{3}|}{2}$，其中 $\cos\varphi=\dfrac{2}{\sqrt{7}}$，$\sin\varphi=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$，

当 $\theta+\varphi=\pi$ 时，$d_{\min}=\dfrac{|-\sqrt{7}+2\sqrt{3}|}{2}=\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{7}}{2}$， ……………………………………………… 8 分

此时 $2\cos\theta=2\cos(\pi-\varphi)=-\dfrac{4}{\sqrt{7}}=-\dfrac{4\sqrt{7}}{7}$，$\sin\theta=\sin(\pi-\varphi)=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$，即此时点 P 的直角坐标为

$\left(-\dfrac{4\sqrt{7}}{7},\dfrac{\sqrt{21}}{7}\right)$，所以曲线 C_2 上到直线 l 的距离最短的点的直角坐标为 $\left(-\dfrac{4\sqrt{7}}{7},\dfrac{\sqrt{21}}{7}\right)$. ………… 10 分

23.【解析】(1) 由 $f(x)\leqslant x+2$ 得：

$\begin{cases}x+2\geqslant 0,\\ x\leqslant -1,\\ 1-x-x-1\leqslant x+2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x+2\geqslant 0,\\ -1<x<1,\\ 1-x+x+1\leqslant x+2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x+2\geqslant 0,\\ x\geqslant 1,\\ x-1+x+1\leqslant x+2,\end{cases}$ ……………………………… 3 分

解得 $0\leqslant x\leqslant 2$，

$\therefore f(x)\leqslant x+2$ 的解集为 $\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$. ………………………………………………………… 5 分

(2) $\left|\dfrac{|a+1|-|2a-1|}{|a|}\right|=\left|\left|1+\dfrac{1}{a}\right|-\left|2-\dfrac{1}{a}\right|\right|\leqslant\left|1+\dfrac{1}{a}+2-\dfrac{1}{a}\right|=3$，

当且仅当 $\left(1+\dfrac{1}{a}\right)\left(2-\dfrac{1}{a}\right)\leqslant 0$ 时，取等号. ………………………………………………………… 7 分

由不等式 $f(x)\geqslant\dfrac{|a+1|-|2a-1|}{|a|}$ 对任意实数 $a\neq 0$ 恒成立，可得 $|x-1|+|x+1|\geqslant 3$，

解得 $x\leqslant-\dfrac{3}{2}$ 或 $x\geqslant\dfrac{3}{2}$.

故实数 x 的取值范围是 $\left(-\infty,-\dfrac{3}{2}\right]\cup\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right)$. ……………………………………………… 10 分