

海淀区高三年级第一学期期末练习

数 学 (文科)

2019.1

本试卷共4页,150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 (选择题 共40分)

一、选择题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

- (1) 双曲线  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$  的左焦点的坐标为  
 (A)  $(-2, 0)$       (B)  $(-\sqrt{2}, 0)$       (C)  $(-1, 0)$       (D)  $(-4, 0)$
- (2) 已知等比数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 2$ , 且  $a_1, a_2, 6$  成等差数列, 则  $a_4 =$   
 (A) 6      (B) 8      (C) 16      (D) 32
- (3) 若  $\lg a - 2\lg 2 = 1$ , 则  $a =$   
 (A) 4      (B) 10      (C) 20      (D) 40
- (4) 已知向量  $a = (2, 0)$ ,  $b = (t, 1)$ , 且  $a \cdot b = |a|$ , 则  $a - b =$   
 (A)  $(1, 1)$       (B)  $(1, -1)$       (C)  $(-1, 1)$       (D)  $(-1, -1)$
- (5) 直线  $y = kx + 1$  被圆  $x^2 + y^2 = 2$  截得的弦长为 2, 则  $k$  的值为  
 (A) 0      (B)  $\pm \frac{1}{2}$       (C)  $\pm 1$       (D)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
- (6) 已知函数  $f(x) = \sqrt{x} + \frac{a}{x}$ , 则“ $a < 0$ ”是“函数  $f(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上存在零点”的  
 (A) 充分而不必要条件      (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充分必要条件      (D) 既不充分也不必要条件
- (7) 已知函数  $f(x) = \sin x - \cos x$ ,  $g(x)$  是  $f(x)$  的导函数, 则下列结论中正确的是  
 (A) 函数  $f(x)$  的值域与  $g(x)$  的值域不同  
 (B) 存在  $x_0$ , 使得函数  $f(x)$  和  $g(x)$  都在  $x_0$  处取得最值  
 (C) 把函数  $f(x)$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位, 就可以得到函数  $g(x)$  的图象  
 (D) 函数  $f(x)$  和  $g(x)$  在区间  $(0, \frac{\pi}{2})$  上都是增函数
- (8) 已知集合  $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A = \{(s, t) | s \in I, t \in I\}$ . 若  $B \subseteq A$ , 且对任意的  $(a, b) \in B$ ,  $(x, y) \in B$ , 均有  $(a-x)(b-y) < 0$ , 则集合  $B$  中元素个数的最大值为  
 (A) 5      (B) 6      (C) 11      (D) 13

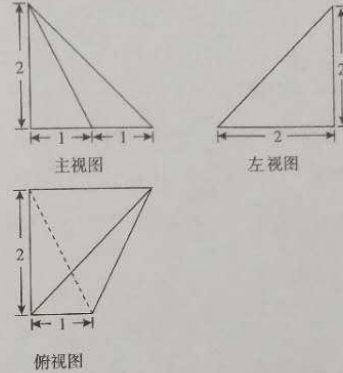
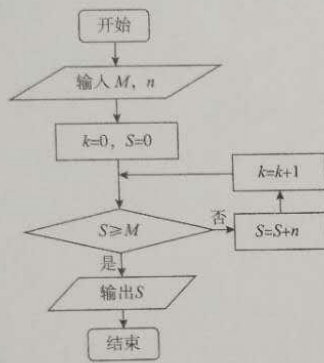
高三年级 (数学 - 文科) 第 1 页 (共 4 页)

第二部分 (非选择题 共110分)

二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分。

(9) 抛物线  $C: y^2 = 4x$  的准线方程为 \_\_\_\_\_。

(10) 执行如图所示的程序框图, 当输入的  $M$  值为 7,  $n$  值为 2 时, 输出的  $S$  值为 \_\_\_\_\_。



(11) 某三棱锥的三视图如上图所示, 则这个三棱锥的体积为 \_\_\_\_\_。

(12) 在  $\triangle ABC$  中,  $a = \sqrt{2}$ ,  $b = 2$ , 且  $\sin 2A = \sin B$ , 则  $\cos A =$  \_\_\_\_\_,  $\angle C =$  \_\_\_\_\_。

(13) 设关于  $x, y$  的不等式组  $\begin{cases} y \leq x, \\ x \leq 4, \\ y \geq kx - 2 \end{cases}$  表示的平面区域为  $\Omega$ , 若  $A(1, -2), B(3, 0), C(2, -3)$

中有且仅有两个点在  $\Omega$  内, 则  $k$  的最大值为 \_\_\_\_\_。

(14) 已知函数  $f(x) = e^{(x-t)}$ ,  $g(x) = -x + e$ ,  $h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ , 其中  $\max\{a, b\}$  表示  $a, b$  中最大的数。

(I) 若  $t = 1$ , 则  $h(0) =$  \_\_\_\_\_;

(II) 若  $h(x) > e$  对  $x \in \mathbf{R}$  恒成立, 则  $t$  的取值范围是 \_\_\_\_\_。

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

(15) (本小题满分 13 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 2$ ,  $a_n - a_{n-1} = 2^{n-1}$  ( $n \geq 2$ ).

(I) 求  $a_2, a_3, a_4$  的值和  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 设  $b_n = 2 \log_2 a_n - 1$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

(16) (本小题满分 13 分)

已知函数  $f(x) = a \sin x - \cos 2x$ .

(I) 比较  $f(\frac{\pi}{6})$ ,  $f(\frac{\pi}{2})$  的大小;

(II) 当  $a = -6$  时, 求函数  $f(x)$  的最小值.

(17) (本小题满分 13 分)

为迎接 2022 年冬奥会, 北京市组织中学生开展冰雪运动的培训活动, 并在培训结束后对学生进行了考核. 记  $X$  表示学生的考核成绩, 并规定  $X \geq 85$  为考核优秀. 为了了解本次培训活动的效果, 在参加培训的学生中随机抽取了 30 名学生的考核成绩, 并作成如下茎叶图:

5	0	1	1	6			
6	0	1	3	3	4	5	8
7	1	2	3	6	7	7	8
8	1	1	2	4	5		
9	0	0	1	2			

(I) 从参加培训的学生中随机选取一人, 请根据图中数据, 估计这名学生考核优秀的概率;

(II) 从图中考核成绩满足  $X \in [80, 89]$  的学生中任取 2 人, 求至少有一人考核优秀的概率;

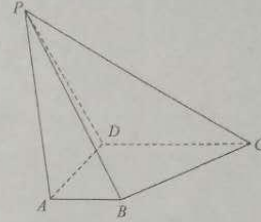
(III) 记  $P(a \leq X \leq b)$  表示学生的考核成绩在区间  $[a, b]$  内的概率, 根据以往培训数据,

规定当  $P\left(\left|\frac{X-85}{10}\right| \leq 1\right) \geq 0.5$  时培训有效. 请你根据图中数据, 判断此次中学生冰雪培训活动是否有效, 并说明理由.

(18) (本小题满分 14 分)

在四棱锥  $P-ABCD$  中, 平面  $ABCD \perp$  平面  $PCD$ , 底面  $ABCD$  为梯形,  $AB \parallel CD$ ,  $AD \perp DC$ .

- (I) 求证:  $AB \parallel$  平面  $PCD$ ;
- (II) 求证:  $AD \perp$  平面  $PCD$ ;
- (III) 若  $M$  是棱  $PA$  的中点, 求证: 对于棱  $BC$  上任意一点  $F$ ,  $MF$  与  $PC$  都不平行.



(19) (本小题满分 14 分)

已知点  $B(0, -2)$  和椭圆  $M: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ . 直线  $l: y = kx + 1$  与椭圆  $M$  交于不同的两点  $P, Q$ .

- (I) 求椭圆  $M$  的离心率;
- (II) 若  $k = \frac{1}{2}$ , 求  $\triangle PBQ$  的面积;
- (III) 设直线  $PB$  与椭圆  $M$  的另一个交点为  $C$ , 当  $C$  为  $PB$  中点时, 求  $k$  的值.

(20) (本小题满分 13 分)

已知函数  $f(x) = \frac{a-x^2}{e^x}$ , 其中  $a > 0$ .

- (I) 当  $a = 3$  时, 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(-1, f(-1))$  处的切线方程;
- (II) 求证: 当  $x > 0$  时,  $f(x) > -\frac{2}{e}$ .

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注