**大连市 2022~2023学年度第二学期期末考试**

**高二数学**

命题人：大连海湾高级中学 姜玉小 大连市第八中学 陈威 校对人：赵文莲

注意事项：

1.考生作答时，将答案答在答题卡上，在本试卷上答题无效.

2.本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，满分 150分，考试时间120分钟.

**第Ⅰ卷**

**一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.在等差数列{an}中, a₂=1, a₅+a₇=18, 则{an}的公差为( )

A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

2.根据以下样本数据：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 3 | 5 | 7 |
| y | 6 | 4.5 | 3.5 | 2.5 |

得到回归直线方程为y=bx+a，则( )

A. â <0, b<0 B.â>0, b>0

C. â <0, b>0 D. â >0, b<0

3.中国古代著作《张丘建算经》有这样一个问题： “今有马行转迟，次日减半疾，七日行七百里”，意思是说有一匹马行走的速度逐渐减慢，每天行走的里程是前一天的一半，七天一共行走了700里路，则该马第六天走的里程数约为( )

A. 5.51 B. 11.02 C. 22.05 D. 44.09

4.某企业有智能餐厅 A 和人工餐厅 B，员工甲第一天随机地选择一餐厅用餐，如果第一天去 A餐厅，那么第二天去 A 餐厅的概率为0.7； 如果第一天去 B 餐厅，那么第二天去 A 餐厅的概率为0.8.则员工甲第二天去A餐厅用餐的概率为( )

A. 0.75 B. 0.7 C. 0.56 D. 0.38

5.在 $\left(x−\frac{1}{x}\right)^{6}$的展开式中常数项是( )

A. -120 B. 120 C. -20 D. 20

6.已知函数 $f\left(x\right)=eˣ−alnx$(e为自然对数的底数)在区间(1，2)上单调递减，则实数a的最小值为( )

A.1 B. $\sqrt{e}$ C. e D. 2e²

7.刚考入大学的小明准备向银行贷款 a元购买一台笔记本电脑，然后上学的时候通过勤工俭学来分期还款.小明与银行约定：每个月还一次款，分 10次还清所有的欠款，且每个月还款的钱数都相等，贷款的月利率为t.则小明每个月所要还款的钱数为( )元.

 $A.a\left(1+t\right)¹⁰$ $B.\frac{a\left(1+t\right)^{10}}{10}$ $C.\frac{at\left(1+t\right)^{10}}{10\left[\left(1+t\right)^{10}−1\right]}$ $D.\frac{at\left(1+t\right)^{10}}{\left(1+t\right)^{10}−1}$

8.已知实数a, b, c∈(1,+∞),且 $e^{a−\frac{1}{2}}=2a,e^{b−\frac{1}{3}}=3b,e^{c−\frac{1}{4}}=4c,$其中e为自然对数的底数，则( ) ·

A. a<b<c B. c<a<b

C. b<c<a D. c<b<a

**二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5分，共 20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得** **5分，部分选对的得 2分，有选错的得 0分.**

9.下列说法中正确的是( )

A.在(1+x)⁶的展开式中，奇数项的二项式系数和为 64

B.已知事件A, B满足 P(A|B)=0.6, 且 $P\left(\overbar{A}\right)=0.4,$则事件A与B相互独立

C.已知随机变量 X服从正态分布 N(3,1), 且P(2≤X≤4)=0.6826, 则P(X>4)=0.3174°

D.一个与自然数有关的命题，已知n=3时，命题成立，而且在假设 n=k(其中k≥3)时命题成立的前提下，能够推出n=k+1时命题也成立，那么n=90时命题一定成立，而 n=2时命题不一定成立

10.有甲、 乙、丙等6个人站成一排，则( )

A.共有120种不同的站法

B.如果甲和乙必须相邻，共有240种不同的站法

C.如果甲、乙、丙三人两两不相邻，共有144种不同的站法

D.如果甲不能站在首位，乙不能站在末位，共有480种不同的站法

11.已知函数f(x)=x³-2x-2, 则( )

A. f(x)有三个零点

B. f(x)有两个极值点

C.点(0,-2)是曲线y=f(x)的对称中心

D.曲线y=f(x)有两条过点(-1,0)的切线

12.数列{an}满足 $a\_{n}=2−\frac{1}{a\_{n−1}}(n\in N$且n≥2),则( )

A.若a₁=1,则数列{an}是等比数列

B. 若 a₁≠1,则数列 $\left\{\frac{1}{a\_{n}−1}\right\}$是等差数列

C. 若 a₁=2, 则数列{an}中存在最大项与最小项

D. 若1<a₁<2, 则 $1<aₙ₊₁<aₙ<2$

**第Ⅱ卷**

**三、填空题：本题共 4 小题，每小题5分，共 20分.**

13.若离散型随机变量 $X∼B\left(\frac{3}{4}\right),$且 $D\left(X\right)=\frac{3}{4},$则n= .

14.已知函数 $f\left(x\right)=aeˣ(a\ne 0,$e为自然对数的底数)的图象在点(0，f(0))处的切线与函数 g(x)=-x²-x 的图象也相切，则该切线的斜率为 .

15.欧拉函数。 φ(n)(n∈N⁺)的函数值等于所有不超过正整数n，且与n互质的正整数的个数，例如φ(1)=1, φ(3)=2, 数列{an}满足 $aₙ=φ\left(2ⁿ\right),$若存在n∈N⁺, 使得不等式 $2λ⋅aₙ<2n−9$成立，则实数λ的取值范围是 .

16.已知函数f(x)=lnx,若存在区间 (x₁,x₂),当x∈(x₁,x₂)时, f(x) 的值域为( (kx₁,kx₂), 且[x₁]+[x₂]=4,其中[x]表示不超过x的最大整数，则k的取值范围为 .

**四、解答题：本题共 6小题，共 70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17.(10分)

设Sₙ是公差不为0 的等差数列{an}的前n项和，已知 $\frac{1}{3}S\_{3}$与 $\frac{1}{4}S\_{4}$的等比中项为 $\frac{1}{5}S\_{5},$且 $\frac{1}{3}S\_{3}$与 $\frac{1}{4}S\_{4}$的等差中项为 $−\frac{5}{4}.$

(1)求数列{an}的通项公式;

(2)设 $b\_{n}=\frac{1}{a\_{n}⋅a\_{n+1}},$求数列{bₙ}的前 n项和Tₙ.

18.(12分)

2023年世界乒乓球锦标赛决赛阶段比赛于 2023年5月20日至5月28日在南非德班国际会议中心举行，中国男女选手包揽了各项目的冠军，国球运动又一次掀起了热潮.为了进一步推动乒乓球运动的发展，增强学生的体质，某学校在高二年级举办乒乓球比赛，比赛采用了5局3胜制，每场 11分，每赢一球得 1分，比赛每方球员轮流发两球，发完后交换发球，谁先达到 11分谁获得该场胜利，进行下一局比赛.但当双方球员比分达到 10：10时，则需要进行附加赛，即双方球员每人轮流发一球，直至一方超过另一方两分则获得胜利.现有甲、乙两人进行乒乓球比赛.

(1)已知某局比赛中双方比分为8：8，此时甲先连续发球2次，然后乙连续发球2次，甲发球时甲得分的概率为 $\frac{3}{4}$，乙发球时乙得分的概率为 $\frac{2}{3}$，各球的结果相互独立，求该局比赛乙以11：9获胜的概率；

(2)已知在某场比赛中，第一局甲获胜，在后续比赛中，每局比赛甲获胜的概率为 $\frac{3}{5}$，乙获胜的概率为 $\frac{2}{5}$，且每局比赛的结果相互独立.两人又进行了X局比赛后比赛结束，求X的分布列与数学期望.

19.(12分)

已知函数 $f\left(x\right)=eˣ−ax(a\in R,$e为自然对数的底数), g(x)=2ln(x+l)-x.

(1)讨论f(x)的单调性;

(2)若a<e,证明:当x>0时, f(x)>g(x)+1-2ln2.

20.(12分)

某技术工厂有25周岁以上(含25周岁)工人300名，25周岁以下工人200名.为研究工人的日平均生产量是否与年龄有关，现采用分层抽样的方法，从中抽取了 100名工人，先统计了他们某月的日平均生产件数，然后按工人年龄在“25周岁以上(含25周岁)”和“25周岁以下”分为两组，再将两组工人的日平均生产件数分成5组： [50，60)，[60，70)，[70,80), [80,90), [90,100]分别加以统计,得到如图所示的频率分布直方图：



(1)从样本中日平均生产件数不足60件的工人中随机抽取2人，求至少抽到一名“25周岁以下组”工人的概率.

 (2)规定日平均生产件数不少于 80件者为“生产技术能手”，请你根据已知条件完成以下2×2列联表，并判断是否有90%的把握认为“生产技术能手与工人所在的年龄组有关”.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 25周岁以上 | 25周岁以下 |
| 生产技术能手 |  |  |
| 非生产技术能手 |  |  |

(3)以样本中的频率作为概率，为了更好地了解该工厂工人日均生产量情况，从该厂随机抽取 20名工人进行一次日均生产量分析，若这 20名工人中有k名工人本次日均生产量在[80,90)之间的概率为Pₖ(0≤k≤20, k∈Z),求Pₖ取得最大值时k的值.

附: $χ^{2}=\frac{n\left(ad−bc\right)^{2}}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)}$

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P(x²≥k) | 0.1 | 0.05 | 0.01 | 0.005 | 0.001 |
| k | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

21.(12分)

记数列{an}的前n项和为Sn，已知a1$=2,\{3aₙ−2Sₙ\}$是公差为 2的等差数列.

(1)求{an}的通项公式;

(2)若 $b\_{n}=\frac{2n}{a\_{n}},$数列{bₙ}的前n项和为Tn,求证: $Tₙ<2.$

22.(12分)

已知函数f(x)=2cosx+ln(1+x)-1.

(1)判断函数f(x)在区间$\left(\frac{π}{2}\right)$上零点和极值点的个数，并给出证明；

(2)若x≥0时,不等式f(x)≤ax+1恒成立,求实数a的取值范围.