天一大联考
2022—2023 学年(下)高一年级期末考试
数学(专版)答案

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

1. 答案　B

命题意图　本题考查复数的基本运算.

解析　$z=\dfrac{4-2i}{i}=-2-4i$,所以$|z|=2\sqrt{5}$.

2. 答案　D

命题意图　本题考查象限角的概念及诱导公式的应用.

解析　$\sin 135°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,$\cos 225°=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,则点 A 在第四象限,再由 $\tan\alpha=\dfrac{\cos 225°}{\sin 135°}=-1$,可得 $\alpha=315°$.

3. 答案　A

命题意图　本题考查平面向量的坐标运算.

解析　$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}=(6,2\lambda+4)$,$2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(6,\lambda+8)$,且$(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})/\!/(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$,$\therefore 6\times(\lambda+8)-(2\lambda+4)\times 6=0$,解得 $\lambda=4$.

4. 答案　C

命题意图　本题考查空间位置关系的判断.

解析　对于①,垂直于同一条直线的两个平面平行,所以①正确;对于②,若 $m\perp\beta,\alpha\perp\beta$,则 $m\subset\alpha$ 或 $m/\!/\alpha$,所以②错误;对于③,β 可能与 α 相交,故③错误;对于④,$\alpha\cap\beta=l,m/\!/l$,则 m 至少与 α,β 中的一个平行,故④正确.

5. 答案　A

命题意图　本题考查与复数有关的新定义问题.

解析　由题意可知,$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)^4=\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)^4=(e^{\frac{\pi}{4}i})^4=e^{\pi i}=\cos\pi+i\sin\pi=-1$.

6. 答案　B

命题意图　本题考查圆台的结构特征及相关计算.

解析　设圆台的上底面半径为 r,下底面半径为 R,则 $2\pi r=2\pi$,$2\pi R=6\pi$,所以 $r=1,R=3$,且圆台的母线长为 $6-2=4$,圆台的高为 $\sqrt{4^2-(3-1)^2}=2\sqrt{3}$. 所以圆台的体积为$\dfrac{1}{3}\pi\times(1^2+3^2+3)\times 2\sqrt{3}=\dfrac{26\sqrt{3}}{3}\pi$.

7. 答案　C

命题意图　本题考查三角函数的图象变换.

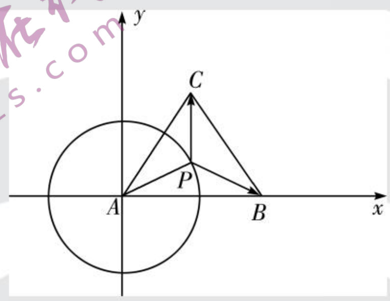
解析　因为点 $P\left(\dfrac{\pi}{4},t\right)$在函数 $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$的图象上,所以 $t=\sin\left(2\times\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,又点 $Q\left(\dfrac{\pi}{4}+k,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$在函数 $y=\cos 2x$ 的图象上,所以$\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\cos 2\left(\dfrac{\pi}{4}+k\right)$,则 $2\left(\dfrac{\pi}{4}+k\right)=2m\pi+\dfrac{\pi}{6}$或 $2\left(\dfrac{\pi}{4}+k\right)=$

$2m\pi-\frac{\pi}{6},m\in\mathbf{Z}$,得 $k=m\pi-\frac{\pi}{6}$ 或 $k=m\pi-\frac{\pi}{3},m\in\mathbf{Z}$. 又 $k>0$,故 k 的最小值为 $\frac{2\pi}{3}$.

8. **答案** C

命题意图 本题考查三角形与平面向量的综合.

解析 $\because A,B,C\in(0,\pi)$,$\therefore A-B\in(-\pi,\pi)$,$B-C\in(-\pi,\pi)$,$C-A\in(-\pi,\pi)$,可得 $\cos(A-B)\in(-1,1]$,$\cos(B-C)\in(-1,1]$,$\cos(C-A)\in(-1,1]$,若 $\cos(A-B)\cos(B-C)\cos(C-A)=1$,则 $\cos(A-B)=1$,$\cos(B-C)=1$,$\cos(C-A)=1$,可得 $A-B=0$,$B-C=0$,$C-A=0$,即 $A=B=C$,即 $\triangle ABC$ 是等边三角形. 如图所示,以 A 为坐标原点,AB 所在直线为 x 轴建立平面直角坐标系,$\because AB=2$,$\therefore B(2,0)$,$C(1,\sqrt{3})$. 由题意设 $P(\cos\theta,\sin\theta)(0\leqslant\theta<2\pi)$,则 $\overrightarrow{PB}=(2-\cos\theta,-\sin\theta)$,$\overrightarrow{PC}=(1-\cos\theta,\sqrt{3}-\sin\theta)$,$\therefore\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=(2-\cos\theta)(1-\cos\theta)-\sin\theta(\sqrt{3}-\sin\theta)=2-3\cos\theta+\cos^2\theta-\sqrt{3}\sin\theta+\sin^2\theta=3-2\sqrt{3}\cos\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$. $\because 0\leqslant\theta<2\pi$,$\therefore -\frac{\pi}{6}\leqslant\theta-\frac{\pi}{6}<\frac{11\pi}{6}$,$\cos\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)\in[-1,1]$,可得 $3-2\sqrt{3}\cos\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)\in[3-2\sqrt{3},3+2\sqrt{3}]$.



二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 每小题全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. **答案** AC

命题意图 本题考查复数的综合运算.

解析 对于 A,若 $z_1=\bar{z}_2$,则 z_1 和 z_2 互为共轭复数,所以 $\bar{z}_1=z_2$,故 A 正确;

对于 B,若 $z_1+z_2\in\mathbf{R}$,则 z_1 与 z_2 的虚部互为相反数,故 B 错误;

对于 C,若 $z_1z_2=0$,则 $|z_1z_2|=|z_1|\cdot|z_2|=0$,所以 $|z_1|=0$ 或 $|z_2|=0$,可得 $z_1=0$ 或 $z_2=0$,故 C 正确;

对于 D,取 $z_1=1,z_2=\mathrm{i}$,可得 $z_1^2+z_2^2=1-1=0$,故 D 错误.

10. **答案** BD

命题意图 本题考查平面向量的应用.

解析 对于 A,由已知可得 $\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{a}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$,在正方形 $ABCD$ 中可得 $|\overrightarrow{AC}|=2\sqrt{2}$,故 A 错误;

对于 B,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos 45^\circ=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2$,故 B 正确;

对于 C,$\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量的模为 $\frac{|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{b}|}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,故 C 错误;

对于 D,$(\boldsymbol{b}-4\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}^2-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,又 $\boldsymbol{b}-4\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 均不是零向量,所以 $(\boldsymbol{b}-4\boldsymbol{a})\perp\boldsymbol{b}$,故 D 正确.

11. **答案** ABD

命题意图 本题考查三角函数的图象与性质.

解析 对于 A,由题意可知,$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)$,由题意知 $x=\frac{\pi}{3}$ 是函数 $f(x)$ 的一个最值

点，即$\frac{\pi}{3}\omega-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，得 $\omega=2+3k,k\in\mathbf{Z}$，又 $f(x)$ 在$\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$上单调递增，所以$\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}\geqslant\frac{\pi}{4}$，所以 $\omega\leqslant4$，综上可知 $\omega=2$，则 $f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，故 A 正确；

对于 B，令 $2x-\frac{\pi}{6}=k\pi-\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，解得 $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$，即 $f(x)$ 的图象的对称轴方程为 $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$，故 B 正确；

对于 C，$-\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{4}\Rightarrow-\frac{2\pi}{3}\leqslant2x-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{\pi}{3}$，函数 $y=2\sin x$ 在$\left[-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$上的最大值为$\sqrt{3}$，故 C 错误；

对于 D，将 $f(x)$ 的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度所得图象对应的函数为 $f\left(x+\frac{\pi}{12}\right)=2\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)-\frac{\pi}{6}\right]=2\sin 2x$，即函数 $f\left(x+\frac{\pi}{12}\right)$为奇函数，故 D 正确.

12. **答案** ACD

命题意图 本题考查立体几何中的相关计算.

解析 对于 A，由已知得 $AA_1\perp$ 平面 ABP，$PB\subset$ 平面 APB，所以 $AA_1\perp PB$，又因为 AB 是底面圆的直径，P 在圆周上，所以 $BP\perp AP$，又 $A_1A\cap AP=A$，所以 $PB\perp$ 平面 A_1AP，故 A 正确；

对于 B，因为 $AA_1\perp$ 平面 ABP，所以直线 A_1P 与平面 ABP 所成的角为 $\angle A_1PA$，计算易得 $\angle PAO=30°$，所以 $PB=1$，$PA=\sqrt{3}$，$AA_1=3$，故 $\tan\angle APA_1=\frac{AA_1}{AP}=\sqrt{3}$，故直线 A_1P 与平面 ABP 所成的角的正切值为$\sqrt{3}$，故 B 错误；

对于 C，连接 B_1P，由已知得 $AB\parallel A_1B_1$，所以直线 A_1P 与直线 AB 所成的角为 $\angle B_1A_1P$，在 $\triangle A_1B_1P$ 中，$A_1P=\sqrt{AP^2+A_1A^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+3^2}=2\sqrt{3}$，$B_1P=\sqrt{BP^2+B_1B^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，所以 $\cos\angle B_1A_1P=\frac{2^2+(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{10})^2}{2\times2\times2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，故 C 正确；

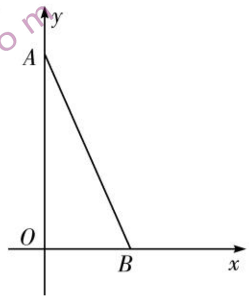
对于 D，设点 A 到平面 A_1PB 的距离为 h，则 $V_{A-A_1PB}=V_{A_1-APB}$，即$\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle A_1PB}\cdot h=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle APB}\cdot AA_1$，又 $S_{\triangle APB}=\frac{1}{2}AP\cdot BP=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$S_{\triangle A_1PB}=\frac{1}{2}A_1P\cdot PB=\sqrt{3}$，所以 $h=\frac{3}{2}$，故 D 正确.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. **答案** $\sqrt{2}$

命题意图 本题考查斜二测画法的基本概念.

解析 根据题意可得 $O'A'=\sqrt{2}$，在 $\triangle ABO$ 中，$OB=O'B'=1$，$OA=2O'A'=2\sqrt{2}$，所以 $\triangle ABO$ 的面积为 $S=\frac{1}{2}\times1\times2\sqrt{2}=\sqrt{2}$.



14. 答案 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

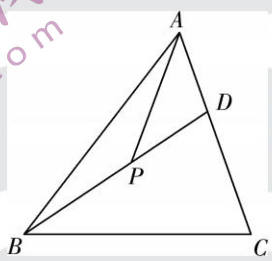
命题意图 本题考查三角恒等变换.

解析 由$\begin{cases}\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{1}{3},\\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1,\end{cases}$ 得 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}$, $\cos\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}$, 所以 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha-\sin\alpha)=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

15. 答案 $\left(-1,\frac{1}{3}\right)$

命题意图 本题考查平面向量的性质.

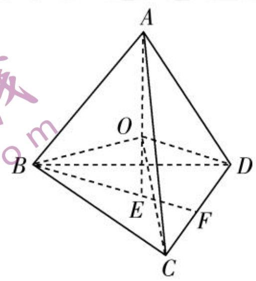
解析 如图, $\because \overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{AD}$, $\therefore \overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AD}$, $\therefore \overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+3y\overrightarrow{AD}$. $\because B,P,D$ 三点共线, $\therefore x+3y=1$, $\because x>0$, $\therefore y=\frac{1}{3}(1-x)<\frac{1}{3}$, $\therefore 0<y<\frac{1}{3}$, $\therefore y-x=y-(1-3y)=4y-1\in\left(-1,\frac{1}{3}\right)$.



16. 答案 $\frac{\pi}{3}a^2$

命题意图 本题考查多面体与球相切的有关计算问题.

解析 如图所示,设 O 为大球的球心,大球的半径为 R,大正四面体的底面中心为 E,棱长为 a,高为 h,CD 的中点为 F,连接 OA,OB,OC,OD,OE,BF,则 $BE=\frac{2}{3}BF=\frac{\sqrt{3}}{3}a$,正四面体的高 $h=AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}a$. 因为 $V_{正四面体}=4V_{O-ABC}$,所以 $\frac{1}{3}\times S_{\triangle ABC}h=4\times\frac{1}{3}\times S_{\triangle ABC}\times R$,所以 $R=\frac{1}{4}h=\frac{\sqrt{6}}{12}a$. 设小球的半径为 r,小球也可看作一个小的正四面体的内切球,且小正四面体的高 $h_{小}=h-2R=\frac{\sqrt{6}}{6}a$,所以 $r=\frac{1}{4}h_{小}=\frac{\sqrt{6}}{24}a=\frac{R}{2}$. 故该模型中 5 个球的表面积之和为 $4\pi R^2+4\times4\pi r^2=8\pi R^2=8\pi\times\frac{6}{144}a^2=\frac{\pi}{3}a^2$.



四、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. 命题意图 本题考查复数的运算和几何意义.

解析 (Ⅰ)由 $z+5\text{i}=m+(9-m^2)\text{i}$ 为实数,可得 $9-m^2=0$, …………………………………………… (2 分)

解得 $m=\pm3$,因为 $m>0$,所以 $m=3$. ……(3 分)

所以 $z=3-5i$. ……(4 分)

(Ⅱ)由(Ⅰ)可知 $\bar{z}=3+5i$, ……(6 分)

所以 $z_1=\bar{z}(a+i)=(3+5i)(a+i)=(3a-5)+(5a+3)i$, ……(7 分)

因为 z_1 在复平面内对应的点在第二象限,

所以 $\begin{cases}3a-5<0,\\5a+3>0,\end{cases}$ ……(8 分)

解得 $-\frac{3}{5}<a<\frac{5}{3}$,即实数 a 的取值范围为 $\left(-\frac{3}{5},\frac{5}{3}\right)$. ……(10 分)

18. **命题意图** 本题考查面面平行的证明以及棱锥体积的计算.

解析 (Ⅰ)因为 $EF/\!/AD$,$EF=\frac{1}{2}AD=2$,M 是 AD 的中点,

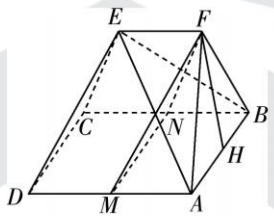
所以 $EF/\!/DM$,且 $EF=DM$,所以四边形 $DEFM$ 是平行四边形,从而 $MF/\!/DE$. ……(2 分)

因为 $MF\not\subset$ 平面 ECD,$DE\subset$ 平面 ECD,所以 $MF/\!/$ 平面 ECD. ……(4 分)

同理 $NF/\!/$ 平面 ECD,

又 $MF\cap NF=F$,所以平面 $NMF/\!/$ 平面 ECD. ……(6 分)

(Ⅱ)设 AB 的中点为 H,连接 FH,则 $FH\perp AB$.



因为平面 $ABF\perp$ 平面 $ABCD$,平面 $ABF\cap$ 平面 $ABCD=AB$,$FH\subset$ 平面 ABF,所以 $FH\perp$ 平面 $ABCD$, ……(7 分)

因为 $EF/\!/AD$,$EF\not\subset$ 平面 $ABCD$,所以 $EF/\!/$ 平面 $ABCD$, ……(8 分)

所以 E 到平面 $ABCD$ 的距离为 $FH=2\sqrt{3}$, ……(10 分)

所以 $V_{E-ABCD}=\frac{1}{3}\times(4\times4)\times2\sqrt{3}=\frac{32\sqrt{3}}{3}$. ……(12 分)

19. **命题意图** 本题考查三角恒等变换和三角函数的性质.

解析 (Ⅰ)$f(x)=2\cos x\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ……(1 分)

$=2\cos x\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\sin x\cos x+\sqrt{3}\cos^2x-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ……(3 分)

$=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$

$=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$. ……(6 分)

所以 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$. ……(8 分)

(Ⅱ)由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$,

解得 $-\frac{5\pi}{12}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$.

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{5\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{12}+k\pi\right],k\in\mathbf{Z}$. ……(12 分)

20. **命题意图** 本题考查正、余弦定理的应用.

解析 (Ⅰ)由 $\frac{a-b+c}{c}=\frac{b}{a+b-c}$ 整理可得 $bc=b^2+c^2-a^2$, ……(1 分)

由余弦定理可得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{bc}{2bc}=\frac{1}{2}$, ……(3 分)

又 $0<A<\pi$,$\therefore A=\frac{\pi}{3}$. ……(5 分)

(Ⅱ)由 $b-c=\frac{\sqrt{3}}{3}a$ 及正弦定理,可得 $\sin B-\sin C=\frac{\sqrt{3}}{3}\sin A=\frac{1}{2}$, ……(7 分)

$\therefore \sin B-\sin\left(\frac{2\pi}{3}-B\right)=\sin B-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B-\frac{1}{2}\sin B=\frac{1}{2}\sin B-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B=\sin\left(B-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$, ……(10 分)

$\because B\in\left(0,\frac{2\pi}{3}\right)$,$\therefore B-\frac{\pi}{3}\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$,$\therefore B-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}$, ……(11 分)

$\therefore B=\frac{\pi}{2}$,即 $\triangle ABC$ 是直角三角形. ……(12 分)

21. **命题意图** 本题考查空间几何体的结构特征以及相关计算.

解析 (Ⅰ)$\because OO_1=5$ dm,$\therefore PO_1=2$ dm. ……(2 分)

$\therefore$ 玻璃罩的容积 $V=\frac{1}{3}\times 6^2\times 2+6^2\times 5=24+180=204(\mathrm{dm}^3)=204(\mathrm{L})$. ……(4 分)

(Ⅱ)连接 A_1O_1,设 $PO_1=x$ dm$(0<x<4)$,

则 $O_1O=\frac{5}{2}x$ dm,$A_1O_1=\sqrt{16-x^2}$ dm,$A_1B_1=\sqrt{2}\sqrt{16-x^2}$ dm, ……(6 分)

$\therefore$ 正四棱柱的侧面积 $S=4\cdot\frac{5}{2}x\cdot\sqrt{2}\sqrt{16-x^2}=10\sqrt{2}\sqrt{(16-x^2)x^2}$. ……(8 分)

$\because S\leqslant 10\sqrt{2}\times\frac{x^2+16-x^2}{2}=80\sqrt{2}$, ……(10 分)

当且仅当 $x=\sqrt{16-x^2}$,即 $x=2\sqrt{2}$ 时,取等号. ……(11 分)

$\therefore$ 当 $PO_1=2\sqrt{2}$ dm 时,正四棱柱侧面积最大,最大为 $80\sqrt{2}$ dm^2. ……(12 分)

22. **命题意图** 本题考查三角函数的图象与性质.

解析 (Ⅰ)由题可知 $f(0)=2\sin\varphi+1=\sqrt{3}+1$,所以 $\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

又 $\frac{\pi}{2}<\varphi<\pi$,所以 $\varphi=\frac{2\pi}{3}$. ……(2 分)

根据"五点法",可知 $\frac{5\omega\pi}{12}+\frac{2\pi}{3}=\frac{3\pi}{2}$,

则 $\omega=2$,$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)+1$. ……(4 分)

(Ⅱ)函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$. ……………………………………………………… (5分)

函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上有且仅有10个零点,即方程 $\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$ 在 $[a,b]$ 上有且仅有10个解,

即直线 $y=-\frac{1}{2}$ 与 $y=\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$ 的图象在 $[a,b]$ 上有且仅有10个交点.

由 $2x+\frac{2\pi}{3}=2k\pi+\frac{7\pi}{6}$ 或 $2x+\frac{2\pi}{3}=2k\pi+\frac{11\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$,解得 $x=k\pi+\frac{\pi}{4}$ 或 $x=k\pi+\frac{7\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$,

一个周期内的交点中,两个交点的距离中最小的为 $\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{3}$, ……………………………………… (7分)

当交点正好跨过5个波谷,即跨过4个整周期和1个波谷时,$b-a$ 取得最小值,

即 $b-a$ 的最小值为 $4\times\pi+\frac{\pi}{3}=\frac{13\pi}{3}$. ……………………………………………………………… (8分)

(Ⅲ)由 $x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{12}\right]$,得 $2x+\frac{2\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right]$,所以 $\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)\in\left[\frac{1}{2},1\right]$,得 $f(x)\in[2,3]$. …… (10分)

令 $t=f(x)$,则 $t\in[2,3]$,令 $\varphi(t)=t^2-mt-2$,

$\because \varphi(t)\leqslant 0$ 在 $[2,3]$ 上恒成立,$\therefore$ 只需 $\varphi(2)\leqslant 0$ 且 $\varphi(3)\leqslant 0$ 即可,

即 $4-2m-2\leqslant 0$ 且 $9-3m-2\leqslant 0$,

解得 $m\geqslant\frac{7}{3}$,即 m 的取值范围是 $\left[\frac{7}{3},+\infty\right)$. ……………………………………………………… (12分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。