

# 2023 年普通高校招生考试冲刺压轴卷(一)

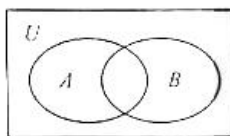
## 理科数学

### 注意事项:

1. 本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
3. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 回答选考题时,考生须按照题目要求作答,并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并收回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 如图,已知全集  $U=\mathbb{R}$ ,集合  $A=\{2,3,5,6,7,8\}$ , $B=\{x|x^2-3x-10>0\}$ ,  
则图中阴影部分表示的集合中,所包含元素的个数为



- A. 1  
B. 2  
C. 3  
D. 4

2. 已知复数  $z = \frac{4+3i}{2-i} - i$ , 则  $z\bar{z} =$

- A.  $1+i$   
B. 2  
C.  $1+2i$   
D. 5

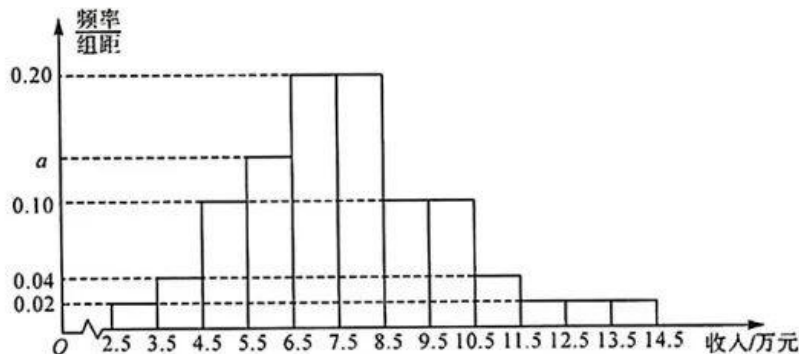
3. 已知函数  $f(x) = x^3 - bx - a$  ( $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$ ), 若  $f(-1) + f(1) = 3$ , 则  $a =$

- A. -2  
B.  $-\frac{5}{4}$   
C.  $-\frac{3}{2}$   
D.  $\frac{2}{3}$

4. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = -50, d = 3$ . 则数列  $\{a_n\}$  中负数项的个数为

- A. 13  
B. 15  
C. 17  
D. 19

5. 2022 年 4 月 10 日,《中共中央国务院关于加快建设全国统一大市场的意见》发布,某公司为适应市场变化,加强公司竞争力,对去年的各个产品的收入进行了统计,得到如下频率分布直方图,则  $a =$



- A. 0.14  
B. 0.15  
C. 0.16  
D. 0.17

【冲刺压轴卷(一)·理科数学 第 1 页(共 4 页)】

6. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{\sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta} =$

A. 2

B.  $\frac{5}{2}$

C. 3

D.  $\frac{7}{2}$

7. “云南十八怪”中第二怪“摘下斗笠当锅盖”，是指云南以江鞭草、山锅盖草、斑茅草和嫩竹箴片、箴丝编织成锅盖，形似斗笠，用斗笠锅盖做饭煮菜，透气保温，做出来的饭菜清香可口。如图，斗笠锅盖可以近似看作为一个圆锥，若一个斗笠锅盖的侧面展开图是一个母线长为 50 cm，弧长为  $60\pi$  cm 的扇形，则该斗笠锅盖的体积约为

A.  $7250\pi \text{ cm}^3$

B.  $3000\sqrt{13}\pi \text{ cm}^3$

C.  $12000\pi \text{ cm}^3$

D.  $6000\sqrt{13}\pi \text{ cm}^3$



8. 若函数  $f(x) = ax^2 + 2x + b (a > 0)$  与  $x$  轴只有一个交点，则  $\frac{4}{a} + \frac{1}{b}$  的最小值为

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

9. 已知  $x = e \log_2 3$ ,  $y = 3 \log_2 e$ ,  $z = 3 \log_2 \pi$ , 则

A.  $x > y > z$

B.  $x > z > y$

C.  $z > x > y$

D.  $z > y > x$

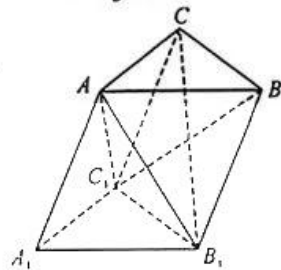
10. 如图，在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中，以顶点  $A_1$  为端点的三条棱长均为 1，且  $\angle AA_1C_1 = \angle AA_1B_1 = \angle B_1A_1C_1 = 60^\circ$ ，则下列结论错误的是

A.  $\triangle AB_1C_1$  为等边三角形

B. 四边形  $BCC_1B_1$  的面积为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C.  $B_1C \perp$  平面  $ABC_1$

D. 三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的体积为  $\frac{\sqrt{2}}{4}$



11. 设函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0$ ,  $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示

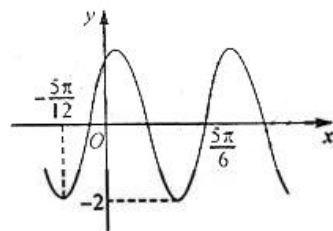
示. 若  $f(\alpha) = \sqrt{3}$ , 则  $\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{6}\right) =$

A.  $-\sqrt{3}$

B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D.  $\sqrt{3}$



12. 已知双曲线  $C: x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 直线  $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + m$  经过点  $F_1$ ,

分别交其左、右两支于  $A, B$  两点, 且  $|AF_2| = |BF_2|$ , 则该双曲线的离心率为

A.  $\sqrt{2}$

B.  $\sqrt{3}$

C. 2

D.  $2\sqrt{3}$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量  $a, b$  的夹角的余弦值为  $\frac{1}{4}$ ,  $|a| = 2$ ,  $|b| = 4$ , 则  $a \cdot (b - a) =$  \_\_\_\_\_.

14.  $\left(32 + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)^5$  的展开式中常数项为 \_\_\_\_\_.

15. 已知  $S_n$  为等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 且  $S_5 = 6$ ,  $S_{10} = 15$ , 则  $a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ , 直线  $l: y = kx (k \neq 0)$  交椭圆  $C$  于  $A, B$  两点, 过点  $B$  作直线  $l$  的垂线

交椭圆  $C$  于另外一点  $D$ . 若直线  $AD, BD$  的斜率之和为  $\frac{3}{4}$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

【冲刺压轴卷(一)·理科数学 第 2 页(共 4 页)】

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ， $\sin^2 C = \sin B(\sin A + \sin B)$ ，且  $a = 2b$ 。

(1) 求  $C$  的大小；

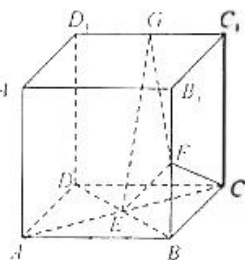
(2) 若  $a = 2$ ， $CD$  平分  $\angle ACB$  交  $AB$  于点  $D$ ，求  $CD$  的长。

18. (本小题满分 12 分)

如图，在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $E$  为  $AC$  与  $BD$  的交点， $F$  为棱  $BB_1$  的中点， $G$  为  $C_1D_1$  上的动点。

(1) 证明： $CF \perp EG$ ；

(2) 当平面  $BCC_1B_1$  与平面  $EGF$  所成的锐二面角最小时，求  $\frac{C_1G}{D_1G}$  的值。



19. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = ae^x - x (a \neq 0)$ 。

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性；

(2) 当  $a = 1$  时，证明： $f(x) > 2\ln x - 2x + 3$ 。



20. (本小题满分 12 分)

一对夫妻计划进行为期两个月的远途自驾游,游玩 60 天后返回.已知两人均能驾驶车辆,且约定:来源:高三答案公众号

①在任意一天的旅途中,全天只由其中一人驾车,另一人休息;②若前一天由丈夫驾车,则下一天继续由丈夫驾车的概率为  $\frac{1}{4}$ ,由妻子驾车的概率为  $\frac{3}{4}$ ;③妻子不能连续两天驾车.已知第一天夫妻双方驾车的概率均为  $\frac{1}{2}$ .

- (1)求在刚开始的三天中,妻子驾车天数的概率分布列和数学期望;  
(2)设在第  $n$  天时,由丈夫驾车的概率为  $p_n$ ,求数列  $\{p_n\}$  的通项公式.

21. (本小题满分 12 分)

已知点  $P(-1,2)$  到抛物线  $C:y^2=2px(p>0)$  的焦点的距离为  $2\sqrt{2}$ ,过点  $P$  的直线与抛物线  $C$  交于  $A,B$  两点,过点  $A$  作斜率为 1 的直线交抛物线于另一点  $D$ .

- (1)求抛物线  $C$  的标准方程;  
(2)求证:直线  $BD$  过定点,并求出定点坐标.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中,直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x=t+1 \\ y=2t \end{cases}$  ( $t$  为参数),以坐标原点为极点,

$x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系,圆  $C$  的极坐标方程为  $\rho=4\cos\theta+2\sin\theta$ .

- (1)求直线  $l$  的普通方程和圆  $C$  的直角坐标方程;  
(2)设  $M(1,0)$ ,直线  $l$  与圆  $C$  的交点为  $A,B$ ,求  $|MA| \cdot |MB|$  的值.

23. (本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知函数  $f(x)=|x+1|+2|x|$ .

- (1)求不等式  $f(x)\geq 2$  的解集;  
(2)设  $f(x)$  的最小值为  $m$ .若正实数  $a,b,c$  满足  $a+b+2c=m$ ,求  $a^2+b^2+c^2$  的最小值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw