

## 高三数学考试参考答案(文科)

1. B 【解析】本题考查集合的交集,考查数学运算的核心素养.

由题意可得  $A = \{x | x \leq 1\}$ , 则  $A \cap B = \{-2, -1, 0, 1\}$ .

2. C 【解析】本题考查复数的运算,考查数学运算的核心素养.

因为  $z = (1+i)(1-2i) = 1-2i+i-2i^2 = 3-i$ , 所以  $|z| = \sqrt{10}$ .

3. C 【解析】本题考查椭圆,考查直观想象的核心素养.

由题意可得  $a^2 = 2b^2$ , 即  $m+8 = 2(m-1)$ , 解得  $m=5$ , 则  $a=2\sqrt{2}$ , 故椭圆  $C$  的长轴长是  $4\sqrt{2}$ .

4. A 【解析】本题考查函数的奇偶性,考查数学抽象的核心素养.

由题意可得  $f(x+1) = 2(x+1)^2 + a(x+1) + 2 = 2x^2 + (a+4)x + a+4$ . 因为  $f(x+1)$  是偶函数, 所以  $a+4=0$ , 解得  $a=-4$ .

5. D 【解析】本题考查抽样方法,考查数据分析的核心素养.

由题意可知得到的样本编号依次为 12, 06, 01, 16, 19, 10, 07, 44, 39, 38, 则得到的第 8 个样本编号是 44.

6. B 【解析】本题考查等比数列的性质,考查数学运算的核心素养.

因为  $a_1 + a_3 = 2$ ,  $a_2 + a_4 = 18$ , 所以  $q^1 - \frac{a_1 + a_3}{a_1 + a_3} = 0$ , 解得  $q = 3$ , 则  $a_5 + a_6 = (a_1 + a_2)q^3 = 6$ .

7. C 【解析】本题考查导数的应用,考查逻辑推理的核心素养.

设  $g(x) = e^{x-1} - x$ , 则  $g'(x) = e^{x-1} - 1$ . 当  $x \geq 1$  时,  $g'(x) \geq 0$ , 则  $g(x)$  在  $[1, +\infty)$  上单调递增, 故当  $x \geq 1$  时,  $g(x) \geq g(1) = 0$ , 即  $e^{x-1} \geq x$ , 当且仅当  $x=1$  时, 等号成立. 设  $h(x) = x - \ln x - 1$ , 则  $h'(x) = 1 - \frac{1}{x}$ . 当  $x \geq 1$  时,  $h'(x) \geq 0$ , 则  $h(x)$  在  $[1, +\infty)$  上单调递增, 故当  $x \geq 1$  时,  $h(x) \geq h(1) = 0$ , 即  $x-1 \geq \ln x$ , 当且仅当  $x=1$  时, 等号成立. 综上,  $e^{x-1} - \ln x \geq 1$ , 即  $a \leq 1$ .

8. D 【解析】本题考查数学文化与概率,考查逻辑推理的核心素养.

设正方形的边长 1, 较小的角为  $\theta$ , 则中间小正方形的边长为  $\cos \theta - \sin \theta$ . 由题意可得  $(\cos \theta - \sin \theta)^2 = \frac{9}{17}$ , 解得  $\sin \theta = \frac{\sqrt{17}}{17}$ .

9. C 【解析】本题考查函数的奇偶性,考查逻辑推理的核心素养.

由题意可知  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增,  $f(1) = 3$ , 且  $f(x) > 0$ , 则不等式  $x[|f(x)| - 3] > 0$

等价于  $\begin{cases} x > 0, \\ f(x) - 3 > 0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x < 0, \\ -f(x) - 3 < 0, \end{cases}$  解得  $x > 1$  或  $-1 < x < 0$ .

10. A 【解析】本题考查三角函数的图象与性质,考查数形结合的数学思想.

由题意可得  $f(x) = \cos 2\omega x + \sqrt{3} \sin 2\omega x = 2\sin(2\omega x + \frac{\pi}{6})$  ( $\omega > 0$ ). 因为  $x \in [0, \pi]$ , 所以  $2\omega x$

$+\frac{\pi}{6} \in [\frac{\pi}{6}, 2\pi\omega + \frac{\pi}{6}]$ , 则  $3\pi \leq 2\pi\omega + \frac{\pi}{6} < 4\pi$ , 解得  $\frac{17}{12} \leq \omega < \frac{23}{12}$ .

11. C 【解析】本题考查双曲线的离心率,考查直观想象的核心素养.

由题意可知  $\angle NF_1O=60^\circ, \angle ONF_1=90^\circ, |OF_1|=c$ , 则  $|NF_1|=\frac{1}{2}c$ . 因为  $\overrightarrow{MN}=5\overrightarrow{NF_1}$ , 所以  $|MN|=\frac{5}{2}c$ , 所以  $|MF_1|=3c$ , 则  $|MF_2|=3c-2a$ . 在  $\triangle MF_1F_2$  中, 由余弦定理可得  $|MF_2|^2=|MF_1|^2+|F_1F_2|^2-2|MF_1|\cdot|F_1F_2|\cos\angle MF_1F_2$ , 即  $(3c-2a)^2=(3c)^2+(2c)^2-2\times 3c\times 2c\times\frac{1}{2}$ , 整理得  $c^2-6ac+2a^2=0$ , 即  $e^2-6e+2=0$ , 解得  $e=3+\sqrt{7}$ .

12. B 【解析】本题考查三棱锥的外接球,考查直观想象和数学建模的核心素养.

设  $AB=x$ , 则  $PA=6-x$ , 故三棱锥  $P-ABC$  的体积  $V=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot PA=\frac{1}{6}x^2(6-x)=-\frac{1}{6}x^3+x^2$ . 设  $f(x)=-\frac{1}{6}x^3+x^2(0<x<6)$ , 则  $f'(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x(0<x<6)$ . 由  $f'(x)>0$ , 得  $0<x<4$ , 由  $f'(x)<0$ , 得  $4<x<6$ , 则  $f(x)$  在  $(0,4)$  上单调递增, 在  $(4,6)$  上单调递减, 从而  $f(x)_{\max}=f(4)=\frac{16}{3}$ , 即三棱锥  $P-ABC$  体积的最大值是  $\frac{16}{3}$ , 此时  $x=4$ , 即  $AB=AC=4, PA=2$ . 因为  $PA\perp$  平面  $ABC, AB\perp AC$ , 所以三棱锥  $P-ABC$  外接球的半径  $R=\sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2+\left(\frac{2}{2}\right)^2}=3$ . 则三棱锥  $P-ABC$  外接球的体积为  $\frac{4}{3}\pi R^3=36\pi$ .

13. 9 【解析】本题考查平面向量,考查数学运算的核心素养.

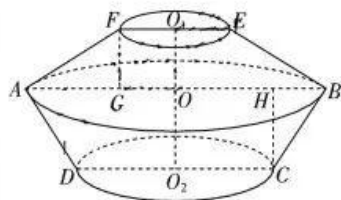
由题意可得  $ka+b=(k-2, 2k+3), a-b=(3, -1)$ , 则  $(ka+b)\cdot(a-b)=3(k-2)-(2k+3)=0$ , 解得  $k=9$ .

14. -2 【解析】本题考查线性规划,考查数形结合的数学思想.

画出可行域(图略), 当直线  $z=3x+y$  经过  $A(-1, 0)$  时,  $z$  取得最小值, 且最小值为 -2.

15.  $(84\sqrt{2}+64\sqrt{5})\pi$  【解析】本题考查数学文化与立体几何,考查直观想象的核心素养. 来源: 高三答案公众号

如图, 作  $FG\perp AB$ , 垂足为  $G$ , 作  $CH\perp AB$ , 垂足为  $H$ , 由题意可得  $O_1F=4, OA=10, O_2C=6$ , 则  $AG=6, BH=4$ . 由题意可知



$FG:CH=3:4$ , 则  $FG=6, CH=8$ , 从而  $AF=6\sqrt{2}, BC=4\sqrt{5}$ , 故该汝窑双耳罐的侧面积为  $\pi\cdot AF\cdot(O_1F+OA)+\pi\cdot BC\cdot(O_2C+OA)=(84\sqrt{2}+64\sqrt{5})\pi$  平方厘米.

16.  $\frac{22}{3}$  【解析】本题考查等差数列与不等式,考查化归与转化的数学思想.

因为  $a_{n+1}=(1+\frac{1}{n+1})a_n$ , 所以  $\frac{a_{n+1}}{n+2}=\frac{a_n}{n+1}$ , 所以数列  $\{\frac{a_n}{n+1}\}$  是常数列, 则  $\frac{a_n}{n+1}=\frac{a_3}{3+1}=1$ ,

从而  $a_n=n+1$ , 故  $S_n=\frac{n^2+3n}{2}$ . 因为  $2S_n+12\geq ka_n$  恒成立, 所以  $n^2+3n+12\geq k(n+1)$  恒成

立, 即  $k\leq\frac{n^2+3n+12}{n+1}$  恒成立. 设  $t=n+1$ , 则  $n=t-1$ , 从而  $\frac{n^2+3n+12}{n+1}=\frac{(t-1)^2+3(t-1)+12}{t}=\frac{t^2-2t+1+3t-3+12}{t}=\frac{t^2+t+10}{t}$

$\frac{(t-1)^2+3(t-1)+12}{t}=t+\frac{10}{t}+1$ . 当  $t=3$  时,  $t+\frac{10}{t}+1=\frac{22}{3}$ , 当  $t=4$  时,  $t+\frac{10}{t}+1=\frac{15}{2}$ . 因为  $\frac{22}{3}<\frac{15}{2}$ , 所以  $t+\frac{10}{t}+1$  的最小值是  $\frac{22}{3}$ , 即  $k\leq\frac{22}{3}$ .

17. 解: (1) 年龄在 40 周岁以上(含 40 周岁)的非“编织巧手”有 5 人, 年龄在 40 周岁以下的“编织巧手”有 6 人.

列联表如下, 来源: 高三答案公众号

	“编织巧手”	非“编织巧手”	总计
年龄 $\geq 40$ 岁	19	5	24
年龄 $< 40$ 岁	6	10	16
总计	25	15	40

..... 3分

由题中数据可得  $K^2 = \frac{40 \times (19 \times 10 - 6 \times 5)^2}{24 \times 16 \times 25 \times 15} = \frac{64}{9} \approx 7.111$ , ..... 5分

因为  $7.111 > 6.635$ , 所以有 99% 的把握认为是否是“编织巧手”与年龄有关. .... 6分

(2) 由题意可得这 6 人中年龄在 40 周岁以上(含 40 周岁)的有 2 人, 记为  $a, b$ ; 年龄在 40 周岁以下的有 4 人, 记为  $c, d, e, f$ . .... 7分

从这 6 人中随机抽取 2 人的情况有  $ab, ac, ad, ae, af, bc, bd, be, bf, cd, ce, cf, de, df, ef$ , 共 15 种. .... 9分

其中符合条件的情况有  $ac, ad, ae, af, bc, bd, be, bf$ , 共 8 种. .... 11分

故所求概率  $P = \frac{8}{15}$ . .... 12分

评分细则:

(1) 在第(1)问中, 直接补充完整  $2 \times 2$  列联表, 没有计算过程, 只要答案正确, 不扣分;

(2) 在第(2)问中, 算出 40 周岁以上(含 40 周岁)和 40 周岁以下的人数, 并用符号表示, 得 2 分, 求出总的基本事件和符合条件的基本事件的个数, 各得 2 分;

(3) 若用其他解法, 参照评分标准按步骤给分.

18. 解: (1) 因为  $5\cos 2B - 14\cos B = 7$ , 所以  $5(2\cos^2 B - 1) - 14\cos B - 7 = 0$ , ..... 1分

所以  $5\cos^2 B - 7\cos B - 6 = 0$ , 即  $(5\cos B + 3)(\cos B - 2) = 0$ , ..... 3分

解得  $\cos B = -\frac{3}{5}$ . .... 4分

因为  $0 < B < \pi$ , 所以  $\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{4}{5}$ . .... 6分

(2) 由余弦定理可得  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B = 41$ , 则  $b = \sqrt{41}$ . .... 8分

设  $\triangle ABC$  的边  $AC$  上的高为  $h$ .

因为  $\triangle ABC$  的面积  $S = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}bh$ , 所以  $h = \frac{ac\sin B}{b} = \frac{5 \times 2 \times \frac{4}{5}}{\sqrt{41}} = \frac{8\sqrt{41}}{41}$ . .... 10分

因为  $B$  是钝角, 所以当  $BD \perp AC$  时, 垂足在边  $AC$  上, 即  $BD$  的最小值是  $\frac{8\sqrt{41}}{41}$ . ..... 12 分

评分细则: 来源: 高三答案公众号

(1) 在第(1)问中, 求出  $\cos B = -\frac{3}{5}$ , 得 4 分, 没有说明  $0 < B < \pi$ , 不扣分;

(2) 在第(2)问中, 求出  $\triangle ABC$  的边  $AC$  上的高  $h = \frac{8\sqrt{41}}{41}$ , 累计得 10 分, 没有说明  $BD$  的最

小值是边  $AC$  上的高, 直接得出  $BD$  的最小值为  $\frac{8\sqrt{41}}{41}$ , 扣 1 分;

(3) 若用其他解法, 参照评分标准按步骤给分.

19. 解: (1) 由题意可得  $f'(x) = 1 + \sin x$ , 则  $f'(0) = 1$ . ..... 2 分

因为  $f(0) = -1$ , 所以所求切线方程为  $y + 1 = x$ , 即  $x - y - 1 = 0$ . ..... 4 分

(2) 由题意可得  $g(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \cos x + t$ , 则  $g'(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - \sin x$ .

设  $h(x) = g'(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - \sin x$ , 则  $h'(x) = x + 1 - \cos x$ .

设  $\varphi(x) = h'(x) = x + 1 - \cos x$ , 则  $\varphi'(x) = 1 + \sin x \geq 0$ .

故  $\varphi(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增, 即  $h'(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增. .... 6 分

因为  $h'(0) = 0$ , 所以当  $x < 0$  时,  $h'(x) < 0$ , 当  $x > 0$  时,  $h'(x) > 0$ .

则  $h(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上单调递减, 在  $(0, +\infty)$  上单调递增.

从而  $h(x) \geq h(0) = 0$ , 即  $g'(x) \geq 0$ .

故  $g(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增. .... 8 分

因为  $g(2\ln x) \leq g(ax)$ , 所以  $2\ln x \leq ax$ , 所以  $a \geq \frac{2\ln x}{x}$ . .... 9 分

设  $m(x) = \frac{2\ln x}{x}$ , 则  $m'(x) = \frac{2 - 2\ln x}{x^2}$ . .... 10 分

由  $m'(x) > 0$ , 得  $0 < x < e$ , 由  $m'(x) < 0$ , 得  $x > e$ ,

则  $m(x)$  在  $(0, e)$  上单调递增, 在  $(e, +\infty)$  上单调递减,

从而  $m(x) \leq m(e) = \frac{2}{e}$ . .... 11 分

故  $a \geq \frac{2}{e}$ , 即  $a$  的取值范围为  $[\frac{2}{e}, +\infty)$ . .... 12 分

评分细则:

(1) 在第(1)问中, 求导正确, 得 1 分, 直线方程没有写成一般式, 不扣分;

(2) 在第(2)问中, 判断出  $g(x)$  的单调性, 得 4 分, 求出  $m(x)$  的最大值, 累计得 11 分;

(3) 若用其他解法, 参照评分标准按步骤给分.

20. (1) 证明: 取  $AD$  的中点  $H$ , 连接  $EH, FH$ .

因为  $F, H$  分别是棱  $PA, AD$  的中点, 所以  $HF \parallel PD$ . .... 1 分

因为  $PDC \subset$  平面  $PCD, HF \not\subset$  平面  $PCD$ , 所以  $HF \parallel$  平面  $PCD$ . .... 2 分

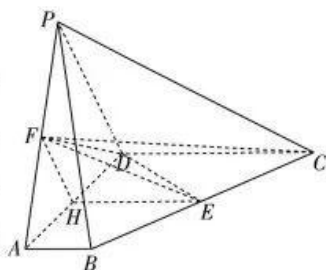
因为  $E, H$  分别是棱  $BC, AD$  的中点, 所以  $HE \parallel CD$ . ..... 3 分  
 因为  $CD \subset$  平面  $PCD, HE \not\subset$  平面  $PCD$ , 所以  $HE \parallel$  平面  $PCD$ . ..... 4 分  
 因为  $HE, HF \subset$  平面  $HEF$ , 且  $HE \cap HF = H$ , 所以平面  $HEF \parallel$  平面  $PCD$ . ..... 5 分  
 因为  $EF \subset$  平面  $HEF$ , 所以  $EF \parallel$  平面  $PCD$ . ..... 6 分

(2) 解: 由题意可得  $HF = 1, HE = 2, DF = \sqrt{2}, DE = \sqrt{5}$ .

由(1)可知  $HF \parallel PD, HE \parallel CD$ , 则  $\angle EHF = \angle PDC = 120^\circ$ , 故  $EF = \sqrt{7}$ . ..... 8 分

因为  $DF^2 + DE^2 = EF^2$ , 所以  $DF \perp DE$ . ..... 9 分

因为平面  $PCD \perp$  平面  $ABCD, PD = 2, \angle PDC = 120^\circ$ , 所以点  $P$  到平面  $ABCD$  的距离是  $\sqrt{3}$ . 来源: 高三答案公众号



因为  $F$  是  $PA$  的中点, 则点  $F$  到平面  $ABCD$  的距离是  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . ..... 10 分

设点  $C$  到平面  $DEF$  的距离为  $d$ .

因为  $V_{C-DEF} = V_{F-CDE}$ , 所以  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} d = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

解得  $d = \frac{3\sqrt{30}}{20}$ , 即点  $C$  到平面  $DEF$  的距离是  $\frac{3\sqrt{30}}{20}$ . ..... 12 分

评分细则:

(1) 在第(1)问中, 也可以连接  $AE$ , 并延长交  $CD$  于  $M$ , 连接  $PM$ , 易证  $EF$  是  $\triangle APM$  的中位线, 从而得到  $EF \parallel PM$ , 进而证出  $EF \parallel$  平面  $PCD$ ;

(2) 在第(2)问中, 也可以将点  $C$  到平面  $DEF$  的距离转化为点  $B$  到平面  $DEF$  的距离, 再由等体积法求出点  $B$  到平面  $DEF$  的距离, 即点  $C$  到平面  $DEF$  的距离;

(3) 若用其他解法, 参照评分标准按步骤给分.

21. 解: (1) 由题意可得  $|AB| = |BF|$ , 即点  $B$  到点  $F$  的距离等于点  $B$  到直线  $l_1$  的距离. .... 1 分

因为  $|EF| = 4$ , 所以  $l_1$  的方程为  $x = -2, F(2, 0)$ , ..... 2 分

则点  $B$  的轨迹  $C$  是以  $F$  为焦点, 直线  $l_1: x = -2$  为准线的抛物线, ..... 3 分

故点  $B$  的轨迹  $C$  的方程为  $y^2 = 8x$ . ..... 4 分

(2) 由题意可知直线  $l$  的斜率不为 0, 则设直线  $l: x = my + n, M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ .

$$\text{联立} \begin{cases} x = my + n, \\ y^2 = 8x, \end{cases} \text{ 整理得 } y^2 - 8my - 8n = 0,$$

则  $\Delta = 64m^2 + 32n > 0$ , 从而  $y_1 + y_2 = 8m, y_1 y_2 = -8n$ . ..... 5 分

$$\text{故 } |MN| = \sqrt{m^2 + 1} |y_1 - y_2| = \sqrt{m^2 + 1} \cdot \sqrt{64m^2 + 32n}.$$

$$\text{由题意可得 } Q(2, -4), \text{ 则点 } Q \text{ 到直线的距离 } d = \frac{|2 + 4m - n|}{\sqrt{m^2 + 1}},$$

故 $\triangle PMN$ 的面积 $S = \frac{1}{2} |MN| \cdot d = \frac{1}{2} \cdot |2+4m-n| \cdot \sqrt{64m^2+32n}$ . ..... 7分

因为以线段 $MN$ 为直径的圆恒过点 $P$ ,所以 $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN} = 0$ ,

即 $(x_1-2)(x_2-2) + (y_1-4)(y_2-4) = x_1x_2 - 2(x_1+x_2) + y_1y_2 - 4(y_1+y_2) + 20 = 0$ .

因为 $x_1 = \frac{y_1^2}{8}, x_2 = \frac{y_2^2}{8}$ ,所以 $\frac{(y_1y_2)^2}{64} - \frac{y_1^2+y_2^2}{4} + y_1y_2 - 4(y_1+y_2) + 20 = 0$ ,

即 $\frac{(y_1y_2)^2}{64} - \frac{(y_1+y_2)^2 - 2y_1y_2}{4} + y_1y_2 - 4(y_1+y_2) + 20 = 0$ , ..... 9分

所以 $n^2 - 16m^2 - 12n - 32m + 20 = 0$ ,即 $n^2 - 12n + 36 = 16m^2 + 32m + 16$ ,即 $(n-6)^2 = 16(m+1)^2$ ,所以 $n-6 = \pm 4(m+1)$ ,即 $n = 4m+10$ 或 $n = -4m+2$ .

因为直线 $l$ 不经过点 $P$ ,所以 $n \neq -4m+2$ ,所以 $n = 4m+10$ , ..... 11分

则 $S = \frac{1}{2} \cdot |2+4m-n| \cdot \sqrt{64m^2+32n} = 32 \sqrt{(m+1)^2+4} = 64\sqrt{2}$ ,解得 $m=1$ 或 $m=-3$ ,

故直线 $l$ 的斜率为1或 $-\frac{1}{3}$ . ..... 12分

评分细则:来源:高三答案公众号

(1)在第(1)问中,也可以设 $B(x,y)$ ,再由 $|AB| = |BF|$ ,得到 $\sqrt{(x-2)^2+y^2} = |x+2|$ ,从而得到点 $B$ 的轨迹 $C$ 的方程;

(2)在第(2)问中,也可以设直线 $l: y=kx+m$ ,得到 $k$ 和 $m$ 的等量关系,再求出 $\triangle QMN$ 面积的表达式,从而求出 $\triangle QMN$ 面积的取值范围,再求出直线 $l$ 的斜率不存在时, $\triangle QMN$ 的面积,从而得出 $\triangle QMN$ 面积的最小值,若直线方程用斜截式表示,没有考虑斜率不存在的情况,扣1分;

(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

22. 解:(1)由  $\begin{cases} x=2+4\cos \alpha, \\ y=4\sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$ 为参数),得 $(x-2)^2+y^2=16$ ,即 $x^2+y^2-4x-12=0$ .

则曲线 $C$ 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-4x-12=0$ . ..... 2分

由 $\rho \cos \theta - \rho \sin \theta - 3 = 0$ ,得 $x-y-3=0$ ,

则直线 $l$ 的普通方程为 $x-y-3=0$ . ..... 4分

(2)由题意可得直线 $l$ 的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = -3 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$  ( $t$ 为参数). ..... 5分

将直线 $l$ 的参数方程代入曲线 $C$ 的直角坐标方程,整理得 $t^2 - 5\sqrt{2}t - 3 = 0$ . ..... 6分

设 $A, B, M$ 对应的参数分别为 $t_1, t_2, t$ ,则 $t_1+t_2 = 5\sqrt{2}, t_1t_2 = -3$ ,从而 $t = \frac{t_1+t_2}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ , ...

..... 8分

故  $\frac{|PM|}{|PA|+|PB|} = \frac{\frac{t_1+t_2}{2}}{|t_1|+|t_2|} = \frac{t_1+t_2}{2\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}} = \frac{5\sqrt{31}}{62}$ . ..... 10分

评分细则:

(1)在第(1)问中,曲线  $C$  的普通方程写成  $(x-2)^2+y^2=16$ ,不扣分;

(2)在第(2)问中,先求出  $|PA|+|PB|=|AB|$  的值,再由点到直线的距离公式求出圆心  $C$  到直线  $l$  的距离  $d$ ,然后由两点之间的距离公式求出  $|CP|$  的值,从而求出  $|PM|$  的值,最后得到  $\frac{|PM|}{|PA|+|PB|}=\frac{|PM|}{|AB|}$  的值;

(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

23. 解:(1)因为  $a=3$ ,所以  $f(x)=|2x-3|$ ,则  $f(x)<3x$  等价于  $|2x-3|<3x$ . ..... 1分

当  $2x-3<0$ ,即  $x<\frac{3}{2}$  时,  $-(2x-3)<3x$ ,解得  $\frac{3}{5}<x<\frac{3}{2}$ ; ..... 2分

当  $2x-3>0$ ,即  $x>\frac{3}{2}$  时,  $2x-3<3x$ ,解得  $x>\frac{3}{2}$ . ..... 3分

综上,不等式  $f(x)<3x$  的解集为  $(\frac{3}{5},+\infty)$ . ..... 4分

(2)  $f(x)>2+|2x+2|$  恒成立等价于  $|2x+a|+|2x+2|>2$ . ..... 5分

因为  $|2x+a|+|2x+2|\geq|2x+a-(2x+2)|=|a-2|$ . ..... 7分

所以  $|a-2|\geq 2$ , ..... 8分

解得  $a\leq 0$  或  $a\geq 4$ ,即  $a$  的取值范围为  $(-\infty,0]\cup[4,+\infty)$ . ..... 10分

评分细则:

(1)在第(1)问中,也可以将不等式  $f(x)<3x$  等价于不等式组  $\begin{cases} x>0, \\ (2x-3)^2<9x^2, \end{cases}$  从而求出不

等式的解集,只要计算正确,不扣分;

(2)在第(2)问中,最后结果没有写成集合或区间的形式,扣1分;

(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

