

江汉区 2024 届高三新起点摸底考试 数学试卷

江汉区教研培训中心命制

2023.7.25

本试卷共 4 页, 22 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
- 3 非选择题的作答: 用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $U = \{2, 3, 4, 5, 7\}$, $A = \{2, 3\}$, $B = \{3, 5, 7\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$
A. $\{2, 3, 5, 7\}$ B. $\{2, 3, 4\}$ C. $\{2\}$ D. $\{2, 3, 4, 7\}$
2. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a+2} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的离心率为 2, 则 $a =$
A. -1 B. 1 C. -3 D. 3
3. 若 $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 则 $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) =$
A. $-\frac{3}{5}$ B. $-\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$
4. “ $a \leq \frac{9}{4}$ ”是“方程 $x^2 + 3x + a = 0 (x \in \mathbf{R})$ 有正实数根”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 已知某圆锥的母线长、底面圆的直径都等于球的半径, 则球与圆锥的表面积之比为
A. 8 B. $\frac{16}{3}$ C. $\frac{3}{16}$ D. $\frac{1}{8}$
6. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $S_{n+1} = 3S_n + 2, n \in \mathbf{N}^*$, 则 $S_5 =$
A. 80 B. 160 C. 121 D. 242

7. 2023 年武汉马拉松于 4 月 16 日举行,组委会决定派小王、小李等 6 名志愿者到甲乙两个路口做引导员,每位志愿者去一个路口,每个路口至少要有两位引导员,若小王和小李不能去同一路口,则不同的安排方案种数为

- A. 40 B. 28 C. 20 D. 14

8. 已知 α, β 均为锐角,且 $e^\alpha - e^{\frac{\pi}{2}-\beta} = \sin\alpha - \cos\beta + \frac{\pi}{2}$, 则

- A. $\sin\alpha > \cos\beta$ B. $\cos\alpha > \cos\beta$ C. $\cos\alpha > \sin\beta$ D. $\sin\alpha > \sin\beta$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 武汉市某七天每天的最高气温分别是 38,36,35,37,39,37,35(单位 $^{\circ}\text{C}$),则

- A. 该组数据的极差为 4 B. 该组数据的众数为 37
C. 该组数据的中位数为 37 D. 该组数据的第 80 百分位数为 38

10. 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$, 下列结论中正确的有

- A. 若 $f(x_1) = f(x_2)$, 则 $x_1 - x_2$ 是 π 的整数倍
B. 函数 $f(x)$ 的图象可由函数 $g(x) = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象上所有点的纵坐标不变,横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$,再向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 单位得到
C. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{3\pi}{8}, 0\right)$ 对称
D. 函数 $y = f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{8}\right]$ 上单调递增

11. 已知直线 $l: x - y + 1 = 0$ 与圆 $C_k: (x + k - 1)^2 + (y + 2k)^2 = 1$, 下列说法正确的是

- A. 所有圆 C_k 均不经过点 $(0, 3)$
B. 若圆 C_k 关于直线 l 对称, 则 $k = -2$
C. 若直线 l 与圆 C_k 相交于 A, B , 且 $AB = \sqrt{2}$, 则 $k = -1$
D. 不存在圆 C_k 与 x 轴、 y 轴均相切

12. 已知函数 $f(x) = e^{x-1} + e^{1-x} + x^2 - 2x$, 若不等式 $f(2-ax) < f(x^2+3)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 则实数 a 的取值可能是

- A. -4 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 已知复数 z 满足 $z^2 + 2z + 3 = 0$, 则 $z \cdot \bar{z} =$ _____.

14. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 4, (\vec{b} - \vec{a}) \cdot \vec{a} = 0$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 _____.

15. 已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面为平行四边形,点 E, F 分别是 SC, AD 的中点,过 B, E, F 三点的平面与棱 SD 的交点为 Q , 若 $SQ = \lambda QD$, 则 $\lambda =$ _____.

16. 已知抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 准线与 x 轴的交点为 C , 过点 C 的直线 l 与抛物线交于 A, B 两点, 若 $\angle AFB = \angle CFB$, 则 $|AF| =$ _____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $(2b-c)\cos A = a\cos C$.

(1) 求 A 的大小;

(2) 当 $b = 4\sqrt{3}$, $a = 3\sqrt{5}$ 时, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分 12 分)

已知图 1 是由等腰直角三角形 ABE 和菱形 $BCDE$ 组成的一个平面图形, 其中菱形边长为 4, $\angle A = 90^\circ$, $\angle D = 60^\circ$. 将三角形 ABE 沿 BE 折起, 使得平面 $A_1BE \perp$ 平面 $BCDE$ (如图 2).

(1) 求证: $A_1C \perp CD$;

(2) 求二面角 $B-A_1C-D$ 的正弦值.

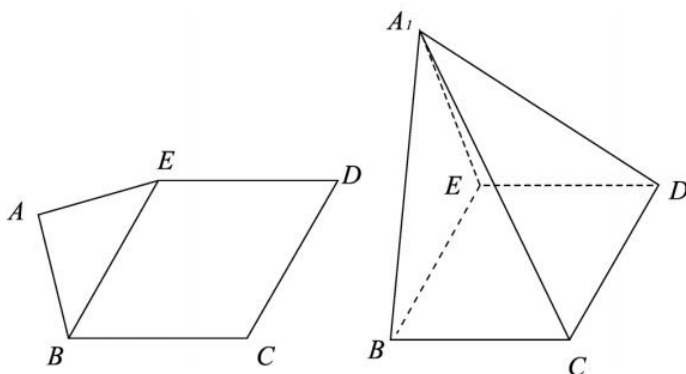


图 1

图 2

19. (本小题满分 12 分)

已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $2S_n = na_n$, $a_2 = 3$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = |16 - a_n|$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. (本小题满分 12 分)

已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \ln x - ax + \frac{1}{2}x^2$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 求证: 存在 $a > 0$, 使得直线 $y = \frac{x}{e}$ 与函数 $g(x) = f(x) + a - \frac{1}{2}x^2$ 的图像相切.

21. (本小题满分 12 分)

“英才计划”最早开始于 2013 年, 由中国科协、教育部共同组织实施, 到 2022 年已经培养了 6000 多名具有创新潜质的优秀中学生. 为选拔培养对象, 某高校在暑假期间从武汉市的中学里挑选优秀学生参加数学、物理、化学、信息技术学科夏令营活动.

(1) 若化学组的 12 名学员中恰有 5 人来自同一中学, 从这 12 名学员中选取 3 人, 以 ξ 表示选取的人中来自该中学的人数, 求 ξ 的分布列和数学期望;

(2) 在夏令营开幕式的晚会上, 物理组举行了一次学科知识竞答活动. 规则如下: 两人一组, 每一轮竞答中, 每人分别答两题, 若小组答对题数不小于 3, 则取得本轮胜利, 假设每轮答题结果互不影响. 已知甲、乙两位同学组成一组, 甲、乙答对每道题的概率分别为 p_1, p_2 , 且 $p_1 + p_2 = \frac{4}{3}$, 如果甲、乙两位同学想在此次答题活动中取得 6 轮胜利, 那么理论上至少要参加多少轮竞赛?

22. (本小题满分 12 分)

已知 O 为坐标原点, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 椭圆的上顶点到右顶点的距离为 $\sqrt{5}$.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 若椭圆的左、右顶点分别为 E, F , 过点 $D(-2, 2)$ 作直线与椭圆交于 A, B 两点, 且 A, B 位于第一象限, A 在线段 BD 上, 直线 OD 与直线 FA 相交于点 C , 连结 EB, EC , 直线 EB, EC 的斜率分别记为 k_1, k_2 , 求 $k_1 \cdot k_2$ 的值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

