2023届高三一轮复习联考(二)

数学参考答案及评分意见

1.B 【解析】$A=\{x\mid x\leqslant 2\}$,所以$A\cap B=\{0,1,2\}$,所以$(A\cap B)\cup C=(-1,1]\cup\{2\}$.故选B.

2.A 【解析】$z=\frac{2-i}{1+i}=\frac{(2-i)(1-i)}{2}=\frac{1-3i}{2}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$,$\therefore \bar{z}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$,故在复平面内$\bar{z}$对应的点为$\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$,位于第一象限.故选A.

3.A 【解析】设数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的公差分别为d_1,d_2,由$a_3=b_2$,$a_6=b_4$,两式作差得$a_6-a_3=b_4-b_2$,即$3d_1=2d_2$,

所以$\frac{a_4-a_1}{b_3-b_2}=\frac{3d_1}{d_2}=\frac{2d_2}{d_2}=2$.故选A.来源微信公众号:高三答案

4.D 【解析】当$a=0$时,该不等式成立;当$\begin{cases}a>0,\\ \Delta=4a^2-4a<0,\end{cases}$即$0<a<1$时,该不等式成立.综上可得当$0\leqslant a<1$时,关于$x$的不等式$ax^2+2ax+1>0$恒成立,所以关于$x$的不等式$ax^2+2ax+1>0$恒成立的一个充分不必要条件是$0<a<1$.故选D.

5.C 【解析】由题意,设$f(x)=a^x$,切点$P(x_0,a^{x_0})$,则$a^{x_0}=x_0$,$f'(x)=a^x\ln a$,则$\begin{cases}a^{x_0}\ln a=1,\\ a^{x_0}=x_0,\end{cases}$解得$\begin{cases}x_0=e,\\ a=e^{\frac{1}{e}},\end{cases}$所以$f(x)=e^{\frac{x}{e}}$.故选C.

6.D 【解析】由题意,$\begin{cases}S_3=a_1+a_1q+a_1q^2=\frac{7}{8},\\ a_3=a_1q^2=\frac{1}{2},\end{cases}$两式相除得$\frac{1}{q^2}+\frac{1}{q}+1=\frac{7}{4}$,化简得$3q^2-4q-4=0$,解得$q=2$或$q=-\frac{2}{3}$(舍),

$\therefore a_5=a_3q^2=\frac{1}{2}\times 2^2=2$.故选D.

7.C 【解析】由题意知,$\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BF}$,$\therefore \overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\lambda\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\lambda\overrightarrow{BF}$,

$\because C,P,F$三点共线,$\therefore \frac{2}{3}\lambda+\frac{2}{3}\lambda=1$,解得$\lambda=\frac{3}{4}$.故选C.

8.D 【解析】令$t=\frac{2\,023}{2\,022}>1$,则$a=\ln t$,$b=t-1$,设$f(t)=t-1-\ln t$,则$f'(t)=1-\frac{1}{t}=\frac{t-1}{t}$,当$t>1$时,$f'(t)>0$,所以$f(t)$在$(1,+\infty)$上单调递增,故$f(t)>f(1)=0$,即$b>a$;又因为$a=\ln\frac{2\,023}{2\,022}>0$,$c=\log_2\frac{1}{2\,023}<0$,所以$c<a$,综上$c<a<b$.故选D.

9.AB 【解析】设$f(x)=x-\sin x$,则$f'(x)=1-\cos x\geqslant 0$,$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增,故当$x>0$时,$f(x)>f(0)=0$,即$f(\alpha)>0$,所以$\alpha>\sin\alpha$,故A正确;$\frac{\cos 2\alpha+1}{2(1-\sin\alpha)}=\frac{2\cos^2\alpha}{2(1-\sin\alpha)}=\frac{1-\sin^2\alpha}{1-\sin\alpha}=1+\sin\alpha>\sin\alpha$,故B正确;当$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$时,$\tan\alpha<0<\sin\alpha$,故C错误;$1-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha$,当$\alpha=\pi$时,$\sin^2\alpha=0=\sin\alpha$,故D错误.故选AB.

10.BC 【解析】$\because |\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,$\therefore |\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2=4$,设$|\boldsymbol{a}|=2\sin\alpha$,$|\boldsymbol{b}|=2\cos\alpha$,$\alpha\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$,

则$3|\boldsymbol{a}|+2|\boldsymbol{b}|=6\sin\alpha+4\cos\alpha=2\sqrt{13}\sin(\alpha+\varphi)$,$\sin\varphi=\frac{2\sqrt{13}}{13}$,$\cos\varphi=\frac{3\sqrt{13}}{13}$,

$\because \alpha\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$,$\therefore \alpha+\varphi\in\left[\varphi,\frac{\pi}{2}+\varphi\right]$,则$\sin(\alpha+\varphi)\in\left[\frac{2\sqrt{13}}{13},1\right]$,$\therefore 3|\boldsymbol{a}|+2|\boldsymbol{b}|\in[4,2\sqrt{13}]$.故选BC.

11.ACD 【解析】$y=f(2x+1)$的最小正周期为1,则$f(2(x+1)+1)=f(2x+1)$,即$f(2x+3)=f(2x+1)$,所以$y=f(x)$的最小正周期为2,故B错误;$y=f(x)$是定义域为$\mathbf{R}$的奇函数,所以$f(0)=0$,$f(1)=-f(-1)$,又因为2是$f(x)$的一个周期,所以$f(1)=f(-1)$,从而$f(1)=f(-1)=0$,故A,C正确;同理$f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{3}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(-\frac{1}{2}\right)=0$,故D正确.故选ACD.

12.ABD 【解析】根据题意可得$a_{n+2}=a_n+a_{n+1}$,$a_1=1$,$a_2=2$,$a_3=3$,$a_4=5$,$a_5=8$,$a_6=13$,所以A正确;$a_7=21$,则$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_7=53$,则C不正确;$3a_n=a_n+a_n+a_n=a_{n-2}+a_{n-1}+a_{n+1}-a_{n-1}+a_{n+2}-a_{n+1}=a_{n-2}+a_{n+2}$,所以B正确;

$a_1^2=1$,

$a_2^2=a_2\cdot(a_3-a_1)=a_2\cdot a_3-a_2\cdot a_1$,

$a_3^2=a_3\cdot(a_4-a_2)=a_3\cdot a_4-a_3\cdot a_2$,

…

$a_n^2=a_n\cdot(a_{n+1}-a_{n-1})=a_n\cdot a_{n+1}-a_n\cdot a_{n-1}$,

累加可得 $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_n^2=a_n\cdot a_{n+1}-1$,所以 D 正确,故选 ABD.

13.$\frac{2\pi}{3}$ 【解析】设 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ,∵ $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$,∴ $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|^2=1+4+2\times2\cos\theta=3$,∴ $\cos\theta=-\frac{1}{2}$,∵ $\theta\in[0,\pi]$,∴ $\theta=\frac{2\pi}{3}$.

14.$\frac{\pi}{6}$(答案不唯一) 【解析】$y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位得到 $y=\cos\left[2(x-\varphi)+\frac{\pi}{3}\right]=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}-2\varphi\right)$,

所以 $\frac{\pi}{3}-2\varphi=2k\pi,k\in\mathbf{Z}$,解得 $\varphi=\frac{\pi}{6}-k\pi,k\in\mathbf{Z}$,所以 φ 的值可以是 $\frac{\pi}{6}$(答案不唯一).

15.$\frac{5}{12}$ 【解析】$\frac{x}{3x+2}+\frac{y}{2y+1}=\frac{1}{6}$,可整理得 $\frac{4}{3x+2}+\frac{3}{2y+1}=4$,

令 $t=3x+2,s=2y+1,x=\frac{t-2}{3}>0,y=\frac{s-1}{2}>0$,

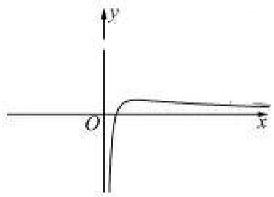
∴ $x+2y=\frac{t-2}{3}+s-1=\frac{t}{3}+s-\frac{5}{3}=\frac{1}{4}\left(\frac{4}{t}+\frac{3}{s}\right)\left(\frac{t}{3}+s\right)-\frac{5}{3}=\frac{1}{4}\left(\frac{4}{3}+3+\frac{t}{s}+\frac{4s}{t}\right)-\frac{5}{3}\geqslant\frac{1}{4}\left(\frac{13}{3}+4\right)-\frac{5}{3}=\frac{25}{12}-\frac{5}{3}=$

$\frac{5}{12}$,当且仅当 $t=2s$ 时取等号,此时 $x=\frac{1}{6},y=\frac{1}{8},x+2y=\frac{1}{6}+\frac{1}{8}\times2=\frac{5}{12}$.

16.$\left(0,\frac{1}{2e}\right)$ 【解析】$(\ln x)^2-3ax\ln x+2a^2x^2=0$,两边同时除以 x^2,因式分解得 $\left(\frac{\ln x}{x}-2a\right)\left(\frac{\ln x}{x}-a\right)=0$,令 $t=\frac{\ln x}{x}$,则 $(t-2a)\cdot$

$(t-a)$ [illegible] 解得 [illegible] 或 $t_2=2a$,设 $g(x)=\frac{\ln x}{x}$,$g'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$,当 $x\in(0,e)$ 时,$g'(x)>0$,$g(x)$ 单调递增;当 $x\in(e,+\infty)$

时,$g'(x)$ [illegible] $g(x)$ 单调递减,[illegible] $=\frac{1}{e}$,当 [illegible] 时,$g(x)>0$,所以 $g(x)$ 的大致图象如图:



若 $g(x)=a$ 和 $g(x)=2a$ 共有 4 个实数根,则有 $0<a<\frac{1}{e}$ 且 $0<2a<\frac{1}{e}$,解得 $0<a<\frac{1}{2e}$.

17.【解析】(1)$c_1=a_2=a_1+1=2,c_2=a_4=a_3+1=a_2-2+1=1,c_3=a_6=a_5+1=a_4-2+1=0$.

由题意知,$b_{n+1}=a_{2n+1}=a_{2n}-2=a_{2n-1}+1-2=a_{2n-1}-1=b_n-1$,所以数列 $\{b_n\}$ 是首项为 1,公差为 −1 的等差数列.

(2)$c_{n+1}=a_{2n+2}=a_{2n+1}+1=a_{2n}-2+1=a_{2n}-1=c_n-1$,所以数列 $\{c_n\}$ 是首项为 2,公差为 −1 的等差数列.

结合(1)可知,$\{a_n\}$ 的奇数项和偶数项都是以 −1 为公差的等差数列,

所以 $S_{22}=a_1+a_2+\cdots+a_{22}=(a_1+a_3+\cdots+a_{21})+(a_2+a_4+\cdots+a_{22})$

$=(b_1+b_2+\cdots+b_{11})+(c_1+c_2+\cdots+c_{11})$

$=1\times11+\frac{11\times10}{2}\times(-1)+2\times11+\frac{11\times10}{2}\times(-1)=-77$.

18.【解析】(1)$f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-1=2\sin x\cos x+\sqrt{3}(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)-1=\sin2x+\sqrt{3}\cos2x-1=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)-1$,

则函数 $y=f(x)$ 的值域为 $[-3,1]$.

(2)$f(x)=0$,即 $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$,∵ $x\in[0,m]$,则 $2x+\frac{\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{3},2m+\frac{\pi}{3}\right]$,函数 $y=f(x)$ 在 $x\in[0,m]$ 上有 10 个零点,

即 $\frac{\pi}{6}+10\pi\leqslant2m+\frac{\pi}{3}<\frac{5\pi}{6}+10\pi$,解得 $\frac{59\pi}{12}\leqslant m<\frac{21\pi}{4}$.

19.【解析】(1)当 $a=2$ 时,$f(x)=x(\ln x-2)$,$f'(x)=\ln x-1$,$f'(x)=0$ 时,$x=e$.

当 $x\in(0,e)$ 时,$f'(x)<0$,函数 $y=f(x)$ 单调递减,当 $x\in(e,+\infty)$ 时,$f'(x)>0$,函数 $y=f(x)$ 单调递增,

所以 $x=e$ 是函数 $y=f(x)$ 的极小值点,无极大值点.微信搜《高三答案公众号》

(2)当 $x\geqslant1$ 时,$f(x)\geqslant-\ln x-2$ 恒成立,即当 $x\geqslant1$ 时,$(x+1)\ln x-ax+2\geqslant0$ 恒成立,设 $F(x)=(x+1)\ln x-ax+2$,

则 $F(1)=2-a\geqslant0$,$\therefore a\leqslant2$,$F'(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}+1-a$,设 $g(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}+1-a$,

$g'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x-1}{x^2}$,$\because x\geqslant1$,$\therefore g'(x)\geqslant0$,$g(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增,$g(1)=2-a$,$g(x)\geqslant g(1)=2-a\geqslant0$,

$\therefore F'(x)=g(x)\geqslant0$,$\therefore F(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 是增函数,$\therefore F(x)\geqslant F(1)=2-a$,若 $F(x)\geqslant0$ 恒成立,则 $a\leqslant2$,

所以 $x\geqslant1$ 时,$f(x)\geqslant\ln x-2$ 恒成立,a 的取值范围为 $(-\infty,2]$.

20.【解析】(1)在 $\triangle ACD$ 中,由正弦定理得 $\dfrac{AD}{\sin\angle ACD}=\dfrac{CD}{\sin\angle DAC}$①,

在 $\triangle ABC$ 中,由正弦定理得 $\dfrac{AB}{\sin\angle ACB}=\dfrac{BC}{\sin\angle BAC}$②,

①②两式相除得 $\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{CD\cdot\sin\angle BAC}{BC\cdot\sin\angle DAC}$,因为 $\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{CD}{BC}$,所以 $\sin\angle DAC=\sin\angle BAC$,

又因为 $0<\angle DAC<\pi$,$0<\angle BAC<\pi$,$\angle DAC\neq\angle BAC$,所以 $\angle BAC+\angle DAC=\pi$.

(2)$AB=2$,$AC=1$,$BC=\sqrt{7}$,$\therefore\cos\angle BAC=\dfrac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=\dfrac{4+1-7}{2\times2\times1}=-\dfrac{1}{2}$,$\because0<\angle BAC<\pi$,$\therefore\angle BAC=\dfrac{2\pi}{3}$,

$\therefore\angle DAC=\pi-\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$,由(1)得 $AD\cdot BC=AB\cdot CD$,$\therefore\sqrt{7}AD=2CD$,

设 $AD=2x$,$CD=\sqrt{7}x$,则在 $\triangle ACD$ 中,$\cos\angle DAC=\dfrac{AD^2+AC^2-CD^2}{2AD\cdot AC}=\dfrac{4x^2+1-7x^2}{2\times2x}=\dfrac{1}{2}$,解得 $x=\dfrac{1}{3}$ 或 $x=-1$(舍去),

$\therefore AD=\dfrac{2}{3}$,$\angle BAD=\angle BAC-\angle DAC=\dfrac{\pi}{3}$,$\therefore S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}AD\cdot AB\cdot\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

21.【解析】(1)$\because$ 当 $n\geqslant2$ 时,$2(n-1)S_n=2nS_{n-1}+n^2-n$,$\therefore\dfrac{S_n}{n}-\dfrac{S_{n-1}}{n-1}=\dfrac{1}{2}$,当 $n=1$ 时,$S_1=a_1=2$,$\therefore\dfrac{S_1}{1}=\dfrac{a_1}{1}=2$,

$\therefore\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$ 是以 2 为首项,$\dfrac{1}{2}$ 为公差的等差数列,$\therefore\dfrac{S_n}{n}=\dfrac{n+3}{2}$,

$\therefore S_n=\dfrac{n(n+3)}{2}$,当 $n\geqslant2$ 时,$a_n=S_n-S_{n-1}=\dfrac{n(n+3)}{2}-\dfrac{(n-1)(n+2)}{2}=n+1$,当 $n=1$ 时,$a_1=2$,符合数列 $\{a_n\}$ 的通项公式,

$\therefore a_n=n+1$.

(2)$\dfrac{1}{a_n^2}=\dfrac{1}{(n+1)^2}<\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)$,当 $n=1$ 时,$\dfrac{1}{a_1^2}=\dfrac{1}{4}<\dfrac{2}{3}$,

当 $n\geqslant2$ 时,$\dfrac{1}{a_1^2}+\dfrac{1}{a_2^2}+\dfrac{1}{a_3^2}+\cdots\dfrac{1}{a_n^2}$

$=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\left[\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}\right)+\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{6}\right)+\cdots\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)\right]$

$=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}\right)$

$<\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\right)$

$=\dfrac{2}{3}$.

22.【解析】(1)$f'(x)=2-\dfrac{2a}{e^{2x}}=\dfrac{2(e^{2x}-a)}{e^{2x}}$,

当 $a\leqslant0$ 时,$f'(x)>0$,函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增;

当 $a>0$ 时，$x\in\left(-\infty,\frac{\ln a}{2}\right)$ 时，$f'(x)<0$，$x\in\left(\frac{\ln a}{2},+\infty\right)$ 时，$f'(x)>0$，所以函数 $f(x)$ 在 $\left(-\infty,\frac{\ln a}{2}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{\ln a}{2},+\infty\right)$ 上单调递增.

(2)由(1)知当 $\ln a<0$ 即 $0<a<1$ 时，$f(x)$ 有两个零点，不妨设 x_1,x_2 是函数 $f(x)$ 的两个零点，则 $\frac{a}{e^{2x_1}}=-2x_1$，$\frac{a}{e^{2x_2}}=-2x_2$，两式相除得 $e^{2(x_2-x_1)}=\frac{x_1}{x_2}$，不妨设 $x_1<x_2$，设 $t=x_2-x_1>0$，则 $e^{2t}=\frac{x_2-t}{x_2}=1-\frac{t}{x_2}$，$x_2=\frac{t}{1-e^{2t}}$，$x_1=\frac{t}{1-e^{2t}}-t=\frac{te^{2t}}{1-e^{2t}}$，$x_1\cdot x_2=\frac{t^2e^{2t}}{(1-e^{2t})^2}$，要证 $x_1x_2<1$，只需证 $\frac{t^2e^{2t}}{(1-e^{2t})^2}<1$.

即证：$e^{4t}-2e^{2t}-t^2e^{2t}+1>0$，$t>0$，设 $g(t)=e^{4t}-2e^{2t}-t^2e^{2t}+1$，$g'(t)=4e^{4t}-4e^{2t}-2(t+t^2)e^{2t}=4e^{2t}\left[e^{2t}-1-\frac{1}{2}(t+t^2)\right]$，

$h(t)=e^{2t}-1-\frac{1}{2}(t+t^2)$，$h'(t)=2e^{2t}-\frac{1}{2}(1+2t)>2(2t+1)-\frac{1}{2}(1+2t)=3t+\frac{3}{2}>0$，$h(t)$ 在 $t>0$ 时单调递增，$h(t)>h(0)=0$，

所以 $g'(t)>0$，所以 $g(t)$ 在 $t>0$ 时单调递增，$g(t)>g(0)=0$，即 $e^{4t}-2e^{2t}-t^2e^{2t}+1>0$，$\therefore x_1x_2<1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。