



姓名 _____ 准考证号 _____

(在此卷上答题无效)

绝密★启用前

2021 年普通高等学校招生全国统一考试(新高考)

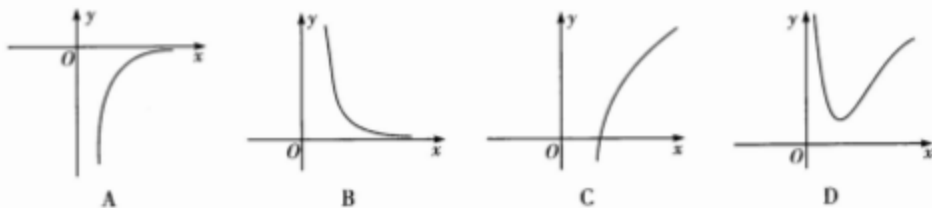
数 学

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

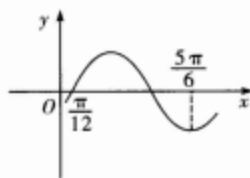
一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 数系的扩张过程以自然数为基础,德国数学家克罗内克(Kronecker, 1823-1891)说“上帝创造了整数,其余都是人做的工作”,复数是由数学家在数系中规定了虚数 $i^2 = -1$ 而得到。若复数 z 满足 $z(2-i) = 4+3i$, 则 $z =$
A. $2+i$ B. $2-i$ C. $1+2i$ D. $1-2i$
- m 个数据的平均数为 a , 中位数为 b , 方差为 c 。若将这 m 个数据均扩大到原来的 2 倍得到一组新数据, 则下列关于这组新数据的说法正确的是
A. 平均数为 a B. 方差为 $2c$
C. 标准差为 $\sqrt{2c}$ D. 中位数为 $2b$
- 由于近年来, 冬季气候干燥, 冷空气频繁袭来。为提高公民的取暖水平, 某社区决定建立一个取暖供热站。已知供热站每月自然消费与供热站到社区的距离成反比, 每月供热费与供热站到社区的距离成正比, 如果在距离社区 20 千米处建立供热站, 这两项费用分别为 5 千元和 8 万元, 那么要使这两项费用之和最小, 供热站应建在离社区
A. 5 千米 B. 6 千米 C. 7 千米 D. 8 千米
- 函数 $f(x) = \ln \frac{x^e + x^{-e}}{|x|}$ 在 $(0, +\infty)$ 的图象大致为



新高考·数学试题·白卷 第1页(共4页)

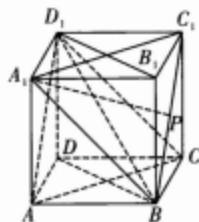
5. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 ω 和 φ 的值分别为



- A. $2; -\frac{\pi}{6}$
 B. $2; \frac{\pi}{6}$
 C. $\frac{1}{2}; -\frac{\pi}{6}$
 D. $\frac{1}{2}; \frac{\pi}{6}$
6. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = 3a_n + 2$, 则称数列 $\{a_n\}$ 为“梦想数列”, 已知正项数列 $\{\frac{1}{b_n} - 1\}$ 为“梦想数列”, 且 $b_1 = 2$, 则 $b_4 =$
- A. $\frac{2}{81}$ B. $\frac{2}{27}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{4}$
7. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - a, & -2 < x < 2 \\ \lg(|x| - 1), & x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2 \end{cases}$, 对任意的实数 x , 不等式 $f(x) + 1 \geq 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围为
- A. $(1, +\infty)$ B. $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\frac{1}{2}, 1)$
8. 已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点, 过原点 O 且倾斜角为 60° 的直线 l 与椭圆 C 的一个交点为 M , 若 $MF_1 \perp MF_2$, 则椭圆的离心率为
- A. $4 + 2\sqrt{3}$ B. $4 - 2\sqrt{3}$ C. $1 - \sqrt{3}$ D. $\sqrt{3} - 1$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知全集 $U = \mathbb{Z}$, 集合 $A = \{x | 2x + 1 \geq 0, x \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则
- A. $A \cap B = \{0, 1, 2\}$ B. $A \cup B = \{x | x \geq 0\}$
 C. $(\complement_U A) \cap B = \{-1\}$ D. $A \cap B$ 的真子集个数是 7
10. 已知直线 $l: kx - y + 2k = 0$ 和圆 $O: x^2 + y^2 = 16$, 则
- A. 直线 l 恒过定点 $(2, 0)$ B. 存在 k 使得直线 l 与直线 $l_0: x - 2y + 2 = 0$ 垂直
 C. 直线 l 与圆 O 相交 D. 若 $k = -1$, 直线 l 被圆 O 截得的弦长为 4
11. 如图, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, P 是线段 BC_1 上的动点, 则下列结论中正确的是
- A. $AC \perp BD_1$
 B. A_1P 的最小值为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$
 C. $A_1P \parallel$ 平面 ACD_1
 D. 异面直线 A_1P 与 AD_1 所成角的取值范围是 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$



12. 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x-1)$ 是奇函数, $f(x+1)$ 为偶函数, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = x^2$, 则
- A. 函数 $f(x)$ 不是偶函数 B. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 4
- C. 函数 $f(x)$ 在 $[-2, 2]$ 上有 3 个零点 D. $f(5) > f(4)$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在 $(\frac{x^2}{2} - 1)^5$ 的二项展开式中, x^4 的系数为 _____.
14. 某学校宿舍区与教学区通道上共有 8 盏路灯. 为了节约用电, 现计划关掉其中 2 盏, 但为了安全起见, 两端的路灯不能关, 所关的路灯中任何两盏不能相邻. 给 8 盏路灯编号 1~8, 则关掉的 2 盏路灯符合要求的编号可能为 _____.
15. 已知单位向量 $e_1, e_2, \langle e_1, e_2 \rangle = \frac{\pi}{6}, m = \frac{\sqrt{3}}{2}e_1 - \frac{2}{3}e_2, n = \frac{\sqrt{3}}{2}e_1 + \frac{1}{2}e_2$, 则 $\langle m, n \rangle =$ _____.
16. 已知正四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 6, 高为 3, 则正四棱锥的一个侧面截其外接球所得截面的面积为 _____.

四、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17. (本题满分 10 分) 在 ① $S_2 = 6, a_{n+1} = S_n + 2$; ② $S_n = 2a_n - a_1$ 且 $a_1, a_2 + 1, a_3$ 成等差数列; ③ $\log_2(S_n + 2) = n + 1$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面的问题中并作答.
- 问题: 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 _____, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.
- 注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (本题满分 12 分) 已知 $\triangle ABC$ 的面积是 $4\sqrt{3}$, 角 A, B, C 所对的边分别为 $a, b, c, c \cos B + b \cos C = 2a \cos A$.
- (1) 求 A ;
- (2) 若 $a = 4$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

19. (本题满分 12 分) 如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $\triangle BCD$ 与 $\triangle ABC$ 是全等的等边三角形, 且平面 $ABC \perp$ 平面 DBC .
- (1) 证明: $AD \perp BC$;
- (2) 求 AC 与平面 ABD 所成角的正弦值.



20. (本题满分12分)自从开始实施生活垃圾分类,这一举措对改善环境污染起到了积极的作用,但其是一个需要长期落实的过程,只有坚持落实,才能持续减少垃圾对环境的污染.为了解垃圾分类的落实情况,现从某市人口数量在两万人左右的320个社区中随机抽取50个社区,对这50个社区某天产生的垃圾量(单位:吨)进行了调查,得到如下频数分布表,并将产生的垃圾量在28吨/天及以上的社区确定为“超标”社区:

垃圾量 X	[16,18)	[18,20)	[20,22)	[22,24)	[24,26)	[26,28)	[28,30)	[30,32)
频数	4	6	7	9	11	6	4	3

(以区间中点值作为该组产生的垃圾量)

- (1)通过频数分布表估算出这50个社区这一天产生的垃圾量的平均值;
 - (2)市政府决定从样本中的“超标”社区中选取4个检验分类成果,经统计,垃圾量不超过30吨/天时可回收率为28%,垃圾量在30吨/天及以上时可回收率为25%.记 Y 为选取社区回收资源量(单位:吨),求 Y 的分布列和数学期望.(精确到0.01)
21. (本题满分12分)已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{7}}{2}$,双曲线上的点到焦点的最小距离为 $\sqrt{7} - 2$.
- (1)求双曲线 C 的方程;
 - (2)四边形 $MNPQ$ 的四个顶点均在双曲线 C 上,且 $MQ \parallel NP, MQ \perp x$ 轴,若直线 MN 和直线 QP 交于点 $S(4,0)$,四边形 $MNPQ$ 的对角线交于点 D ,求点 D 到双曲线 C 的渐近线的距离之和.
22. (本题满分12分)已知函数 $f(x) = e^{-x} + (1-a)x$.
- (1)若 $a=0$,确定函数 $f(x)$ 的极值;
 - (2)若函数 $f(x)$ 无零点,求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等

政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主选拔在线官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》