

秘密★启用前 【考试时间：1月10日 15:00—17:00】

昆明市 2022 届高三“三诊一模”摸底诊断测试

文科数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位罝贴好条形码。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{1, 0, 1, 2\}$ B. $\{-1, 0, 1, 3\}$ C. $\{-2, -1, 0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$

2. $\frac{2i}{1-i} =$

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1-i$ D. $-1+i$

3. 在如图所示茎叶图中，记甲、乙两组数据的平均数分别为 $\bar{x}_甲$, $\bar{x}_乙$, 标准差分别为 $s_甲$, $s_乙$.

根据茎叶图估计甲、乙两组数据的平均数及标准差，下列描述正确的是

- A. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$, $s_甲 < s_乙$
B. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$, $s_甲 > s_乙$
C. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$, $s_甲 < s_乙$
D. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$, $s_甲 > s_乙$

甲	乙
5	1 8
9 8 5 3 3 1	2 1 3 6
6 5	3 2 3 8
8	4 1 2 5

4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_1 a_7 = 4(a_2 - 1)$, 则 $\{a_n\}$ 的公比等于

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 4

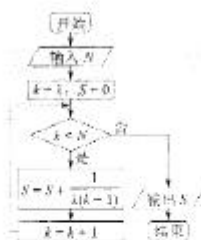
文科数学试题 • 第 1 页 (共 6 页)

5. 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 边上一点, $AD=3DB$, 则

- A. $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$ B. $\overrightarrow{CD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$
C. $\overrightarrow{CD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$ D. $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

6. 执行如图所示的程序框图, 若输入 $N=5$, 则输出 $S=$

- A. $\frac{3}{4}$
B. $\frac{4}{5}$
C. $\frac{5}{6}$
D. $\frac{6}{7}$



7. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 G 在 AB_1 上, $\overrightarrow{D_1G} \perp \overrightarrow{AB_1}$, 则 $\tan \angle D_1GA_1 =$

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

8. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x$ ($\omega > 0$), 若 $|f(\frac{3\pi}{4}) - f(\frac{\pi}{4})| = 2$, 则 ω 的最小值为

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. 3 D. 6

9. 抛物线有一条性质: 从焦点发出的光线, 经过抛物线上的一点反射后, 反射光线平行于抛物线的轴. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$, 在抛物线内, 平行于 x 轴的光线射向 C , 交 C 于

点 P , 经 P 反射后与抛物线交于点 Q , 则 $|PQ|$ 的最小值为

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

10. 设点 A 在球 O 的球面上, 过 OA 的中点 M 且垂直于 OA 的平面截球面得圆 M , 点 B 在圆 M

上, 若 $AB=2$, 则圆 M 的面积等于

- A. π B. 2π C. 3π D. 4π

文科数学试卷 • 第2页 (共6页)

11. 已知函数 $f(x) = x^3 - 4x + a \ln x$ 有两个极值点, 则实数 a 的取值范围为

- A. $(-2, 2]$ B. $(-2, 2)$ C. $(0, 2]$ D. $(0, 2)$

12. 2021 年 10 月 16 日 0 时 23 分, 长征二号 F 遥十二运载火箭在酒泉卫星发射中心点火升空. 582 秒后, 神舟十三号载人飞船进入预定轨道, 顺利将翟志刚、王亚平、叶光富三名航天员送入太空. 在不考虑空气阻力的条件下, 从发射开始, 火箭的最大飞行速度 v 满足公式: $v = w \ln(1 + \frac{M}{m})$, 其中 M 为火箭推进剂质量, m 为去除推进剂后的火箭有效载荷质量, w 为火箭发动机喷流相对火箭的速度. 当 $M = 3m$ 时, $v = 5.544$ 千米/秒. 在保持 w 不变的情况下, 若 $m = 25$ 吨, 假设要使 v 超过第一宇宙速度达到 8 千米/秒, 则 M 至少约为 (结果精确到 1, 参考数据: $e^2 \approx 7.389$, $\ln 2 \approx 0.693$)

- A. 135 吨 B. 160 吨 C. 185 吨 D. 210 吨

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0, \\ x + y - 2 \leq 0, \\ y \geq -1, \end{cases}$ 则 $z = x + 2y$ 的最大值是 _____.

14. 抽奖箱里有大小相同, 质地均匀的 5 个小球, 其中 1 个红球, 2 个白球, 2 个黑球. 每次抽奖时从中任意抽出 2 个球, 按抽到小球的颜色及个数发放奖品. 每个红球获得价值 5 元的奖品, 每个白球获得价值 1 元的奖品, 黑球不得奖. 在一次抽奖中, 所得奖品价值为 6 元的概率等于 _____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $a_{n+1} - a_n = (-1)^n + 3$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和为 _____.

16. 已知 F 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点, 过 F 的直线 l 与 C 的一条渐近线垂直, 垂足为 A , l 与 C 的另一条渐近线交于点 B , 且 $|BF| = 3|FA|$, 则 C 的离心率为 _____.

文科数学试卷 • 第 1 页 (共 6 页)

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答；第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

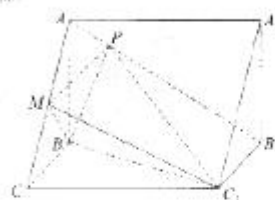
17. (12 分)

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， M 是 AC 的中点。

(1) 证明： $AB \parallel$ 平面 BMC_1 ；

(2) 若 P 是 AB 上的点，求二棱锥 $P-MBC$

与三棱锥 $C-MBC_1$ 的体积比。



18. (12 分)

在能源和环保的压力下，新能源汽车无疑将成为未来汽车的发展方向。2016 年 4 月，为促进新能源汽车发展，工信部优化交通管理政策，公安部启用新能源汽车专用号牌。2020 年 11 月，国务院办公厅印发《新能源汽车产业发展规划（2021—2035 年）》，要求深入实施发展新能源汽车国家战略，推动中国新能源汽车产业高质量可持续发展。下表是 2016 年至 2020 年新能源汽车年销量（单位：万辆）情况：

年份	2016	2017	2018	2019	2020
年份编号 x	1	2	3	4	5
年销量 y	5	7	12	12	14

(1) 完成下表内容：

年份编号 x	1	2	3	4	5
$x_i - \bar{x}$					
$y_i - \bar{y}$					

(2) 试建立年销量 y 关于年份编号 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ；

(3) 根据 (2) 中的线性回归方程预测 2024 年新能源汽车的年销量。

$$\text{参考公式：} \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

文科数学试卷·第 4 页（共 6 页）

19. (12分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $b^2 - c^2 = a^2 - \sqrt{2}ac$,

$$b \cos A = a \cos B,$$

(1) 证明: $C = 2B$;

(2) 若 D 为线段 AB 上一点, 且 $\angle BCD = \frac{\pi}{6}$, $CD = 2$, 求 $\triangle BCD$ 的面积.

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 下、上顶点分别为 B_1, B_2 , 记

四边形 $A_1A_2B_1B_2$ 的内切圆为 E .

(1) 求 E 的方程;

(2) 过点 $M(m, 0)$ ($m > 0$) 作 E 的切线 l 交 C 于 A, B 两点, 求 $|AB|$ 的最大值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = x^2 - 2x - a \ln x + ax$, $a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 设 $f(x)$ 的极小值点为 x_0 , 且 $f(x_0) < a - \frac{a^2}{4}$, 求 a 的取值范围.

文科数学试卷·第5页(共6页)

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，并用铅笔在答题卡选考题
区域内把所述的题号涂黑，如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程] (10 分)

已知圆 C 的方程为 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$ ，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \cos \alpha, \\ y = 1 + \sin \alpha, \end{cases}$ (t 为参数， $0 \leq \alpha < 2\pi$)，以原点 O 为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系。

(1) 求圆 C 的极坐标方程；

(2) 设 l 与 C 交于 A 、 B 两点，当 $|OA| + |OB| = 2\sqrt{7}$ 时，求 l 的极坐标方程。

23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

已知 $f(x) = |x-2| + |x-3|$ 。

(1) 解不等式 $f(x) \geq 3$ ；

(2) 记 $f(x)$ 的最小值为 m ，若 a 、 b 都是正数，且 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = m$ ，求证： $a + 2b \geq 9$ 。

文科数学试题·第 6 页 (共 6 页)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主选拔在线官方微信信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线

