绝密★启用前

2021～2022 学年高三 12 月质量检测

理 科 数 学

注意事项：

1. 本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
3. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。
5. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\left\{x\left|\frac{x-1}{x-3}\geqslant 0\right.\right\}$，$B=[0,4]$，则 $A\cap B=$ B

A. $[0,1]\cup[3,4]$　　B. $[0,1]\cup(3,4]$

C. $[0,1)\cup[3,4]$　　D. $[0,1)\cup(3,4]$

2. 已知复数 $z_1=2+\mathrm{i}$，$z_2=3+a\mathrm{i}$（其中 i 为虚数单位，$a\in\mathbf{R}$），若复数 $z=z_1\cdot z_2$ 在复平面内对应的点在第二象限，则实数 a 的取值范围为

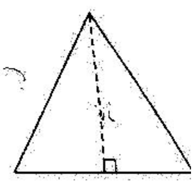
A. $(6,+\infty)$　　B. $\left(-\frac{3}{2},6\right)$　　A　　C. $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)$　　D. $\left(-6,-\frac{3}{2}\right)$

3. 已知 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-2\leqslant 0,\\ x-y+2\geqslant 0,\\ y\geqslant 1,\end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值为

B

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

4. 已知某个正三棱锥的正视图是如图所示的正三角形，且正三角形的边长为 2，则该正三棱锥的体积为



A. 3　　D　　B. $3\sqrt{3}$

C. $\sqrt{3}$　　D. 1

5. 函数 $y=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位后，得到函数 $f(x)$ 的图象，若函数 $f(x)$ 为奇函数则 ω 的最小值为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{4}{3}$　　B　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{5}{6}$

6. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1，公比为 -2，在该数列的前六项中随机抽取两项 a_m,a_n $(m,n\in\mathbf{N}^*)$，则 $a_m\cdot a_n\geqslant$ 的概率为

$a_n=(-2)^{n-1}$

A. $\frac{2}{5}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　C　　D. $\frac{1}{2}$

7. 设双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点为$F_1$、$F_2$，若双曲线右支上存在点$P$，使得$|PF_2|$，$|PF_1|$，$|F_1F_2|$成等差数列，则该双曲线的离心率的取值范围为

A. $[3,+\infty)$　　B. $(1,3]$

C. $(3,+\infty)$　　D. $(1,3)$　　D

8. 已知定义在$\mathbf{R}$上的奇函数$f(x)$满足$f(1+x)=f(1-x)$，当$x\in(0,1)$时，$f(x)=x^2+\frac{1}{x}$，则$f\left(\frac{2021}{2}\right)=$

A. $\frac{9}{4}$　　B. $-\frac{9}{4}$　　T=2　　C. $\frac{9}{8}$　　B　　D. $-\frac{9}{8}$

9. 瀑布是庐山的一大奇观，唐代诗人李白曾在《望庐山瀑布》中写道："日照香炉生紫烟，遥看瀑布挂前川。飞流直下三千尺，疑是银河落九天。"为了测量某个瀑布的实际高度，某同学设计了如下测量方案：有一段水平山道，且山道与瀑布不在同一平面内，瀑布底端与山道在同一平面内，可粗略认为瀑布与该水平山道所在平面垂直，在水平山道上A点位置测得瀑布顶端仰角的正切值为$\frac{3}{2}$，沿山道继续走20 m，抵达B点位置测得瀑布顶端的仰角为$\frac{\pi}{3}$。已知该同学沿山道行进的方向与他第一次望向瀑布底端的方向所成角为$\frac{\pi}{3}$，则该瀑布的高度约为

A. 60 m　　B. 90 m　　C. 108 m　　D. 120 m

10. 已知圆$O:x^2+y^2=4$和直线$l_1:y=-\sqrt{3}x$，若斜率为$\sqrt{3}$的直线l_2与圆O交于A，B两点，与直线l_1交于点C(C点在圆O内)，若$|AC|-|BC|=1$，则$|AB|=$

A. 2　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{13}$　　D. $2\sqrt{2}$　　C

11. 已知角α为锐角，角β为钝角，且$\sin\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\cos(\alpha+\beta)=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，则$\sin\beta=$

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　cosα = $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{10}$　　A

12. 已知$a=10e^{0.01}$，$b=10.1$，则

A. $a>b+1$　　B. $b-1<a<b$

C. $b<a<b+1$　　D. $a<b-1$

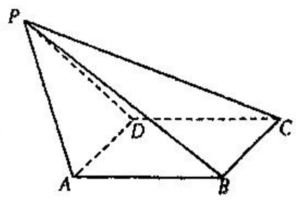
二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 某个密室逃脱游戏的一个环节是需要打开一个密码箱，已知该密码箱的密码由四个数字组成(每格都可以出现0～9十个数字)，且从之前的游戏环节得知，该密码的四个数字互不相同，且前两个数字均大于6，最后两个数字均小于5，则该密码的可能的情况数为__120__.

14. 在矩形$ABCD$中，已知$AD=2$，$AB=m$(m为正常数)，E为BC边的中点，F是对角线AC上的动点(含端点)，若$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}$的取值范围为$[-1,2]$，则$m=$__1__.　　$\lambda m^2-m^2+2\lambda=(m^2+2)\lambda-$

15. 已知抛物线$C:y^2=2x$，过定点$M(m,0)(m>0)$的动直线l与抛物线C交于A，B两点，P是坐标平面内的动点，且$\triangle ABP$的重心为坐标原点O，若$|OP|$的最小值为1，则$m=$________.

16. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为正方形，$\triangle ADP$为正三角形，且$AB=6$，$PB=6\sqrt{3}$，则该四棱锥的外接球的半径为________.



三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_3^2=2a_1+a_{12}$，且 a_1，a_2，S_3 成等比数列.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\left\{\dfrac{\sqrt{S_n}}{(\sqrt{2})^{n-1}}\right\}$的前 n 项和 T_n.

18.（本小题满分 12 分）

2022 年冬奥会将在我国北京举行. 小张欲在比赛开幕后前往现场观看. 已知小张喜欢观看的滑雪项目有四种，喜欢观看的滑冰项目有五种，且由于赛程的原因，小张只能在以上九个项目中随机选择其中的六项进行观看.

（1）求小张恰好选择了三种滑雪项目的概率；

（2）设小张观看滑雪的项目数为随机变量 X，求 X 的分布列和数学期望.

$\dfrac{C_4^3 \cdot C_5^3}{C_9^6}$

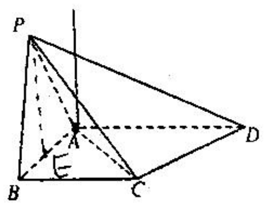
$\dfrac{1}{21}$　$\dfrac{5}{14}$　$\dfrac{10}{21}$　$\dfrac{5}{42}$

19.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$AD\parallel BC$，$AD\perp AB$，$\triangle ABP$ 是等边三角形，且 $AB=BC=2$，$AD=4$.

（1）若 $CD\perp PC$，证明：平面 $PAC\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）若平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，求平面 PBC 与平面 PCD 所成锐二面角的余弦值.



$\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

20.（本小题满分 12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右准线为 $l:x=4$（定义：椭圆 C 的右准线方程为 $x=\frac{a^2}{c}$，其中 $c=\sqrt{a^2-b^2}$），点 P 是右准线 l 上的动点，过点 P 作椭圆 C 的两条切线，分别与 y 轴交于 M、N 两点，当 P 在 x 轴上时，$|OP|=|MN|$。

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）求 $|MN|$ 的最小值。

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^x$（其中 e 是自然对数的底数），过点 $P(m,1)(m>0)$ 作曲线 $y=f(x)$ 的两条切线，切点坐标分别为 (x_1,e^{x_1})，$(x_2,e^{x_2})(x_1<x_2)$。

（1）若 $x_2=1$，求 m 的值；

（2）证明：x_1+x_2 随着 m 的增大而增大。

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22.（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

在极坐标系中，已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2-4\sqrt{3}\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta+4=0$。

（1）若以极点为原点，以极轴为 x 轴的正半轴，建立平面直角坐标系，试写出曲线 C 的直角坐标方程，并说明曲线 C 是何种几何图形；

（2）已知 O 为极点，点 M 的极坐标为 $\left(\rho_0,\frac{\pi}{12}\right)(\rho_0>0)$，若点 P 在曲线 C 上，且在直线 OM 上方，$\triangle OPM$ 为等腰直角三角形，M 为直角顶点，求 ρ_0 的值。

23.（本小题满分 10 分）选修 4－5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=m|x-n|+n|x-m|(x\in\mathbf{R},m>n>0)$。

（1）若 $n=1,m=2$，求 $f(x)$ 的最小值；

（2）若 $f(x)$ 的最小值为 3，求 m 的最小值。