毕节市 2023 届高三年级诊断性考试（二）

理科数学参考答案及评分建议

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	B	C	D	D	C	B	A	C	A	B

二、填空题

13. $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　14. $x=-1$　　15. $(-\infty,-4)$　　16. $\dfrac{1}{3}$ 或 $\dfrac{2}{3}$

三、解答题

17. 解：（Ⅰ）由 $\dfrac{S_n}{n}=n+1$ 得 $S_n=n^2+n$，

当 $n\geq 2$ 时

$S_{n-1}=(n-1)^2+(n-1)$，

$a_n=S_n-S_{n-1}=2n$，

当 $n=1$ 时

$a_1=S_1=2$，满足 $a_n=2n$，

所以数列 $\{a_n\}$ 通项公式为 $a_n=2n \quad (n\in N^*)$ .... 6 分

（Ⅱ）由 $a_n\cdot 2^{a_n}=2n\cdot 2^{2n}=2n\cdot 4^n$，

$\therefore T_n=2\times 4+4\times 4^2+6\times 4^3+\ldots+2n\times 4^n$

$4T_n=2\times 4^2+4\times 4^3+6\times 4^4+\ldots+2n\times 4^{n+1}$，两式错位相减得

$$-3T_n=2\times 4+2\times 4^2+2\times 4^3+2\times 4^4+\ldots+2\times 4^n-2n\times 4^{n+1}=\frac{8\times(1-4^n)}{1-4}-2n\cdot 4^{n+1}$$

所以 $T_n=(\dfrac{8}{3}n-\dfrac{8}{9})4^n+\dfrac{8}{9} \quad (n\in N^*)$ .... 12 分

18. 解：（Ⅰ）依题意可得：$c=120\div 500\div 10=0.024$

又 $\because a,b,c$ 成等差数列，

$\therefore 2b=a+c$ 且 $(0.005\times 2+a+b+c)\times 10=1$，

解得：$a=0.036, b=0.03$ .... 4 分

（Ⅱ）设估计中位数为t，

则$t\in[70,80)$，

$\therefore (0.005+0.036)\times10+(t-70)\times0.03=0.5$，

解得：$t=73$，即中位数估计为 73，

估计平均数为：

$55\times0.05+65\times0.36+75\times0.3+85\times0.24+95\times0.05=73.8$ .... 8 分

（Ⅲ）由题意可知：成绩在区间$[90,100)$内概率为$0.005\times10=\frac{1}{20}$，

X的取值为0,1,2,3,4,5

根据条件可知，$X\sim B(5,\frac{1}{20})$，

$\therefore E(x)=5\times\frac{1}{20}=\frac{1}{4}$． .... 12 分

19.（Ⅰ）证明：连接A_1C_1交B_1D_1于M，连接A_1C，MF

$\because$ 该几何体是正方体

$\therefore O$为AC的中点

$\because E$为AA_1的中点

$\therefore EO // A_1C$

$\because$ 平面$B_1D_1F //$ 平面BEO

平面$ACC_1A_1\cap$平面$B_1D_1F=MF$

平面$ACC_1A_1\cap$平面$BEO=EO$

$\therefore MF // EO$

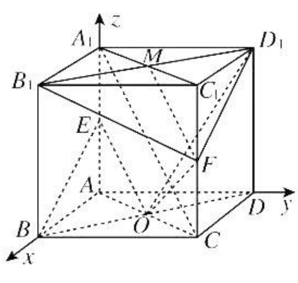
$\therefore MF // A_1C$

$\therefore M$是A_1C_1的中点

$\therefore F$是CC_1的中点

$\therefore \frac{CF}{FC_1}=1$ .... 6 分

（Ⅱ）以A为坐标原点，AB为x轴，以AD为y轴，以AA_1为z轴，建立如图所示的空间直角坐标系$A-xyz$，设$AB=2$



$\therefore O(1,1,0)$，$D_1(0,2,2), F(2,2,1), B_1(2,0,2)$

$\therefore \overrightarrow{D_1O}=(1,-1,-2), \overrightarrow{D_1F}=(2,0,-1), \overrightarrow{D_1B_1}=(2,-2,0)$

$\therefore$ 平面D_1FO的一个法向量$\overrightarrow{n_1}=(1,-3,2)$

平面D_1FB_1的一个法向量$\overrightarrow{n_2}=(1,1,2)$

设二面角$O-D_1F-B_1$的大小为θ，则θ为锐角

$\therefore \cos\theta=\frac{|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|\cdot|\overrightarrow{n_2}|}=\frac{\sqrt{21}}{21}$，

$\therefore$ 二面角 $O-D_1F-B_1$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{21}}{21}$ ……………………………………………………12 分

20.解：（Ⅰ）设点 $P(x_0,y_0)$，$Q(x,y)$

$\because \overrightarrow{DQ}=2\overrightarrow{PQ}$

$$\therefore \begin{cases} x_0=\dfrac{1}{2}x \\ y_0=y \end{cases}$$

$\because {x_0}^2+{y_0}^2=1$

$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ ……………………………………………………………………………………………… 5 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $A(0,1)$，设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$

由 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=0$

$\therefore \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=(x_1,y_1-1)\cdot(x_2,y_2-1)=x_1x_2+(y_1-1)(y_2-1)=0$

当直线 $l\perp x$ 轴时，

ΔMAN 为钝角三角形，且 $\angle MAN<90^\circ$，不满足题意.

$\therefore$ 直线 l 的斜率存在.

设直线 l 的方程为：$y=kx+b$

由 $\begin{cases} y=kx+b \\ x^2+4y^2=4 \end{cases}$，化简得：$(1+4k^2)x^2+8kbx+4b^2-4=0$

$\Delta>0\Rightarrow 64k^2b^2-4(1+4k^2)(4b^2-4)>0\Rightarrow b^2<1+4k^2$

$x_1+x_2=\dfrac{-8kb}{1+4k^2},x_1x_2=\dfrac{4b^2-4}{1+4k^2}$

$\therefore \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=x_1x_2+k^2x_1x_2+k(b-1)(x_1+x_2)+(b-1)^2$

$=\dfrac{(1+k^2)(4b^2-4)}{1+4k^2}-\dfrac{8k^2b(b-1)}{1+4k^2}+\dfrac{(b-1)^2(1+4k^2)}{1+4k^2}=0$

$\therefore (1+k^2)(4b^2-4)-8k^2b(b-1)+(b-1)^2(1+4k^2)=0$

$b=-\dfrac{3}{5}$

$\therefore$ 直线 l 的方程为：$y=kx-\dfrac{3}{5}$，恒过点 $(0,-\dfrac{3}{5})$ ……………………………………………12 分

21.解：（Ⅰ）$\because f'(x)=\dfrac{e^x-(x-1)e^x}{(e^x)^2}+\sin x=\dfrac{2-x}{e^x}+\sin x$

当 $-\pi\le x\le 0$ 时，

$2\le 2-x\le 2+\pi$，$1\le\dfrac{1}{e^x}\le e^\pi$，$-1\le\sin x\le 0$

$\therefore 0<1\le \frac{2-x}{e^x}+\sin x\le(2+\pi)e^{\pi}$，

即 $f'(x)>0$

当 $0\le x\le\frac{\pi}{2}$ 时，

$f'(x)=\frac{2-x}{e^x}+\sin x>0$ 恒成立

$\therefore$ 当 $-\pi\le x\le\frac{\pi}{2}$ 时，$f'(x)>0$ 恒成立，

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $[-\pi,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递增……………………………………6 分

（Ⅱ）当 $x=-\pi,0$ 时，不等式显然成立

当 $-\pi<x<0$ 时，$-1\le\sin x<0$，

所以 $k\le\frac{x-1-\cos x}{\sin x}$

令 $g(x)=\frac{x-1-\cos x}{\sin x}$，

$g'(x)=\frac{(1+\sin x)\sin x-(x-1-\cos x)\cos x}{\sin^2 x}=\frac{1+\sin x+(1-x)\cos x}{\sin^2 x}$

令 $h(x)=1+\sin x+(1-x)\cos x$，

$h'(x)=\cos x-\cos x-(1-x)\sin x=(x-1)\sin x>0$ 在 $(-\pi,0)$ 上成立，

$\therefore h(x)$ 在 $(-\pi,0)$ 上为单调递增函数，且 $h(-\frac{\pi}{2})=0$

$\therefore$ 当 $x\in(-\pi,-\frac{\pi}{2})$ 时，$h(x)<0$，即 $g'(x)<0$；

$\therefore$ 当 $x\in(-\frac{\pi}{2},0)$ 时，$h(x)>0$，即 $g'(x)>0$；

$\therefore g(x)$ 在 $(-\pi,-\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减，在 $[-\frac{\pi}{2},0)$ 上单调递增；

$\therefore g(x)_{\min}=g(-\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{2}+1$

$\therefore k\le\frac{\pi}{2}+1$……………………………………………………………12 分

22.解：（Ⅰ）由题意得：

C_1 的普通方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$

$\because \begin{cases}x=\rho\cos\theta\\ y=\rho\sin\theta\end{cases}$

$\therefore C_1$ 的极坐标方程为 $\rho^2(1+\sin^2\theta)=2$

由$\begin{cases} x=2+t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$（$t$为参数，$0<\alpha<\pi$）

当$\alpha=\dfrac{\pi}{2}$时，C_2的普通方程为：$x=2$

当$\alpha\neq\dfrac{\pi}{2}$时，C_2的普通方程为：$y=(x-2)\tan\alpha$ ……………………………………5分

（II）点P在直线l上，

将$\begin{cases} x=2+t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$代入方程：$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$，

得：$t^2(\cos^2\alpha+2\sin^2\alpha)+4t\cos\alpha+2=0$

由曲线C_1与C_2只有一个交点，得：$16\cos^2\alpha-8(\cos^2\alpha+2\sin^2\alpha)=0$

解得：$\cos\alpha=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$t=-\dfrac{4\cos\alpha}{2(\cos^2\alpha+2\sin^2\alpha)}=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

$\therefore |PM|=|t|=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ ……………………………………………………………10分

23.解：（I）$\because a,b,c$都是正数$\therefore \sqrt[3]{abc}\le\dfrac{a+b+c}{3}=\dfrac{1}{3}$，（当且仅当$a=b=c$取“=”）

$\therefore abc\le\dfrac{1}{27}$ ……………………………………………………………5分

（II）$\because a,b,c$都是正数$\therefore b+c\ge2\sqrt{bc}$，（当且仅当$b=c$取“=”）

$\therefore \dfrac{\sqrt{a}}{b+c}\le\dfrac{\sqrt{a}}{2\sqrt{bc}}=\dfrac{a}{2\sqrt{abc}}$（当且仅当$b=c$取“=”）

同理$\dfrac{\sqrt{b}}{a+c}\le\dfrac{\sqrt{b}}{2\sqrt{ac}}=\dfrac{b}{2\sqrt{abc}}$（当且仅当$a=c$取“=”）

$\dfrac{\sqrt{c}}{a+b}\le\dfrac{\sqrt{c}}{2\sqrt{ab}}=\dfrac{c}{2\sqrt{abc}}$（当且仅当$a=b$取“=”）

$\dfrac{\sqrt{a}}{b+c}+\dfrac{\sqrt{b}}{a+c}+\dfrac{\sqrt{c}}{a+b}\le\dfrac{a}{2\sqrt{abc}}+\dfrac{b}{2\sqrt{abc}}+\dfrac{c}{2\sqrt{abc}}=\dfrac{a+b+c}{2\sqrt{abc}}=\dfrac{1}{2\sqrt{abc}}$

（当且仅当$a=b=c$取“=”）……………………………………………………10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。