试卷类型:A

高三年级考试

数 学 试 题

2023.01

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若$(1+2ai)i=1-bi$,其中$a,b\in R$,则$|1+a+bi|=$

A. $\frac{\sqrt{13}}{2}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\sqrt{10}$

2. 设集合$A=\{x|x<2或x\geqslant 4\}$,$B=\{x|a\leqslant x\leqslant a+1\}$,若$(\complement_R A)\cap B=\varnothing$,则实数$a$的取值范围是

A. $a\leqslant 1或a>4$　　B. $a<1或a\geqslant 4$　　C. $a<1$　　D. $a>4$

3. "$\sin\theta>0$"是"θ为第一或第二象限角"的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且S_4,S_2,S_3成等差数列,$a_2+a_3+a_4=-18$,则$a_5=$

A. -96　　B. -48　　C. 48　　D. 96

5. 已知函数$f(x)=2\sin x+4\cos x$在$x=\varphi$处取得最大值,则$\cos\varphi=$

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6. 在轴截面顶角为直角的圆锥内,作一内接圆柱,若圆柱的表面积等于圆锥的侧面积,则圆柱的底面半径与圆锥的底面半径的比值为

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. 已知抛物线$C:y^2=4x$的焦点为F,过点$P(5,0)$的直线l交C于A,B两点,O为坐标原点,记$\triangle ABO$与$\triangle AFO$的面积分别为S_1和S_2,则S_1+3S_2的最小值为

A. $8\sqrt{2}$　　B. $20\sqrt{2}$　　C. $24\sqrt{2}$　　D. $32\sqrt{2}$

8. 设$a=\frac{1}{5}$,$b=ln\frac{11}{9}$,$c=sin\frac{1}{5}$,则

A. $a<b<c$　　B. $b<c<a$　　C. $c<b<a$　　D. $c<a<b$

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分。

9. 若$a>0>b>c$,则下列结论正确的是

A. $\frac{a}{c}>\frac{a}{b}$　　B. $b^{2a}>c^{2a}$

C. $\frac{a-b}{a-c}>\frac{b}{c}$　　D. $a-c\geqslant 2\sqrt{(a-b)(b-c)}$

10. 已知$A(-10,0)$,$B(2,0)$,动点P满足$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=-20$. 设点$P$的轨迹为曲线$C$,直线$l:x-ay+1+a=0$与曲线$C$交于$D,E$两点,则下列结论正确的是

A. 曲线C的方程为$(x+4)^2+y^2=16$　　B. $|PA|$的取值范围为$[2,10]$

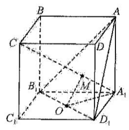
C. 当$|DE|$最小时,$a=-3$　　D. 当$|DE|$最大时,$a=3$

11. 已知函数$f(x)=2\sin^2x-3\sin|x|+1$,则下列结论正确的是

A. $f(x)$是偶函数　　B. $f(x)$在$(-\frac{\pi}{4},0)$上单调递增

C. $f(x)$在$[-\pi,\pi]$上有4个零点　　D. $f(x)$的值域是$[0,6]$

12. 如图所示,在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,$AA_1=A_1B_1=2$,$AD=1$,O是B_1D_1的中点,直线A_1C交平面AB_1D_1于点M,则下列结论正确的是



A. A,M,O三点共线

B. A_1M的长度为1

C. 直线AO与平面BCC_1B_1所成角的正切值为$\frac{\sqrt{5}}{4}$

D. $\triangle A_1MO$的面积为$\frac{\sqrt{5}}{6}$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 已知函数$f(x)=\begin{cases}4x,x\leqslant 0,\\ \log_4x,x>0,\end{cases}$则$f(f(\frac{1}{4}))=$________.

14. 已知向量$\boldsymbol{a}=(-4,-3)$,$\boldsymbol{b}=(-2,m-1)$,若$(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$,则$m=$________.

15. 已知定义在R上的函数$f(x)$满足:对任意实数a,b都有$f(a+b)=f(a)+f(b)-1$,且当$x>0$时$f(x)>1$.若$f(2)=3$,则不等式$f(x^2-x-1)<2$的解集为________.

16. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为$F$,虚轴的上端点为$A$,$M,N$是$C$上的两点,$P$是$MN$的中点,$O$为坐标原点,直线$OP$的斜率为$-\frac{1}{2}$,若$AF\parallel MN$,则双曲线$C$的两条渐近线的斜率之积为________.

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分10分）

在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且满足$\frac{2\cos C}{a}=\frac{2}{b}+\frac{\sin C}{b\sin A}$.

（1）求B；

（2）若$b=8$，D为边AC的中点，且$BD=2\sqrt{2}$，求$\triangle ABC$的面积.

18.（本小题满分12分）

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=4$，且$\frac{a_n}{S_n}=\frac{n+1}{2n}\ (n\in N^*)$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

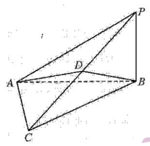
（2）若$b_n=\frac{2^n}{(n+3)a_n}$，数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，求证：$T_n<\frac{5}{12}$.

19.（本小题满分12分）

如图，在三棱锥$P-ABC$中，平面$PAB\perp$平面ABC，$PA=2\sqrt{2}$，$PB=\sqrt{2}$，$AB=\sqrt{6}$，$AC\perp PC$，D是棱PC的中点.

（1）求证：$BC\perp AC$；

（2）若$AC=\sqrt{3}$，求直线BC与平面ADB所成角的正弦值.

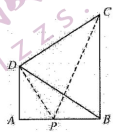


20.（本小题满分12分）

如图，为了测量某条河流两岸两座高塔底部A,B之间的距离，观测者在其中一座高塔的顶部D测得另一座高塔底部B和顶部C的视角的正切值为$\frac{4}{3}$（即$\tan\angle BDC=\frac{4}{3}$），已知两座高塔的高$AD$为30 m，$BC$为60 m，塔底$A,B$在同一水平面上，且$AD\perp AB$，$BC\perp AB$.

（1）求两座高塔底部A,B之间的距离；

（2）为庆祝2023年春节的到来，在两座高塔顶部各安装了一个大型彩色灯饰.政府部门为了方便市民观赏这两个彩色灯饰，决定在A,B之间的点P处（点P在线段AB上）搭建一个水上观景台，为了达到最佳的观赏效果，要求$\angle DPC$最大，问：在距离A点多远处搭建，才能达到最佳的观赏效果？



21.（本小题满分12分）

已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过$A(1,\frac{\sqrt{6}}{2})$，$B(\sqrt{3},\frac{\sqrt{2}}{2})$两点.

（1）求椭圆E的方程；

（2）已知$Q(4,0)$，过$P(1,0)$的直线l与E交于M,N两点，求证：$\frac{|MP|}{|NP|}=\frac{|MQ|}{|NQ|}$.

22.（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=|xe^x-a|-ax(\ln x+1)(a\in\mathbb{R})$.

（1）若$a=-1$，证明：$f(x)\geqslant x(e^x+2)$；

（2）若$f(x)>0$对任意的$x\in(0,+\infty)$恒成立，求a的取值范围.