

高三数学试卷(文科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

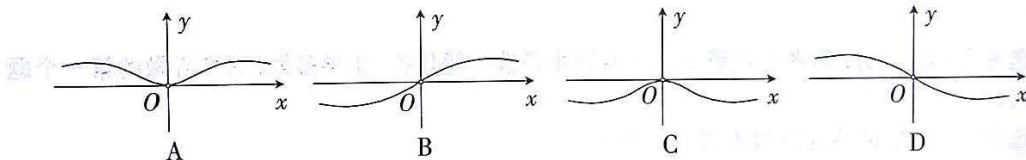
1. 若复数 $z = \sqrt{2}i$, 则

- | | |
|--------------|---------------|
| A. $z^2 = 2$ | B. $z^2 = -4$ |
| C. $z^4 = 2$ | D. $z^4 = 4$ |

2. 已知集合 $A = \{x | 0 < x < 16\}$, $B = \{y | -4 < 4y < 16\}$, 则 $A \cup B =$

- | | |
|---------------|---------------|
| A. $(-1, 16)$ | B. $(0, 4)$ |
| C. $(-1, 4)$ | D. $(-4, 16)$ |

3. 函数 $f(x) = \frac{x^2}{2^x - 2^{-x}}$ 的部分图象大致为



4. 已知两个非零向量 $\mathbf{a} = (1, x)$, $\mathbf{b} = (x^2, 4x)$, 则“ $|x| = 2$ ”是“ $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ ”的

- | | |
|------------|---------------|
| A. 充分不必要条件 | B. 必要不充分条件 |
| C. 充要条件 | D. 既不充分也不必要条件 |

5. 转子发动机采用三角转子旋转运动来控制压缩和排放. 如图 1, 三角转子的外形是有三条侧棱的曲面棱柱, 且侧棱垂直于底面, 底面是以正三角形的三个顶点为圆心, 正三角形的边长为半径画圆构成的曲面三角形(如图 2), 正三角形的顶点称为曲面三角形的顶点, 侧棱长为曲面棱柱的高, 记该曲面棱柱的底面积为 S , 高为 h . 已知曲面棱柱的体积 $V = Sh$, 如图 1 所示的曲面棱柱的体积为 $9(\pi - \sqrt{3})$, $h = 2$, 则 $AB =$

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 6



图 1

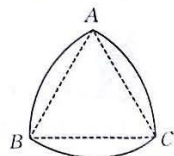


图 2

6. 已知 $a = 1.3^{0.1}$, $b = \log_2 5$, $c = 0.9^{2.3}$, 则

- | | |
|----------------|----------------|
| A. $a < c < b$ | B. $a < b < c$ |
| C. $c < b < a$ | D. $c < a < b$ |

【高三数学 第 1 页(共 4 页)文科】

姓名
班级
学校
题
答
要
不
内
线
封
密

7. 九连环是我国从古至今广为流传的一种益智游戏,它由九个铁丝圆环相连成串.在某种玩法中,用 a_n 表示解下 $n(n \leq 9, n \in \mathbf{N}_+)$ 个圆环所需要移动的最少次数,数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$,且

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n - 1, & n \text{ 为奇数,} \\ 2a_n + 2, & n \text{ 为偶数,} \end{cases} \text{ 则 } a_5 + a_8 =$$

- A. 287 B. 272 C. 158 D. 143

8. 目前,全国所有省份已经开始了新高考改革.改革后,考生的高考总成绩由语文、数学、外语 3 门全国统一考试科目成绩和 3 门选择性科目成绩组成.已知某班甲、乙同学都选了物理和地理科目,且甲同学的另一科目会从化学、生物、政治这 3 科中选 1 科,乙同学的另一科目会从化学、生物这 2 科中选 1 科,则甲、乙所选科目相同的概率是

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{5}$

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右顶点为 M ,以 M 为圆心,双曲线 C 的半焦距为半径的圆与双曲线 C 的一条渐近线相交于 A, B 两点.若 $\angle AMB = \frac{2\pi}{3}$,则双曲线 C 的离心率为

- A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

10. 已知函数 $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 在 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{a}{6}]$ 和 $[\frac{2a}{5}, \frac{7\pi}{12}]$ 上都是单调的,则 a 的取值范围是

- A. $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{35\pi}{24}]$ B. $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{12}]$ C. $[\frac{5\pi}{12}, \frac{35\pi}{24}]$ D. $[\frac{5\pi}{12}, \pi]$

11. 已知函数 $f(x) = \ln x - x^2$,直线 $l: x + y - 4 = 0$,若直线 $x - y + m = 0$ 与 $f(x)$ 的图象交于 A 点,与直线 l 交于 B 点,则 A, B 之间的最短距离是

- A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. $4\sqrt{2}$ D. 8

12. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的所有顶点都在球 O 的表面上, $\triangle ABC$ 是边长为 $4\sqrt{3}$ 的等边三角形,若三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值是 $32\sqrt{3}$,则球 O 的表面积是

- A. 100π B. 160π
C. 200π D. 320π

第 II 卷

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡的相应位置.

13. 某校高三年级进行了一次高考模拟测试,这次测试的数学成绩 $X \sim N(90, \sigma^2)$,且 $P(X < 60) = 0.1$,规定这次测试的数学成绩高于 120 分为优秀.若该校有 1200 名高三学生参加测试,则数学成绩为优秀的人数是 \blacktriangle .

14. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y - 2 \geq 0, \\ x - 2y - 2 \leq 0, \\ y \leq 1, \end{cases}$ 则 $2x - y$ 的最大值是 \blacktriangle .

15. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_n > 0$,且 $(n+1)a_{n+1}^2 - na_n^2 + a_{n+1}a_n = 0$,则 $a_n = \blacktriangle$.

16. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ,过点 F 的直线 l 与抛物线 C 相交于 A, B 两点,分别过 A, B 两点作抛物线 C 的准线的垂线,垂足分别为 D, E ,若 $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{4} S_{\text{四边形} ABED} = 4\sqrt{2}$,则 $p = \blacktriangle$.

【D 高三数学 第 2 页(共 4 页)文科 D】

三、解答题:共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

通过市场调查, 现得到某种产品的资金投入 x (单位: 百万元) 与获得的利润 y (单位: 百万元) 的数据, 如下表所示:

资金投入 x	2	4	5	6	8
利润 y	3	4	6	5	7

- (1) 求样本 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, 5)$ 的相关系数 (精确到 0.01);
- (2) 根据上表提供的数据, 用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归直线方程;
- (3) 现投入资金 1 千万元, 求获得利润的估计值.

$$\text{附: 相关系数 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \sqrt{2} \approx 1.414,$$

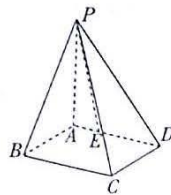
对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最

$$\text{小二乘估计分别为 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

18. (12 分)

如图, 在底面为矩形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$.

- (1) 证明: 平面 $PAD \perp$ 平面 PCD .
- (2) 若 $PA=AD=3, AB=1, E$ 在棱 AD 上, 且 $AD=3AE$, 求四棱锥 $P-ABCE$ 的体积.



19. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a=2\sqrt{2}, \sqrt{2}c \sin(A + \frac{\pi}{4}) = b$.

- (1) 求角 C ;
- (2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, D 为 AB 边的中点, 求线段 CD 长的取值范围.

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $P(2, 0)$ 是椭圆 C 上一点.

(1) 求椭圆 C 的标准方程.

(2) 过点 $(6, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B (异于点 P) 两点, 直线 PA, PB 的斜率分别是 k_1, k_2 , 试问 $k_1 k_2$ 是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1)$.

(1) 比较 $f(x)$ 与 0 的大小;

(2) 证明: 对任意的 $x \in [0, 1)$, $x[\ln(x+1) - \ln(1-x)] + 4\cos x - 4 \geq 0$ 恒成立.

注: $[\ln(x+1)]' = \frac{1}{x+1}$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 M 的方程为 $y = \sqrt{-x^2 + 4x}$, 曲线 N 的方程为 $xy = 9$. 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系.

(1) 求曲线 M, N 的极坐标方程;

(2) 若射线 $l: \theta = \theta_0 (\rho \geq 0, 0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2})$ 与曲线 M 交于点 A (异于极点), 与曲线 N 交于点 B , 且

$$|OA| \cdot |OB| = 12, \text{ 求 } \theta_0.$$

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x-a-1| + |x-2a|$.

(1) 证明: 存在 $a \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x) \geq 1$ 恒成立.

(2) 当 $x \in [2a, 4]$ 时, $f(x) \leq x+a$, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

