

哈师大附中 2020 年高三第三次模拟考试

文科数学

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡的相应位置上.
2. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号.写在本试卷上无效.
3. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.

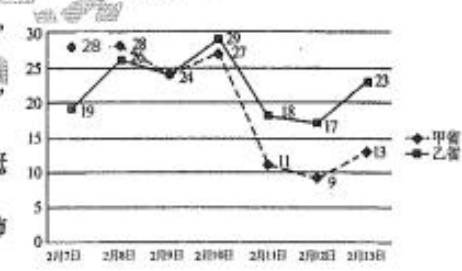
第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | y = |x|\}$, 则集合 $A \cap B$ 的子集的个数为
A. 2 B. 4 C. 8 D. 16
2. 小赵到哈尔滨南岗区 7 个小区和道里区 8 个小区调查空置房情况,将调查得到的小区空置房的套数绘成了如图所示的茎叶图,则调查中的南岗区空置房套数的中位数与道里区空置房套数的中位数之差为

南岗区		道里区	
0	6	9	
9 4 3	7	4 5 6	
2 1	8	0 2 3	
1	9	0	

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
3. 已知复数 $z = \sin\theta - \frac{2\sqrt{2}}{3} + (\cos\theta - \frac{1}{3})i$ 为纯虚数,则 $\tan\theta =$
A. $2\sqrt{2}$ B. $-2\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$
4. “新冠肺炎”疫情的控制需要根据大数据进行分析,并有针对性的采取措施.下图是甲、乙两个省份从 2 月 7 日到 2 月 13 日一周内的新增“新冠肺炎”确诊人数的折线图.根据图中甲、乙两省的数字特征进行比对,下列说法错误的是
A. 2 月 7 日到 2 月 13 日甲省的平均新增“新冠肺炎”确诊人数低于乙省
B. 2 月 7 日到 2 月 13 日甲省的单日新增“新冠肺炎”确诊人数最大值小于乙省
C. 2 月 7 日到 2 月 13 日乙省相对甲省的新增“新冠肺炎”确诊人数的波动大
D. 后四日(2 月 10 日至 13 日)乙省每日新增“新冠肺炎”确诊人数均比甲省多



购物抽奖活动,凡当日购物满 1000 元的顾客,可参加抽奖,规则如下:盒中有大小质地均相同 5 个球,其中 2 个红球和 3 个白球,不放回地依次摸出 2 个球,若在第一次和第二次均摸到红球则获得特等奖,否则获得纪念奖,则顾客获得特等奖的概率是_____.

14. 设函数 $f(x) = e^x$ 在 $x=0$ 处的切线与 x, y 轴围成的区域为 Ω , 点 P 是 Ω 内一动点, 点 Q 是函数 $y = \sqrt{1 - (x-3)^2} - 3$ 上的动点, 则线段 $|PQ|$ 的最小值为_____.
15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln(-x), & x < 0 \\ x^3 - 3x, & x \geq 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(x+1) \leq f(0)$ 的解集为_____.
16. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $2c \cdot \tan B = b \cdot (\tan A + \tan B)$, 则 $A =$ _____; 若 O 是 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心, 则 $\frac{\cos B}{2\sin C} \cdot \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AO}}{AO^2} + \frac{\cos C}{2\sin B} \cdot \frac{\vec{AC} \cdot \vec{AO}}{AO^2} =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\} (b_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*)$, 满足 $a_1 = 2b_1, a_n b_{n+1} - a_{n+1} b_n + 2b_{n+1} b_n = 0$.

(I) 令 $c_n = \frac{a_n}{b_n}$, 证明: 数列 $\{c_n\}$ 为等差数列, 并求数列 $\{c_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $b_n = 2^{n-1}$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (本小题满分 12 分)

新冠肺炎疫情这只“黑天鹅”的出现, 给经济运行带来明显影响, 住宿餐饮、文体娱乐、交通运输、旅游等行业受疫情影响严重. 随着复工复产的有序推动, 我市某西餐厅推出线上促销活动:

A 套餐(在下列食品中 6 选 2)

西式面点: 蔓越莓核桃包、南瓜芝士包、黑列巴、全麦吐司;

中式面点: 豆包、桂花糕.

B 套餐: 酱牛肉、老味烧鸡熟食类组合.

复工复产后某一周两种套餐的日销售量(单位: 份)如下:

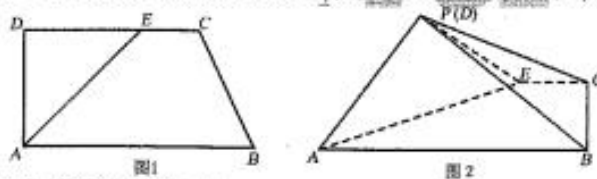
	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
A 套餐	11	12	14	18	22	19	23
B 套餐	6	13	15	15	37	20	41

(I) 根据上面一周的销量, 计算 A 套餐和 B 套餐的平均销量和方差, 并根据所得数据评价两种套餐的销售情况;

(II) 若某顾客购买一份 A 套餐, 求他所选的面点中至少一种中式面点的概率.

19. (本小题满分 12 分)

如图 1, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC, \angle BAD = 90^\circ, AB = 8, AD = 4, DC = 6$, 点 E 在 CD 上, 且 $DE = 4$, 将三角形 ADE 沿线段 AE 折起到 PAE 的位置, $PB = 4\sqrt{3}$ (如图 2).



(I) 求证: 平面 $PAE \perp$ 平面 $ABCE$;

(II) 在线段 PB 上是否存在点 M , 使 $CM \parallel$ 平面 PAE ? 若存在, 求出 $\frac{PM}{MB}$ 的值; 若不存在, 说明理由.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C_1: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 四点 $P_1(1, 1), P_2(0, 2), P_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -1\right), P_4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$ 中恰有三点在椭圆 C_1 上, 抛物线 $C_2: y^2 = 2px (p > 0)$ 焦点到准线的距离为 $\frac{1}{2}$.

(I) 求椭圆 C_1 、抛物线 C_2 的方程;

(II) 过椭圆 C_1 右顶点 Q 的直线 l 与抛物线 C_2 交于点 A, B , 射线 OA, OB 分别交椭圆 C_1 于点 M, N .

(i) 证明: $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ 为定值;

(ii) 求 $\triangle MON$ 的面积的最小值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \sin x - ax (a \in \mathbb{R})$.

(I) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 求 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上最值;

(II) 若对一切 $x \in (0, +\infty)$, 不等式 $f(x) > -\frac{x^3}{6}$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

已知曲线 $C_1: \begin{cases} x = \frac{4t}{1+t^2} \\ y = \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{cases} (t \text{ 为参数})$, 以坐标原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,

曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2$, 正方形 $ABCD$ 的顶点都在 C_2 上, 且 A, B, C, D 依逆时针次序排列, 点 A 的极坐标为 $(2, \frac{\pi}{4})$.

(I) 求曲线 C_1 的普通方程及点 A, B, C, D 的直角坐标;

(II) 设 P 为 C_1 上任意一点, 求 $|PA|^2 + |PB|^2 + |PC|^2 + |PD|^2$ 的取值范围.

23. [选修 4-5: 不等式选讲]

已知函数 $f(x) = |ax - 1| (a > 0)$.

(I) 若不等式 $f(x) + f(x-1) \geq 1$ 对一切实数 x 恒成立, 求实数 a 的取值集合 A ;

(II) 若 $x, y \in A$, 求证: $x + y + \frac{1}{xy} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$.

关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（<http://www.zizzs.com/>）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“**答题模板**”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“**必背知识点**”，即可获取《高考考前必背知识点》