1号卷·A10联盟20

文科数

巢湖一中　合肥八中　淮南二中　六安一中　南陵中
宣城中学　滁州中学　池州一中　阜阳一中　灵璧中

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、选择题(本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.)

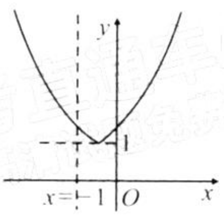
1. 已知集合 $M=\left\{x \middle| y=\sqrt{1-x^2}\right\}$，$N=\left\{x \middle| -2<x<2, x\in \mathbf{N}\right\}$，则 $M\cap N=$（　　）

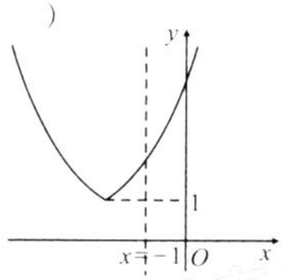
A. $[-1,1]$　　B. $\{0\}$　　C. $\{1\}$　　D. $\{0,1\}$

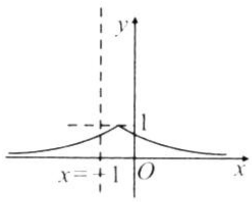
2. 已知复数 $z=3-2\mathrm{i}$，则复数 $z(1+\mathrm{i})$ 的实部为（　　）

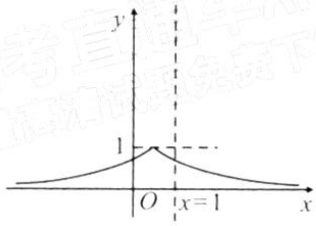
A. 5　　B. 1　　C. 5i　　D. i

3. 函数 $f(x)=2^{-\left|x+\frac{1}{2}\right|}$ 的图象大致是（　　）

A.


B.


C.


D.


4. $\cos^2 1785°-\sin^2 1815°=$（　　）

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

5. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线与直线 $x+\sqrt{3}y=0$ 垂直，则双曲线 C 的离心率为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

组2022届高三开年考
科数学

陵中学 舒城中学 太湖中学 天长中学 屯溪一中
璧中学 宿城一中 合肥六中 太和中学 合肥七中

部分 满分150分，考试时间120分钟 请在答题卡上作答

6. 已知 $a=\log_{29}3, b=\log_{50}4, c=\ln e^{\frac{1}{3}}$，则 a,b,c 的大小关系为（　　）

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$

C. $c<b<a$　　D. $c<a<b$

7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_6+a_7+a_8=224$，$S_3=7$，则 $\frac{S_5}{a_3}=$（　　）

A. $\frac{33}{4}$　　B. $\frac{31}{4}$　　C. $\frac{31}{8}$　　D. $\frac{33}{8}$

8. 已知命题 $p:\exists x\in(0,1), 2^x=\frac{1}{x}$；命题 q：若 $ax^2+ax+1>0$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，则 $0\leqslant a<4$. 下列命题中为真命题的是（　　）

A. $p\wedge q$　　B. $(\neg p)\wedge q$

C. $p\wedge(\neg q)$　　D. $\neg(p\vee q)$

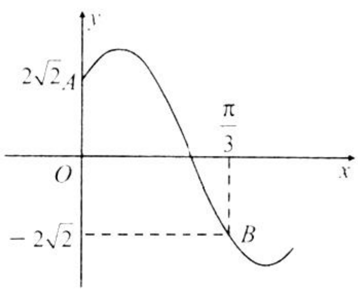
9. 已知函数 $f(x)=4\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，其中 $A(0,2\sqrt{2})$，$B\left(\frac{\pi}{3},-2\sqrt{2}\right)$，则函数 $f(x)$ 的单调递增区间为（　　）

A. $\left[k\pi-\frac{5\pi}{12},k\pi+\frac{\pi}{12}\right](k\in\mathbf{Z})$

B. $\left[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{6}\right](k\in\mathbf{Z})$

C. $\left[\frac{2k\pi}{3}-\frac{\pi}{4},\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{12}\right](k\in\mathbf{Z})$

D. $\left[\frac{2k\pi}{3}-\frac{\pi}{6},\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right](k\in\mathbf{Z})$

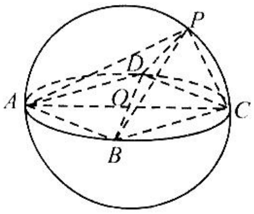


10. 已知曲线 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-x+\frac{1}{3}$ 与曲线 $g(x)=\frac{2x+3}{x+1}$ 交于 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 两点，则 $x_1+x_2+y_1+y_2=$（　　）

A. 1　　B. -2　　C. 2　　D. 4

11. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的外接球的球心为 O，其中底面 $ABCD$ 为正方形，若平面 $ABCD$ 过球心 O，且 $\angle PBD=45°$，$\tan\angle PAC=\frac{1}{2}$，则异面直线 PA,CD 所成角的余弦值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$



12. 已知函数 $f(x)=4\cos x-\frac{1}{3}mx^3$ 在 $\left[\frac{3\pi}{4},2\pi\right]$ 上单调递增，则实数 m 的取值范围为（　　）

A. $\left(-\infty,-\frac{16\sqrt{3}}{9\pi}\right]$　　B. $\left(-\infty,-\frac{16\sqrt{2}}{9\pi^2}\right]$

C. $\left(-\infty,-\frac{32\sqrt{3}}{9\pi}\right]$　　D. $\left(-\infty,-\frac{32\sqrt{2}}{9\pi^2}\right]$

第 II 卷（非选择题　共 90 分）

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题，考生根据要求作答.

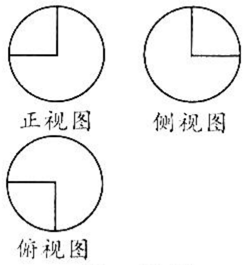
二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(1,1)$，若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$ 垂直，则 λ 的值为__________.

14. 刘徽是魏晋时代著名数学家，是我国古代数学的集大成者，他给出了 $(2k+1)$ 阶幻方的构作方法是数学史上算法的范例，他的 $(2k+1)$ 阶幻方被称为“神农幻方”.所谓幻方，是把 $1,2,\cdots,n^2$ 排成 $n\times n$ 的方阵，使其每行、每列和对角线的数字之和均相等.下图是刘徽构作的 3 阶幻方，现从中随机抽取三个数，满足数字之和等于 15，则含有数字 5 或 6 的概率为__________.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

第14题图



第15题图

15. 如图，某几何体的三视图是三个半径相等的圆及每个圆中两条互相垂直的半径，若该几何体的体积是 $\frac{28\pi}{3}$，则它的表面积是______.

16. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px\left(p > 0\right)$ 的焦点为 F，点 M 在抛物线 C 上，点 N 在抛物线 C 的准线 l 上，若 $3\overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FN} = \mathbf{0}$，且 $2\left|MF\right| - p = 4$，则 F 到 l 的距离为______.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

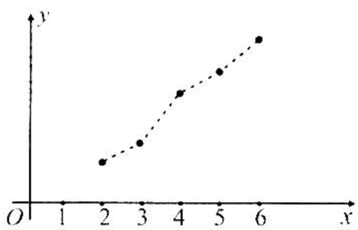
17.（本小题满分 12 分）

近年来，随着网络时代的发展，线上销售成为了一种热门的发展趋势. 为了了解产品 A 的线上销售对象对该产品的满意程度，研究人员随机抽取了部分客户作出调查，得到的数据如下表：

	表示满意	表示不满意
男性	60	45
女性	30	45

（Ⅰ）判断能否在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下认为客户的满意程度与性别有关？

（Ⅱ）根据以往数据，产品 A 的部分销售年份 $x\left(x = 2,3,4,5,6\right)$ 和线上销售总额 y 之间呈现线性相关，数据统计如下图所示，其中 $\sum_{i=1}^{5} x_i y_i = 27400, \sum_{i=1}^{5} y_i = 4000$，求 y 关于 x 的回归直线方程 $y = \hat{b}x + \hat{a}$.



附：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

18.（本小题满分 12 分）

设首项为 2 的数列$\{a_n\}$的前 n 项积为 T_n，且 $T_{n+1}=\dfrac{(n+2)a_nT_n}{n}$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

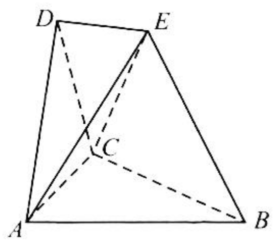
（Ⅱ）设 $b_n=\dfrac{1}{a_n}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在多面体 $ABCDE$ 中，平面 $ACD \perp$ 平面 ABC，其中 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABC$ 都是面积为 $4\sqrt{3}$ 的等边三角形，$BE = BA$，点 E 在平面 ABC 上的射影落在 $\triangle ABC$ 中 AC 边的中线上，且直线 BE 与平面 ACD 所成角的大小为 $30°$.

（Ⅰ）求证：$DE //$ 平面 ABC；

（Ⅱ）求点 B 到平面 ADE 的距离.



20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x) = x\left(\mathrm{e}^x - 1\right) - m$，$m \in \mathbf{R}$.

（Ⅰ）若 $m = -1$，求曲线 $y = f(x)$ 在点 $\left(1, f(1)\right)$ 处的切线方程；

（Ⅱ）若关于 x 的不等式 $f(x) + 2 \geqslant \ln x$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立，求 m 的取值范围.

21.（本小题满分 12 分）

设 O 为坐标原点，椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与 x，y 轴的正半轴分别交于 A，B 两点，且 $\triangle OAB$ 的面积为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，点 $E(x_1,y_1)$，$F(x_2,y_2)$（E,F 均不与 B 重合）是椭圆 C 上两个动点，且当 $x_1=x_2=\dfrac{1}{2}$ 时，$|EF|=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）若直线 BE 和 BF 的斜率之积为 $\dfrac{1}{6}$，试探究：直线 EF 是否过定点；若是，求出该定点坐标，若不是，请说明理由.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答．注意：只能做选定的题目，如果多做，则按所做的第一题记分，解答时请写清题号．

22.（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos\varphi \\ y=\sin\varphi \end{cases}$（其中 φ 为参数），曲线 $C_2: x^2-2x+y^2=0$，以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，射线 $l:\theta=\alpha$（$\rho\geqslant 0$）与曲线 C_1 在 x 轴上方交于点 A，与曲线 C_2 交于点 B（异于原点 O）.

（Ⅰ）求曲线 C_1，C_2 的极坐标方程；

（Ⅱ）当 $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$ 时，求 $|AB|$ 的值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|4x-3|+|4x+5|$.

（Ⅰ）求不等式 $f(x)>10$ 的解集；

（Ⅱ）设 $m,n\in\mathbf{R}_+$，且 $m+2n=2$，求证：$2^{\sqrt{m+1}}\cdot 2^{\sqrt{2n+1}}<f(x)$.

号卷·A10联盟2022届高三开年考
文科数学参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	C	D	B	B	B	A	C	C	B	D

1. D 由题意得，$M=\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$，$N=\{0,1\}$，则 $M\cap N=\{0,1\}$，故选 D.

2. A 由题意得，$z(1+\mathrm{i})=(3-2\mathrm{i})(1+\mathrm{i})=5+\mathrm{i}$，则其实部为 5. 故选 A.

3. C 由题意得，函数 $f(x)=2^{-\left|x+\frac{1}{2}\right|}$ 的图象关于直线 $x=-\dfrac{1}{2}$ 对称，$f(0)=2^{-\frac{1}{2}}<1$，故选 C.

4. D $\cos^2 1785°-\cos^2 1875°=\cos^2(-15°)-\cos^2 75°=\cos^2 15°-\sin^2 15°=\cos 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

故选 D.

5. B 由题意得，这条渐近线的斜率为 $\sqrt{3}$，$\therefore \dfrac{b}{a}=\sqrt{3}$，$\therefore e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\dfrac{b}{a}\right)^2}=2$.故选 B.

6. B 因为 $c=\ln e^{\frac{1}{3}}=\dfrac{1}{3}$，$a=\log_{29}3=\log_{29}27^{\frac{1}{3}}<\log_{29}29^{\frac{1}{3}}=\dfrac{1}{3}$，

$b=\log_{50}4=\log_{50}64^{\frac{1}{3}}>\log_{50}50^{\frac{1}{3}}=\dfrac{1}{3}$，所以 $a<c<b$. 故选 B.

7. B 设等比数列的公比为 q，则 $\dfrac{a_6+a_7+a_8}{S_3}=\dfrac{a_6+a_7+a_8}{a_1+a_2+a_3}=q^5=32$，解得 $q=2$，

$\therefore \dfrac{S_5}{a_3}=\dfrac{a_1(1-q^5)}{a_1q^2(1-q)}=\dfrac{31}{4}$，故选 B.

8. A 令 $f(x)=2^x-\dfrac{1}{x}$，则 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 为连续函数，且 $f(1)=1>0$，

$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\sqrt{2}-2<0$，故 $f(x)$ 在 $\left(\dfrac{1}{2},1\right)$ 上存在零点，故方程 $2^x=\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,1)$ 上有解，所以命题 p 为真命题. $ax^2+ax+1>0$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，当 $a=0$ 时，$1>0$ 显然成立，当 $a\neq 0$ 时，则 $\begin{cases}a>0\\ \Delta=a^2-4a<0\end{cases}$，解得 $0<a<4$，综上 $0\leqslant a<4$，所以命题 q 为真命题，所以 $p\wedge q$ 为真命题，$(\neg p)\wedge q$、$p\wedge(\neg q)$、$\neg(p\vee q)$ 为假命题. 故选 A.

9. C 由题意得，$\frac{T}{2}=\frac{\pi}{3}$，则 $T=\frac{2\pi}{3}$，$\therefore \omega=\frac{2\pi}{T}=3$，$\therefore f(x)=4\sin(3x+\varphi)$.

$\because f(0)=4\sin\varphi=2\sqrt{2}$，$\therefore \sin\varphi=\frac{\sqrt{2}}{2}$，又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，$\therefore \varphi=\frac{\pi}{4}$，

$\therefore f(x)=4\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$，令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 3x+\frac{\pi}{4}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，解得

$\frac{2k\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$，$\therefore f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[\frac{2k\pi}{3}-\frac{\pi}{4},\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{12}\right]$ $(k\in\mathbf{Z})$. 故选 C.

10. C 由题意得，$g(x)=\frac{2x+3}{x+1}=\frac{2x+2+1}{x+1}=2+\frac{1}{x+1}$，故函数 $g(x)$ 的图象关于点 $(-1,2)$ 中心对称；易验证 $f(-x)+f(-2+x)=4$，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的图象也关于点 $(-1,2)$ 中心对称，$\therefore x_1+x_2+y_1+y_2=-2+4=2$. 故选 C.

11. B $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，$\therefore AB//CD$，$\therefore \angle PAB$ 即为所求异面直线 PA 与 CD 所成角，由 $PA^2+PC^2=4R^2$，$\tan\angle PAC=\frac{1}{2}$ 可得 $PA=\frac{4R}{\sqrt{5}}$，$AB=\sqrt{2}R$.

又 $\angle PBD=45°$，$\therefore PB=PD$，$\therefore PO\perp BD$，$\therefore PB=\sqrt{2}R$，

$\therefore \cos\angle PAB=\frac{\frac{2R}{\sqrt{5}}}{\sqrt{2}R}=\frac{\sqrt{10}}{5}$. 故选 B.

12. D 由题意得，$f'(x)=-4\sin x-mx^2$，又 $f'(x)\geqslant 0$，则 $-4\sin x-mx^2\geqslant 0$，

$\therefore -\frac{4\sin x}{x^2}\geqslant m$. 令 $g(x)=-\frac{4\sin x}{x^2}$，可知当 $x\in\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$ 时，$g(x)<0$，当 $x\in[\pi,2\pi]$ 时，$g(x)\geqslant 0$，当 $x\in\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$ 时，$g'(x)=\frac{4}{x^3}(2\sin x-x\cos x)>0$，

$\therefore$ 函数 $g(x)$ 在 $\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$ 上单调递增，$\therefore g(x)_{\min}=g\left(\frac{3\pi}{4}\right)=-\frac{32\sqrt{2}}{9\pi^2}$，则

$m\leqslant-\frac{32\sqrt{2}}{9\pi^2}$，$\therefore$ 实数 m 的取值范围为 $\left(-\infty,-\frac{32\sqrt{2}}{9\pi^2}\right]$. 故选 D.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. $-\frac{5}{3}$

由题意得，$\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}=(1+\lambda,2+\lambda)$，$\because \boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$ 垂直，

$\therefore \boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b})=1+\lambda+2(2+\lambda)=0$，解得 $\lambda=-\frac{5}{3}$.

14. $\frac{3}{4}$

由题意得，该3阶幻方每行、每列和对角线上的数字之和均等于15，从中随机抽取三个数，数字之和等于15，基本事件总数为8，易知事件“含有数字5或6”包含的基本事件数为6，故所求事件的概率为 $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$.

15. 17π

由三视图可得原几何体为球体去除自身的 $\frac{1}{8}$ 后的部分，设球的半径为 R，则

$V=\frac{4}{3}\pi R^3\times\frac{7}{8}=\frac{28\pi}{3}$，解得 $R=2$，所以该几何体的表面积为

$S=\frac{7}{8}\times4\pi\times2^2+3\times\frac{1}{4}\pi\times2^2=17\pi$.

16. 12

由 $3\overrightarrow{MF}+\overrightarrow{FN}=\mathbf{0}$ 知，M 为线段 FN 上靠近 F 的三等分点，过点 M 作 $MM'\perp l$ 于点 M'，$\therefore |MM'|=|MF|=\frac{2}{3}p$，$\because 2|MF|-p=4$，$\therefore \frac{4}{3}p-p=4$，解得 $p=12$.

三、解答题（本大题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分12分）

（Ⅰ）根据统计数据，可得 2×2 列联表如下表：

	表示满意	表示不满意	总计
男性	60	45	105
女性	30	45	75
总计	90	90	180

………………………… 3分

则 $K^2=\frac{180\times(60\times45-30\times45)^2}{105\times75\times90\times90}=\frac{36}{7}\approx5.143>5.024$，…………………… 5分

故能够在犯错误的概率不超过0.025的前提下认为客户的满意程度与性别有关.

…………………… 6分

（Ⅱ）由题意得，$\sum_{i=1}^{5}x_i^2=90$，$\overline{x}=4$，……………………… 7分

则 $\hat{b}=\frac{27400-4\times4000}{90-80}=1140$，$\hat{a}=800-1140\times4=-3760$，………… 11分

$\therefore y$ 关于 x 的回归直线方程为 $\hat{y}=1140x-3760$. ……………………… 12分

18.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）$\because T_{n+1}=\dfrac{(n+2)a_nT_n}{n}$，$\therefore \dfrac{T_{n+1}}{T_n}=a_{n+1}=\dfrac{(n+2)a_n}{n}$，即 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{n+2}{n}$，…… 2 分

由累乘法得，

$$a_n=\frac{a_n}{a_{n-1}}\cdot\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\cdot\frac{a_{n-2}}{a_{n-3}}\cdot\cdots\cdot\frac{a_4}{a_3}\cdot\frac{a_3}{a_2}\cdot\frac{a_2}{a_1}\cdot a_1=\frac{n+1}{n-1}\cdot\frac{n}{n-2}\cdot\frac{n-1}{n-3}\cdot\cdots\cdot\frac{5}{3}\cdot\frac{4}{2}\cdot\frac{3}{1}\cdot 2=(n+1)n,$$

当 $n=1$ 时，$a_1=2$ 也满足上式，$\therefore a_n=n^2+n$．……………………… 6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$a_n=n^2+n$，$\therefore b_n=\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$，………………… 8 分

则 $S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}=1-\dfrac{1}{n+1}=\dfrac{n}{n+1}$．… 12 分

19.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）取 AC 的中点 O，连接 BO，DO，故 BO 为 $\triangle ABC$ 的中线，

$\therefore BO\perp AC$，$DO\perp AC$．……………………… 1 分

设点 F 是点 E 在平面 ABC 上的射影，由题意得，点 F 在 BO 上.

连接 EF，则 $EF\perp$ 平面 ABC．……………………… 2 分

$\because$ 平面 $ACD\perp$ 平面 ABC，平面 $ACD\cap$ 平面 $ABC=AC$，$DO\subset$ 平面 ACD，

$DO\perp AC$，$\therefore DO\perp$ 平面 ABC，$\therefore DO// EF$．……………………… 3 分

$\because\triangle ABC$ 是面积为 $4\sqrt{3}$ 的等边三角形，$\therefore AB=4$，

$\because$ 直线 BE 与平面 ACD 所成角的大小为 $30°$，即 $\angle BEF=30°$，$\therefore EF=2\sqrt{3}$，

又 $DO=2\sqrt{3}$，$\therefore$ 四边形 $EFOD$ 为平行四边形，$\therefore DE// BO$．……………… 6 分

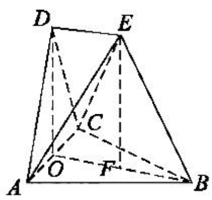
$\because BO\subset$ 平面 ABC，$DE\not\subset$ 平面 ABC，$\therefore DE//$ 平面 ABC．……………… 7 分

（Ⅱ）设点 B 到平面 ADE 的距离为 d．

由 $V_{B-ADE}=V_{A-BDE}$ 得 $\dfrac{1}{3}S_{\triangle ADE}\cdot d=\dfrac{1}{3}S_{\triangle BDE}\cdot 2$，

即 $\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot AD\cdot DE\cdot d=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot DE\cdot DO\cdot 2$，

解得 $d=\sqrt{3}$．………………… 12 分



20.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）当 $m=-1$ 时，$f(x)=x\left(e^x-1\right)+1$，

则 $f(1)=e$，$f'(x)=(x+1)e^x-1$，$\therefore f'(1)=2e-1$，……………………… 2 分

$\therefore$ 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y-e=(2e-1)(x-1)$，

即 $(2e-1)x-y-e+1=0$．……………………… 4 分

（Ⅱ）由题意得，$m\leqslant x\left(e^x-1\right)-\ln x+2$．……………………… 5 分

令 $F(x)=x\left(e^x-1\right)-\ln x+2\left(x>0\right)$，则 $F'(x)=(x+1)\left(e^x-\frac{1}{x}\right)$. ………… 6分

令 $h(x)=e^x-\frac{1}{x}\left(x>0\right)$，易得 $h(x)$ 为单调递增函数，且 $h\left(\frac{1}{2}\right)<0, h(1)>0$，

$\therefore \exists x_0\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，使得 $h(x_0)=0$，即 $e^{x_0}=\frac{1}{x_0}$，$\therefore x_0=-\ln x_0$，…………… 8分

当 $x\in\left(0,x_0\right)$ 时，$h'(x)<0$，$F'(x)<0$，当 $x\in\left(x_0,+\infty\right)$ 时，$h'(x)>0$，$F'(x)>0$，

则 $F(x)$ 在 $\left(0,x_0\right)$ 上单调递减，在 $\left(x_0,+\infty\right)$ 上单调递增，……………………… 9分

$\therefore F(x)_{\min}=F\left(x_0\right)=x_0\left(e^{x_0}-1\right)-\ln x_0+2=x_0e^{x_0}-x_0-\ln x_0+2$

$=1-x_0+x_0+2=3$，……………………… 11分

$\therefore m$ 的取值范围为 $\left(-\infty,3\right]$. ……………………… 12分

21.（本小题满分12分）

（Ⅰ）由题意得，$\frac{1}{2}ab=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 $ab=\sqrt{2}$ ①，……………………… 1分

$\because \left|EF\right|=\frac{\sqrt{14}}{2}$，$\therefore \left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$ 在椭圆 C 上，代入可得 $\frac{1}{4a^2}+\frac{7}{8b^2}=1$ ②，……… 2分

联立①②，解得 $a^2=2$，$b^2=1$，$\therefore$ 椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$. ………… 4分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$B\left(0,1\right)$，若直线 EF 的斜率不存在，设 $E\left(s,t\right)$，$F\left(s,-t\right)$，

此时 $k_{BE}\cdot k_{BF}=\frac{t-1}{s}\cdot\frac{-t-1}{s}=\frac{1-t^2}{s^2}=\frac{\frac{1}{2}s^2}{s^2}=\frac{1}{2}$，

与题设矛盾，故直线 EF 的斜率必存在. ……………………… 6分

设直线 EF 的方程为 $y=kx+m$，联立 $\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$，

得 $\left(2k^2+1\right)x^2+4mkx+2m^2-2=0$，$\Delta=8\left(2k^2-m^2+1\right)>0$，

$\therefore x_1+x_2=-\frac{4mk}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{2m^2-2}{2k^2+1}$，（*） ……………………… 8分

$\therefore k_{BE}\cdot k_{BF}=\frac{y_1-1}{x_1}\cdot\frac{y_2-1}{x_2}=\frac{y_1y_2-\left(y_1+y_2\right)+1}{x_1x_2}$

$=\frac{k^2x_1x_2+k(m-1)\left(x_1+x_2\right)+(m-1)^2}{x_1x_2}=\frac{1}{6}$，……………………… 9分

将（*）式代入上式，整理得 $m^2-3m+2=0$，……………………… 11分

解得 $m=2$ 或 $m=1$（舍去），即直线 EF 过定点 $(0,2)$. …………………… 12分

请考生从第22、23题中任选一题作答.注意：只能做选定的题目，如果多做，则按所做的第一题记分，解答时请写清题号.

22.（本小题满分10分）选修4–4：坐标系与参数方程

（Ⅰ）曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos\varphi \\ y=\sin\varphi \end{cases}$（其中 φ 为参数），

转换为普通方程为 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$，

由 $x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，得曲线 C_1 的极坐标方程为 $\dfrac{\rho^2\cos^2\theta}{2}+\rho^2\sin^2\theta=1$，

整理得 $\rho^2=\dfrac{2}{1+\sin^2\theta}$. ……………………… 3分

同理，得曲线 $C_2: x^2-2x+y^2=0$ 的极坐标方程为 $\rho^2=2\rho\cos\theta$，即 $\rho=2\cos\theta$.

……………………… 5分

（Ⅱ）联立 $\begin{cases} \theta=\alpha=\dfrac{\pi}{3} \\ \rho^2=\dfrac{2}{1+\sin^2\theta} \end{cases}$，得 $|OA|^2=\rho_A{}^2=\dfrac{2}{1+\frac{3}{4}}=\dfrac{8}{7}$，$\therefore |OA|=\rho_A=\dfrac{2\sqrt{14}}{7}$，

……………………… 7分

联立 $\begin{cases} \theta=\alpha=\dfrac{\pi}{3} \\ \rho=2\cos\theta \end{cases}$，得 $|OB|=\rho_B=1$，……………………… 9分

$\therefore |AB|=|OA|-|OB|=\dfrac{2\sqrt{14}-7}{7}$. ……………………… 10分

23.（本小题满分10分）选修4–5：不等式选讲

（Ⅰ）由题意得，$|4x-3|+|4x+5|>10$，

当 $x<-\dfrac{5}{4}$ 时，不等式化为 $3-4x-4x-5>10$，解得 $x<-\dfrac{3}{2}$，$\therefore x<-\dfrac{3}{2}$；

当 $-\dfrac{5}{4}\leqslant x\leqslant\dfrac{3}{4}$ 时，不等式化为 $3-4x+4x+5>10$，无解；

当 $x>\dfrac{3}{4}$ 时，不等式化为 $4x-3+4x+5>10$，解得 $x>1$，$\therefore x>1$，

则不等式 $f(x)>10$ 的解集为 $\left\{x \middle| x<-\dfrac{3}{2}或x>1\right\}$. ……………………… 5分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，当 $-\dfrac{5}{4}\leqslant x\leqslant\dfrac{3}{4}$ 时，$f(x)$ 取得最小值，且 $f(x)_{\min}=8$，即 $f(x)\geqslant 8$.

……………………… 6分

$\because\left(\sqrt{m+1}+\sqrt{2n+1}\right)^2\leqslant 2\left[\left(\sqrt{m+1}\right)^2+\left(\sqrt{2n+1}\right)^2\right]=2(m+1+2n+1)=8$，

当且仅当 $m=2n=1$ 时等号成立，$\therefore\sqrt{m+1}+\sqrt{2n+1}\leqslant 2\sqrt{2}$，………………… 8分

$\therefore 2^{\sqrt{m+1}}\cdot 2^{\sqrt{2n+1}}=2^{\sqrt{m+1}+\sqrt{2n+1}}\leqslant 2^{2\sqrt{2}}<2^3=8$，即 $2^{\sqrt{m+1}}\cdot 2^{\sqrt{2n+1}}<f(x)$.

………………………… 10分

以上各解答题如有不同解法并且正确，请按相应步骤给分.