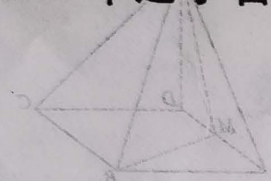


## 2023 年辽宁省教研联盟高三第一次调研测试



### 数学试题

#### 注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 本试卷共 22 题,共 150 分,共 4 页。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一. 选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | -1 < x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | x > 0\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )
 

A. $\{x   x > 0\}$	B. $\{x   x > -1\}$
C. $\{x   0 < x \leq 2\}$	D. $\{x   x \leq 2\}$
2. 能使两个不同平面  $\alpha$  与  $\beta$  平行的条件是 ( )
 

A. $\alpha$ 内有无数条直线与 $\beta$ 平行	B. $\alpha, \beta$ 垂直于同一个平面
C. $\alpha, \beta$ 平行于同一条直线	D. $\alpha, \beta$ 垂直于同一条直线
3. 下列函数中, 是偶函数, 且在区间  $(-\infty, 0)$  单调递增的为 ( )
 

A. $y = x^{-2}$	B. $y =  x $
C. $y = 2^{ x }$	D. $y = x^3$
4. 设  $M, N$  是圆  $O$  上两点, 若  $MN = 2$ , 则  $\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MN} =$  ( )
 

A. -4	B. -2	C. 2	D. 4
-------	-------	------	------
5. 若函数  $f(x)$  满足  $f(x) - x = 2f(2-x)$ , 则  $f(3) =$  ( )
 

A. -1	B. $-\frac{1}{3}$	C. $\frac{1}{3}$	D. 1
-------	-------------------	------------------	------
6. 已知角  $\alpha$  的终边上一点的坐标为  $(\sin \frac{4\pi}{5}, \cos \frac{4\pi}{5})$ , 则  $\alpha$  的最小正值为 ( )
 

A. $\frac{\pi}{5}$	B. $\frac{3\pi}{10}$	C. $\frac{4\pi}{5}$	D. $\frac{17\pi}{10}$
--------------------	----------------------	---------------------	-----------------------

数学试题 第 1 页 (共 4 页)

7. 口袋中装有大小重量完全相同的2个红球3个白球,从口袋中一次摸出一个球,摸出的球不再放回,如果2个红球全部被摸出,就停止摸球,则恰好摸球三次就停止摸球的概率为

- A.  $\frac{1}{5}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{3}{10}$                       D.  $\frac{2}{5}$

8. 若  $a = \frac{\pi}{2} \sin 1 + \frac{\pi}{2} \tan 1$ ,  $b = \pi$ ,  $c = 2 \ln \pi + \frac{1}{\pi}$ , 则

- A.  $a > b > c$                       B.  $a > c > b$                       C.  $c > a > b$                       D.  $b > a > c$

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分。

9. 随机变量  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  且  $P(X \leq 2) = 0.5$ , 随机变量  $Y \sim B(3, p)$ , 若  $E(Y) = E(X)$ , 则

- A.  $\mu = 2$                       B.  $D(X) = 2\sigma^2$                       C.  $p = \frac{2}{3}$                       D.  $D(3Y) = 6$

10. 设等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和是  $S_n$ , 若  $a_2 < -a_{11} < a_1$ , 则

- A.  $a_6 < a_7$                       B.  $S_{10} > 0$                       C.  $S_{15} < 0$                       D.  $S_n \leq S_5$

11. 抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 准线为  $l$ , 经过  $C$  上的点  $M$  作  $C$  的切线  $m$ ,  $m$  与  $y$  轴、 $l$ 、 $x$  轴分别相交于点  $N$ 、 $P$ 、 $Q$ , 过  $M$  作  $l$  垂线, 垂足为  $M_1$ , 则

- A.  $|PF| = |PQ|$                       B.  $N$  为  $M_1F$  中点  
C. 四边形  $MM_1QF$  是菱形                      D. 若  $\angle MPF = 60^\circ$ , 则  $|M_1Q| = 2p$

12. 若  $a > 0, b > 0, a - b = 1$ , 则

- A.  $a^2 - b^2 < 0$                       B.  $\frac{9}{a} - \frac{1}{b} \leq 4$   
C.  $a^2 + b^2 \leq \frac{1}{2}$                       D.  $2^a + 2^{-b} < 2^{-a} + 2^b$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 若  $z$  是纯虚数,  $|z| = 1$ , 则  $\frac{2}{1-z}$  的实部为\_\_\_\_\_。

14.  $\triangle ABC$  中,  $A = 120^\circ$ ,  $D$  在  $BC$  上,  $AD \perp AC$ ,  $AD = 1$ , 则  $\frac{1}{AC} + \frac{2}{AB} =$ \_\_\_\_\_。

15. 正四面体  $ABCD$  的棱  $AB$  中点为  $O$ , 平面  $BCD$  截球  $O$  所得半径为  $\sqrt{3}$  的圆与  $CD$  相切, 则球  $O$  的表面积为\_\_\_\_\_。

16. 过双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  焦点  $F$  的直线与  $C$  的两条渐近线的交点分别为  $M, N$ , 当  $\overrightarrow{MF} + 3\overrightarrow{FN} = \mathbf{0}$  时,  $\overrightarrow{FN} = b$ . 则  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_。

数学试题 第2页(共4页)

四、解答题:本题共6小题,共70分。解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤。

17. (10分)

已知函数  $f(x) = \sin \omega x \cos \omega x - \cos^2 \omega x$  ( $\omega > 0$ ) 图象相邻两条对称轴之间的距离为  $\frac{\pi}{2}$ .

(1) 求  $\omega$  值;

(2) 当  $0 < x < \pi$  时, 求  $f(x)$  的单调递增区间.

18. (12分)

一所中学组织学生对某线下某实体店 2022 年部分月份的月利润情况进行调查统计, 得到的数据如下:

月份 $x$	2	4	6	8	10	12
净利润 $y$ (万元)	0.9	2.0	4.2	3.9	5.2	5.1
$\lambda = \ln x$	0.7	1.4	1.8	2.1	2.3	2.5
$\mu = \sqrt{x}$	1.4	2.0	2.4	2.8	3.2	3.5

根据散点图, 准备用①  $y = a \ln x + b$  或②  $y = c \sqrt{x} + d$  建立  $y$  关于  $x$  的回归方程.

(1) 用线性相关系数说明上面的两种模型哪种适宜作为  $y$  关于  $x$  的回归方程?

(2) 由参考数据, 根据(1)的判断结果, 求  $y$  关于  $x$  的回归方程(精确到 0.1).

附: 对于一组数据  $(u_i, v_i)$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ), 其回归直线  $v = \alpha + \beta u$  的斜率和截

距的最小二乘估计分别为  $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}$ ,  $\hat{\alpha} = \bar{v} - \hat{\beta} \bar{u}$ .

相关系数  $r = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2 \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}}$ .

参考数据:  $\bar{x} = 7$ ,  $\bar{y} = 3.55$ ,  $\bar{\lambda} = 1.80$ ,  $\bar{\mu} = 2.55$ ,  $\sum_{i=1}^6 (\lambda_i - \bar{\lambda})^2 = 2.20$ ,

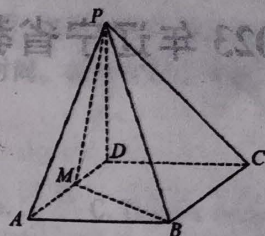
$\sum_{i=1}^6 (\mu_i - \bar{\mu})^2 = 2.89$ ,  $\sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})(\lambda_i - \bar{\lambda}) = 5.55$ ,  $\sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})(\mu_i - \bar{\mu}) = 6.32$ ,

$\sqrt{\sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^6 (\lambda_i - \bar{\lambda})^2} = 5.76$ ,  $\sqrt{\sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^6 (\mu_i - \bar{\mu})^2} = 6.61$ .

数学试题 第3页(共4页)

19. (12分)

如图,四棱锥  $P-ABCD$  中,底面  $ABCD$  是菱形,  $PD \perp$  底面  $ABCD$ ,  $PD = DA$ ,  $M$  为  $AD$  的中点,且平面  $PBM \perp$  平面  $PDA$ .



- (1) 证明:  $BM \perp AD$ ;
- (2) 求二面角  $M-PB-C$  的正弦值.

20. (12分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + \frac{1}{x} + 2\ln x - \frac{1}{3}$ .

- (1) 讨论  $f(x)$  的单调性;
- (2) 设函数  $g(x) = x^3 - 3\ln x (x \geq 1)$ ,  $P, Q$  是曲线  $y = g(x)$  上的不同两点, 直线  $PQ$  的斜率为  $k$ , 曲线  $y = g(x)$  在点  $P, Q$  处切线的斜率分别为  $k_1, k_2$ , 证明:  $k_1 + k_2 > 2k$ .

21. (12分)

等差数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1 = 10$ , 公差  $d \neq 0$ , 数列  $\{b_n\}$  中,  $b_1 = 1, b_2 = 5, b_3 = 17$ , 已知数列  $\{a_{b_n}\}$  为等比数列.

- (1) 求  $\{b_n\}$  的通项公式;
- (2) 记  $S_n$  为  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 求  $S_n - b_n$  的最大值.

22. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 经过  $C$  的左焦点  $F$  斜率为 1 的直线与  $y$  轴正半轴相交于点  $P$ , 且  $|PF| = \sqrt{2}$ .

- (1) 求  $C$  的方程;
- (2) 设  $M, N$  是  $C$  上  $P$  异于的两点, 若  $PM \perp PN$ , 求  $\triangle PMN$  面积的最大值.

数学试题 第4页(共4页)

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

