

宣城市 2023 届高三年级第二次调研测试

数 学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将答题卡交回.

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M = \{a | -1 < a \leq 3, a \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{a | -1 < a \leq 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$

2. 设复数 z 满足 $z = \frac{1}{1-i} + i$, 则 $|z| =$

- A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\sqrt{10}$

3. 已知点 F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 点 $P(4, m)$ 在抛物线 C 上, 且 $|PF| = 6$, 则 $p =$

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

4. 中国某些地方举行婚礼时要在吉利方位放一张桌子, 桌子上放一个装满粮食的升斗(如图), 斗面用红纸糊住, 斗内再插一杆秤、一把尺子, 寓意为粮食满园、称心如意、十全十美.

右图作为一种婚庆升斗的规格, 把该升斗看作一个正四棱台, 下底面边长为 25cm, 上底面边长为 10cm, 侧棱长为 15cm, 忽略其壁厚, 则该升斗的容积约为(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4$, $1L = 1000\text{cm}^3$)



- A. 1.5L B. 2.4L C. 3.5L D. 5.1L

5. 将 5 个 1 和 2 个 0 随机排成一行, 则 2 个 0 不相邻的概率为

- A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{7}$

6. 已知 $\sqrt{3}\sin\alpha - \sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{4}{5}$, 则 $\cos(\frac{4\pi}{3} - 2\alpha) =$

- A. $-\frac{7}{25}$ B. $\frac{9}{25}$ C. $\frac{7}{25}$ D. $\frac{24}{25}$

7. 已知圆锥的底面半径为 3cm, 高为 $3\sqrt{3}$ cm, 当其内接正四棱柱的体积最大时, 该正四棱柱的外接球的表面积(单位: cm^2)为

- A. 19π B. 21π C. 35π D. 36π

8. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 \mathbb{R} , 记 $g(x) = f'(x)$. 若 $f(x+3)$ 为奇函数,

$g\left(\frac{3}{2} + 2x\right)$ 为偶函数, 且 $g(0) = -3, g(1) = 2$, 则 $\sum_{i=1}^{2023} g(i) =$ _____

- A. 670 B. 672 C. 674 D. 676

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $3^x = 5^y = 15$, 则实数 x, y 满足

- A. $x > y$ B. $x + y < 4$ C. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$ D. $xy > 4$

10. 下列命题中, 正确的命题是

- A. 数据 1, 3, 4, 5, 6, 8, 10 的第 60 百分位数为 5
 B. 若随机变量 $X \sim N(3, \sigma^2)$, $P(X > 2) = 0.62$, 则 $P(3 < X < 4) = 0.12$
 C. 若随机变量 $X \sim B\left(7, \frac{1}{2}\right)$, 则 $P(X = k)$ 取最大值时 $k = 3$ 或 4
 D. 某小组调查 5 名男生和 5 名女生的成绩, 其中男生成绩的平均数为 9, 方差为 11; 女生成绩的平均数为 7, 方差为 8, 则该 10 人成绩的方差为 10.5

11. 已知点 $M(0, -2), N(1, -1)$, 且点 P 在圆 $C: x^2 - 4x + y^2 = 0$ 上, C 为圆心, 则下列结论正确的是

- A. 直线 MN 与圆 C 相交所得的弦长为 4
 B. $|PM| - |PN|$ 的最大值为 $\sqrt{2}$
 C. $\triangle PMN$ 的面积的最大值为 2
 D. 当 $\angle PMN$ 最大时, $\triangle PMN$ 的面积为 1

12. 已知函数 $f(x) = \sin(\cos x) + \cos(\sin x)$, 下列关于该函数的结论正确的是

- A. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \pi$ 对称 B. $f(x)$ 的一个周期是 2π
 C. $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 上单调递增 D. $f(x)$ 的最大值为 $\sin 1 + 1$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 微信关注高考早知道安徽

13. $\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^8$ 的展开式中二项式系数最大的一项是 _____ (用数字作答).

14. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 2|b| = 2$, 对任意的 $\lambda > 0$, $|a - \lambda b|$ 的最小值为 $\sqrt{3}$, 则 a 与 b 的夹角为 _____.

15. 已知函数 $f(x) = \frac{4^x - 1}{2^x}$, 则不等式 $2xf(x) - 3 < 0$ 的解集是 _____.

16. 设双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两个焦点为 F_1, F_2 , 点 P 是圆 $x^2 + y^2 = 4a^2$ 与双曲线 E 的一个公共点, $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$, 则该双曲线的离心率为 _____.

四、解答题:本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

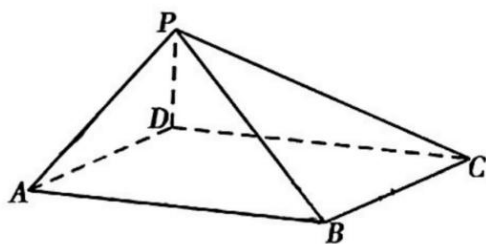
已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为1的等差数列,公差 $d > 0$,设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 S_1, S_2, S_4 成等比数列.

- (1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2)求数列 $\{|a_n - 8|\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是正方形, $PA = PD, PB = PC = BC = 2$,二面角 $P-BC-A$ 的大小为 30° .

- (1)证明:平面 $PAD \perp$ 平面 PBC ;
- (2)求 PC 与平面 PAB 所成角的正弦值.



19. (12分)

某校在一次庆祝活动中,设计了一个“套圈游戏”,规则如下:每人3个套圈,向 M, N 两个目标投掷,先向目标 M 掷一次,套中得1分,没有套中不得分,再向目标 N 连续掷两次,每套中一次得2分,没套中不得分,根据累计得分发放奖品.已知小明每投掷一次,套中目标 M 的概率为 $\frac{5}{6}$,套中目标 N 的概率为 $\frac{4}{5}$,假设小明每次投掷的结果相互独立,累计得分记为 X .

- (1)求小明恰好套中2次的概率;
- (2)求 X 的分布列及数学期望.

20. (12分)

设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{1 - \sin A}{\cos A} = \frac{1 - \cos 2B}{\sin 2B}$.

(1) 判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由;

(2) 求 $\frac{a^2}{c^2} - \frac{5a}{4c \cos B}$ 的最小值.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的长轴长为4, 且离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若直线 $y = kx + m$ 与椭圆 C 交于 M, N 两点, O 为坐标原点, 直线 OM, ON 的斜率之积等于 -1 , 求 $\triangle OMN$ 的面积取值范围.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln(x+1) + \sqrt{x+1} - 1$.

(1) 若 $f(x) \leq ax$, 求 a .

(2) 证明: $0 < x < 1, \left(1 + \frac{4}{x}\right) f(x) < 6$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

