20230607 项目第一次模拟测试卷

文科数学 参考答案及评分意见

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	D	A	B	B	D	A	A	C	C	A

二、填空题:本大题共 4 小题, 每小题 5 分，满分 20 分.

13．2　　　14．-2　　　15．$(\frac{\sqrt{3}}{2},\sqrt{3})$　　　16．$\frac{3}{4}$

三．解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤． 第 17 题-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22 题、23 题为选考题，考生根据要求作答．

17.【解析】(1) 因为 $a_n a_{n+2}=ka_{n+1}{}^2\ (n\in \mathrm{N}^*)$，所以 $\begin{cases} a_1a_3=ka_2{}^2 \\ a_2a_4=ka_3{}^2 \end{cases}$， …………… 2 分

因为 $a_1=1$， $a_2=2$， $a_4=64$，所以 $\begin{cases} a_3=4k \\ a_2a_4=16k^3 \end{cases}$，

则 $k^3=8$，所以 $k=2$； ………………………………………………………… 5 分

(2) 因为 $k=2$，所以 $a_n a_{n+2}=2a_{n+1}{}^2$，则 $\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}=2\cdot\frac{a_{n+1}}{a_n}$， ………………… 6 分

令 $b_n=\frac{a_{n+1}}{a_n}$，所以 $b_{n+1}=2b_n$，则 $\{b_n\}$ 是等比数列，

因为 $b_1=\frac{a_2}{a_1}=2$， $q=2$，所以 $b_n=b_1q^{n-1}=2^n$，所以 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=2^n$， …………… 9 分

则 $a_n=\frac{a_n}{a_{n-1}}\times\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\times\frac{a_{n-2}}{a_{n-3}}\times\cdots\times\frac{a_2}{a_1}\times a_1$

$=2^{n-1}\times 2^{n-2}\times\cdots\times 2^2\times 2^1\times 1=2^{\frac{n(n-1)}{2}}$. …………………………………… 12 分

18.【解析】(1) 预定旅游中，19-35 岁年龄段的人数为： $200\times(38\%+20\%)=120$ 人，
18 岁以下及 36 岁以上人数为 $200-120=80$ 人．
在所有调查对象中随机抽取 1 人，
抽到不预订的旅游客群在 19-35 岁年龄段的人的概率为 $\frac{3}{16}$，
故不预订旅游客群 19-35 岁年龄段的人为： $400\times\frac{3}{16}=75$ 人，
18 岁以下及 36 岁以上人数为 $200-75=125$ 人. …………………… 2 分
所以 2×2 列联表中的数据为：

	预订旅游	不预订旅游	合计
19-35 岁	120	75	195

18 岁以下及 36 岁以上	80	125	205
合计	200	200	400

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\dfrac{400(120\times125-80\times75)^2}{200\times200\times195\times205}\approx20.26>10.828$，

则能在犯错误概率不超过 0.001 的前提下，认为旅游预订与年龄有关. ………… 6 分

（2）按分层抽样，从预定旅游客群中选取 5 人，

其中在 19-35 岁年龄段的人数为$5\times\dfrac{120}{200}=3$，分别记为：$A$，$B$，$C$；

18 岁以下及 36 岁以上人数为2人，分别记为：a，b. …………………… 8 分

从 5 人中任取 2 人，共有 10 种情况：(A,B)，(A,C)，(B,C)，(A,a)，(A,b)，(B,a)，(B,b)，(C,a)，(C,b)，(a,b)；其中恰有 1 人是 19-35 岁年龄段的有：(A,a)，(A,b)，(B,a)，(B,b)，(C,a)，(C,b) 6 种情况，概率为：$\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$.

…………………………………………………………… 12 分

19.【解析】（1）连接AC交BD于点F，连接C_1F，

在直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中$AA_1 \mathrel{\underline{\parallel}} CC_1$，

所以四边形AA_1C_1C为平行四边形，即$AC \mathrel{\underline{\parallel}} A_1C_1$， ……………… 2 分

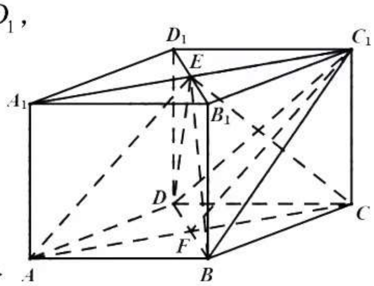
又因为底面$ABCD$为棱形，所以点F为AC的中点，

点E为B_1D_1的中点，即点E为A_1C_1的中点，所以$C_1E \mathrel{\underline{\parallel}} AF$，

即四边形AFC_1E为平行四边形，所以$AE\parallel C_1F$， ………… 4 分

因为$C_1F\subseteq$平面BDC_1，所以$AE\parallel$平面BDC_1； ……………………………… 6 分

（2）在直棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中$BB_1\perp$平面$A_1B_1C_1D_1$，



所以$BB_1\perp A_1C_1$，

又因为上底面$A_1B_1C_1D_1$为棱形，所以$B_1D_1\perp A_1C_1$，

所以$A_1C_1\perp$平面BB_1D_1D， ……………………… 8 分

因为在ΔABD中，$AB=AD=BD=2$，

且点F为BD的中点，

所以$AF=\sqrt{3}$，即$C_1E=\sqrt{3}$， ……………………10 分

所以$V_{E-BDC_1}=V_{C_1-BDE}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta BDE}\cdot C_1E=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=1$. …………12 分

20.【解析】（1）$a=0$时，$f(x)=x^2+be^x, f'(x)=2x+be^x$，

则方程$2x+be^x=0$有两实根，

即$b=-\dfrac{2x}{e^x}$有两实根. …………………………………………… 2 分

设$b(x)=-\dfrac{2x}{e^x}, b'(x)=\dfrac{2(x-1)}{e^x}$，

则$x<1$时，$b'(x)<0$，$b(x)$单调递减；$x>1$时，$b'(x)>0$，$b(x)$单调递增，

所以$b(x)_{\min}=b(1)=-\dfrac{2}{\mathrm{e}}$，

且$b(0)=0$，$x\to+\infty$时，$b(x)\to 0$，

所以当$b(x)=b$有两个实根时，$-\dfrac{2}{\mathrm{e}}<b<0$. ………………………………… 5 分

（2）当$a=1,b=\dfrac{2}{\mathrm{e}}$时，设$g(x)=f(x)-3$，

则$g(x)=(x-1)^2+2\mathrm{e}^{x-1}-3,g'(x)=2(x-1)+2\mathrm{e}^{x-1}$，

因为$g'(x)$在R上单调递增，且$g'(0)=-2+\dfrac{2}{\mathrm{e}}<0,g'(1)=2>0$，

所以$g'(x)=0$恰有一根x_0，且$x_0-1+\mathrm{e}^{x_0-1}=0,0<x_0<1$， ……………… 8 分

当$x<x_0$时，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减；当$x>x_0$时，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增，

所以$g(x)_{\min}=g(x_0)=(x_0-1)^2+2\mathrm{e}^{x_0-1}-3=(x_0-1)^2+(2-2x_0)-3=x_0{}^2-4x_0<0$，

且$g(-1)=1+\dfrac{2}{\mathrm{e}^2}>0,g(2)=2\mathrm{e}-2>0$，

所以$g(x)=0$有且仅有两个实根，即方程$f(x)=3$有且仅有两个实根.

………………………………… 12 分

21.【解析】（1）由题意可知直线m的方程为$y=-x-1$，

联立方程$\begin{cases}y=-x-1\\x^2=2py\end{cases}$可得$x^2+2px+2p=0$， ………………………… 2 分

又因为直线m与抛物线相切，则$\Delta=4p^2-8p=0$，解得$p=2$，

所以抛物线C的方程为$x^2=4y$，此时切点$P(-2,1)$. …………………… 5 分

（2）设直线的方程为$y=kx-1$，且$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

与抛物线C联立方程$\begin{cases}x^2=4y\\y=kx-1\end{cases}$得$x^2-4kx+4=0$，

$\Delta=16k^2-16>0$，得$k^2>1$，

则有$x_1+x_2=4k$，$x_1x_2=4$， ………………………… 7 分

直线AP的方程$y-1=\dfrac{y_1-1}{x_1+2}(x+2)$，令$y=0$，$x_M=-\dfrac{x_1+2}{y_1-1}-2$，

同理可知$x_N=-\dfrac{x_2+2}{y_2-1}-2$， ………………………… 9 分

所以$x_M+x_N=-\dfrac{x_1+2}{y_1-1}-\dfrac{x_2+2}{y_2-1}-4=-(\dfrac{x_1+2}{y_1-1}+\dfrac{x_2+2}{y_2-1})-4$，

因为点$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$在抛物线上，则$y_1=\dfrac{1}{4}x_1^2,y_2=\dfrac{1}{4}x_2^2$，

$x_M+x_N=-(\frac{4}{x_1-2}+\frac{4}{x_2-2})-4=-\frac{4(x_1+x_2)-16}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}-4$，

由于韦达定理可得 $x_M+x_N=-\frac{4(x_1+x_2)-16}{8-2(x_1+x_2)}-4=-(-2)-4=-2$. ………… 12分

22.【解析】（1）当 $\alpha=\frac{\pi}{3}$ 时，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=-1+\frac{1}{2}t \\ y=-3+\frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$，

消去参数 t 得 $\sqrt{3}x-y+\sqrt{3}-3=0$，

即直线 l 的普通方程为 $\sqrt{3}x-y+\sqrt{3}-3=0$. ………………………………… 2分

$\because \rho=4\cos\theta$，$\therefore \rho^2=4\rho\cos\theta$，$\because x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，$\therefore x^2+y^2=4x$，

则曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-4x=0$. ………………………………… 5分

（2）将直线 l 的参数方程代入到曲线 C 的直角坐标方程中得

$(-1+t\cos\alpha)^2+(-3+t\sin\alpha)^2=4(-1+t\cos\alpha)$，

化简得 $t^2-6(\sin\alpha+\cos\alpha)t+14=0$，

设 A，B 两点对应的参数为 t_1，t_2，

则 $t_1+t_2=6(\sin\alpha+\cos\alpha)$，$t_1t_2=14$， ………………………………… 8分

因为直线 l 过点 $P(-1,-3)$，

则 $|AB|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{36(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-56}=\sqrt{36\sin 2\alpha-20}=2$，

解得 $\sin 2\alpha=\frac{2}{3}$. ………………………………… 10分

23. 【解析】（1）因为 $a>0$，$b>0$，且 $a+b=ab$，$\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$

又 $\because \sqrt{\frac{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}}{2}}\geq\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{2}$， ………………………………………… 3分

$\therefore \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\geq\frac{1}{2}(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})^2=\frac{1}{2}$.

当且仅当 $a=b=2$ 时等号成立. ………………………………………… 5分

（2）因为 $a>0$，$b>0$，且 $a+b=ab$，$\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$，$\therefore a>1$，$b>1$，

所以 $M=|2a-1|+|3b-1|\geq 2a+3b-2$， ………………………………… 7分

$=(2a+3b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})-2=(2+3+\frac{3b}{a}+\frac{2a}{b})-2\geq 3+2\sqrt{6}$，

当且仅当 $\frac{3b}{a}=\frac{2a}{b}$ 时等号成立，所以 M 最小值为 $2\sqrt{6}+3$. …………… 10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。